

Oscilaciones grandes. Estabilidad dinámica

7.1. Planteamiento del problema

Para saber cómo garantizar la capacidad del sistema de restablecer el régimen inicial o uno cercano a él en presencia de una perturbación grande (conservar la estabilidad dinámica), el ingeniero debe tener una idea sobre la física de los procesos que transcurren y saber calcularlos. Para las perturbaciones grandes (véase cap. 4), es esencial el cambio brusco del régimen, el cual va acompañado de variaciones en la configuración del sistema; el carácter del proceso depende de la magnitud de las perturbaciones y del sitio donde éstas aparecen (figs. 7.1, 7.2).

En los caps. 4 y 6 se indicó que un estudio por medio del método de áreas no da una idea completa acerca de los procesos que transcurren, por cuanto quedan sin esclarecer las dependencias del ángulo $\delta = f(t)$ y la potencia eléctrica $P = \varphi(t)$. Determinar estas dependencias es esencial para aclarar la física de los fenómenos y resolver los problemas de control y regulación (determinación del tiempo del disparo del relé, de acción de los dispositivos de desconexión, velocidad de acción de los dispositivos de regulación, velocidad de aumento de la excitación, ajuste del relé de bote de carga, etc.). Para encontrar la relación entre los valores del ángulo y el tiempo que transcurrió desde el comienzo del proceso, es necesario resolver (integrar) la ecuación diferencial de movimiento relativo del rotor del generador.

En el presente capítulo, después de unas nociones generales sobre la estabilidad dinámica, se van a exponer los métodos para resolver las ecuaciones que describen un grupo de fenómenos los cuales aparecen durante variaciones grandes de los parámetros del régimen y cambios bruscos de la potencia entregada por los generadores a la red. Para estos casos son especialmente típicos aquellos cortocircuitos, en presencia de los cuales la impedancia mutua entre el generador y la carga crece instantáneamente, lo cual conlleva a un aumento progresivo del ángulo δ y a la variación de la velocidad angular del rotor $\Delta\omega = d\delta/dt$.

Causas y carácter de las perturbaciones grandes del régimen que aparecen en sistema eléctrico de potencia. Las perturbaciones grandes del régimen o, como a veces las llaman, **perturbaciones en grande**, que aparecen en los sistemas eléctricos de potencia con mayor frecuencia son causadas por las desconexiones de cargas potentes o generadores, transformadores y líneas de transmisión que están en operación.

Cambios aún más bruscos del régimen son provocados por los cortocircuitos, en presencia de los cuales las variaciones de la potencia en ciertas partes del sistema pueden ser commensurables con la potencia total del sistema. Así, por ejemplo, un cortocircuito trifásico en una línea de transmisión de un circuito varía la potencia transmitida por la línea en un 100%, ya que la transmisión de potencia al siste-

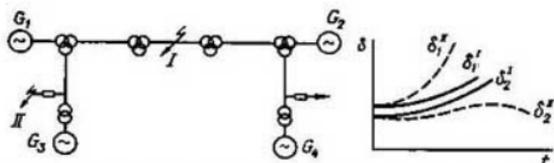


Fig. 7.1. Influencia del sitio de avería en el carácter del proceso transitorio en el sistema Cortocircuito en el I punto, la aceleración de las partes izquierda y derecha del sistema son iguales y el sistema es estable; cortocircuito en el punto II, el sistema es inestable

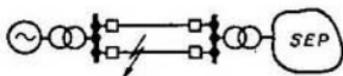
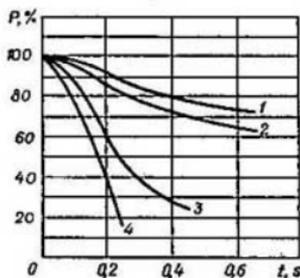


Fig. 7.2. Dependencia entre la potencia límite suministrada al sistema según las condiciones de estabilidad dinámica y el tiempo de desconexión así como el tipo de cortocircuito:

1, monofásico; 2, bifásico; 3, de dos fases a tierra; 4, trifásico



ma se suspende por completo. Los cortocircuitos en dependencia del sitio (en el que tienen lugar) y del tipo (trifásicos y bifásicos, etc.) pueden llevar a diferentes variaciones de la potencia transmitida o a las caídas de potencia. Son, por consiguiente, diferentes por su gravedad. El más grave es el cortocircuito trifásico, que por completo suspende la transmisión de energía por el elemento donde sucedió la avería. Más suaves son los cortocircuitos de dos fases a tierra, aún más suave es el cortocircuito entre dos fases sin hacer corto a tierra, y los más suaves son los cortocircuitos de una fase a tierra (fig. 7.2).

El sitio del cortocircuito influye en gran medida en la gravedad de la avería con respecto a las corrientes de cortocircuito y a la estabilidad del sistema. Cuanto más lejano de las fuentes de energía sea el cortocircuito, tanto serán menores, como regla, las corrientes de cortocircuito. Cuanto más simétrico sea el sitio del cortocircuito con relación a los generadores del sistema, más suave será la avería respecto a su influencia sobre la estabilidad del sistema. Esto se explica por el hecho de que cuando hay una caída de potencia igual, los generadores en la misma medida (o aproximadamente la misma) se aceleran y quedan estables unos con respecto a otros (véase fig. 7.1, punto I).

La estadística de las averías que tienen lugar en los sistemas eléctricos de potencia muestra que la mayoría de las averías en las líneas de transmisión de alta tensión son cortocircuitos de una fase (75—90%). Los cortocircuitos de dos fases a tierra y los cortocircuitos entre dos fases sin corto a tierra constituyen el 5—15% del número total de cortocircuitos.

Los más escasos son los cortocircuitos trifásicos, que presentan el 5—10% del número total de cortocircuitos.

En un sistema correctamente diseñado deben preverse medidas a tomar que

permitan tener la menor pérdida a causa de las averías teniendo en cuenta la probabilidad de su aparición y su gravedad. En los cálculos de los cortocircuitos y de la estabilidad dinámica, lo mismo que en los cálculos de otros regímenes de avería, con frecuencia aparece la pregunta ¿hasta qué punto estos cálculos reflejan correctamente (exactamente) lo que sucede en la realidad en el sistema eléctrico? En la explicación del planteamiento de esta pregunta cabe notar que muchas veces se presentaron casos cuando a base de los cálculos de cortocircuitos o estabilidad se propusieron unas u otras medidas bastante costosas necesarias para reforzar el

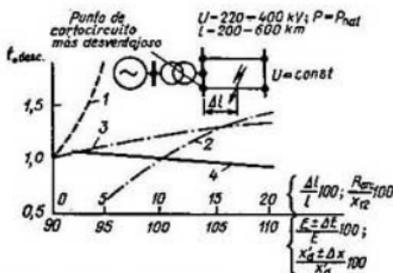


Fig. 7.3. Influencia de las variaciones casuales de los parámetros iniciales del régimen y los parámetros del sistema en el tiempo límite de desconexión del cortocircuito:

1, resistencias del arco en el sitio del cortocircuito ($R_{arc}/x_r \cdot 100$); 2, excitación inicial ($E \pm \Delta E/E \cdot 100$); 3, alejamiento del cortocircuito ($\Delta l/l \cdot 100$); 4, reactancia transitoria del generador ($x'_d \pm \Delta x'_d/x'_d \cdot 100$)

problema no está en lo erróneo de los cálculos o en la inexactitud de los métodos empleados para el análisis. Los resultados del cálculo y del experimento pueden coincidir si el cálculo se realiza con la consideración de todos los factores iniciales que influyen en el resultado del experimento. Esto siempre es complicado, ya que el grado de influencia de uno u otro factor en cada caso concreto tiene un carácter aleatorio. Un régimen que se toma como el calculado, en condiciones reales (y no especiales, como en el experimento) puede no aparecer durante un período largo de explotación.

Comúnmente durante la prueba de la estabilidad del sistema se establece el punto en el que el cortocircuito es más peligroso, y para dicho punto se realizan los cálculos. Sin embargo, la probabilidad de que el cortocircuito del tipo dado vaya a suceder exactamente en ese punto, es, por supuesto, notoriamente menor que la probabilidad general de que aparezca este tipo de cortocircuito en el sistema. Si los cortocircuitos van a suceder a cierta distancia (incluso no muy grande) del punto peligroso, ellos ya van a ser más suaves. Es precisamente por eso que la evaluación de la estabilidad de una transmisión o de un sistema para el cortocircuito en el punto más peligroso, da prácticamente, resultados un tanto aumentados (ventajas para la confiabilidad). Es muy probable también que durante la avería vayan a aparecer factores que no se tuvieron en cuenta en los cálculos y que comúnmente hacen menos grave la avería (por ejemplo, la influencia del arco en el sitio del cortocircuito).

En calidad de ejemplo, en la fig. 7.3 se muestra el esquema del sistema, cuya estabilidad se determina partiendo de un cortocircuito trifásico en el punto más peligroso, las barras de alta tensión de la central.

sistema. Por ejemplo, en un sistema se requería el cambio de los interruptores, ya que los cálculos indicaban un peligro de su explosión en presencia de un cortocircuito trifásico, en otro sistema se requería instalar una compensación en serie, sin la cual el sistema de acuerdo a los cálculos era inestable, etc. Mientras tanto, la experiencia de explotación de estos sistemas sin realizar las medidas propuestas mostró que la serie de averías, analizadas en los cálculos no causó la explosión de los interruptores ni la pérdida de la estabilidad.

Sin embargo, en una serie de estudios especiales, en los que por medio de experimentos se determinaron los parámetros del sistema, se hicieron los cálculos y luego los experimentos, se mostró una coincidencia bastante buena de los resultados obtenidos. Por consiguiente, el problema

Para que en presencia de un cortocircuito se conserve el funcionamiento estable del sistema en la mayoría de los casos, es necesario desconectar lo más rápidamente la sección averiada. Supongamos que el cálculo de estabilidad, realizado para ciertos parámetros dados de la central, requiere que el tiempo de desconexión t_{desc} sea no mayor que t_0 . La magnitud t_0 la denominamos *tiempo límite de desconexión* y en lo sucesivo la tomaremos como la unidad.

Analicemos la influencia de diferentes factores en la variación del tiempo límite de desconexión. Para hallar este tiempo t_{desc} se supuso que el cortocircuito inmediatamente se hace cerrado («metálico»). En la realidad, en la mayoría de los casos ocurre mediante la combustión del arco que aparece entre las fases del generador, o aparece como desarrollo de un cortocircuito monofásico. En estos casos las condiciones de estabilidad del sistema se mejoran y el tiempo límite de desconexión aumenta. El aumento del tiempo límite de desconexión puede ser causado también por el alejamiento del cortocircuito del punto peligroso y por la variación del régimen de los generadores, que antecede a la avería.

Puede ser esencial la diferencia de los parámetros reales del generador con relación a los de cálculo, los cuales comúnmente son dados por la fábrica en forma aproximada (se diferencian hasta en $\pm 15\%$).

De esta manera, determinar el comportamiento del sistema en presencia de perturbaciones grandes de avería, al igual que en presencia de perturbaciones pequeñas, siempre resulta algo convencional, probabilístico.

Problema de la estabilidad dinámica. En este problema se incluyen el análisis del carácter del proceso y el cálculo de todos o una parte de los parámetros del régimen durante el paso del sistema de un régimen a otro; el propio cálculo del paso dinámico de un régimen permanente inicial a otro nuevo régimen permanente que aparece durante la desconexión casual de parte de los elementos del sistema (desconexión de un grupo de generadores, líneas de transmisión, cargas, etc.) o desconexión de éstos después de una falla (comúnmente un cortocircuito en cualquiera de dichos elementos); la determinación de las variaciones de la corriente, frecuencia, y otros parámetros del régimen. Los cálculos en todos los casos indicados se realizan teniendo en cuenta las no linealidades fundamentales y las características dinámicas que sean esenciales en el problema dado. *El método más general para un estudio cuantitativo de los procesos transitorios es el método de integración numérica de un sistema de ecuaciones diferenciales.* En dependencia del planteamiento del problema estas ecuaciones pueden ser diferentes: completas (de Park — Górev), simplificadas y generales (segundo método de Liapunov). Las ecuaciones y el método para su resolución deben ser elegidos de tal forma que con ayuda de ellos se puedan calcular todas las variaciones importantes para el problema dado, de los parámetros del régimen en el tiempo y según su carácter sacar una conclusión sobre la estabilidad del paso del sistema de un régimen a otro o estabilidad dinámica del sistema.

Supuestos básicos. Se supone que si los procesos transitorios electromecánicos, causados por cambios bruscos del régimen de los sistemas eléctricos de potencia, transcurren con variaciones de la velocidad $\Delta\omega$ no mayores al 2—3% de la sincrónica, entonces el momento de rotación expresado por unidad puede tomarse igual a la potencia:

$$\omega_{*0} = 1; \Delta\omega_* = 0,02; M_* = \frac{P_*}{\omega_{*0} + \Delta\omega_*} = \frac{P_*}{1 + 0,02} \approx P_*$$

Además de los supuestos hechos con relación a lo pequeño de las desviaciones de la velocidad con respecto a la sincrónica, en el proceso de resolución del problema planteado se puede hacer una serie de supuestos adicionales suponiendo que

en el proceso estudiado no se tienen en cuenta las variaciones en el tiempo de las corrientes libres que aparecen en los devanados del generador y se toma como invariable el valor de la f.e.m. $E'_g \approx E'$. En la mayoría de los casos la acción de los reguladores de velocidad puede no tenerse en consideración, y la acción de los reguladores hay que tenerla en cuenta solamente incluyendo una f.e.m. convencional constante. Por supuesto, cuando se aspira a obtener una solución más exacta se puede renunciar a estos supuestos simplificadores y tener en cuenta los procesos electromagnéticos transitorios en el generador y los procesos transitorios en el sistema de excitación. Si es necesario se pueden tener en cuenta los procesos transitorios en los motores primarios y en sus dispositivos de regulación, los procesos transitorios en las cargas de los sistemas eléctricos de potencia, los procesos ondulatorios transitorios en las transmisiones a larga distancia. No obstante, desde el punto de vista del ingeniero *está muy lejos de que siempre una solución matemática completa que tenga en cuenta la mayor cantidad posible de factores resulte la mejor*. Para obtener ideas claras en la valoración del comportamiento del sistema en presencia de unos u otros fenómenos con frecuencia es racional emplear ecuaciones que describan el proceso a grosso modo, pero que dan la solución más rápida y clara. En otras palabras, el aparato matemático (incluyendo la exactitud de la solución) debe corresponder al problema técnico planteado. Precisamente lo adecuado de los objetivos prácticos del estudio realizado, los supuestos hechos y la complejidad de la descripción del fenómeno en el planteamiento del problema y en el análisis de su solución determinan la rigurosidad técnica del problema.

Ecuaciones simplificadas en los cálculos de la estabilidad dinámica. Como se dijo arriba, estas ecuaciones se emplean racionalmente para cálculos aproximados de explotación, para cálculos de diseño y pronóstico del desarrollo de los sistemas. La ventaja de las ecuaciones simplificadas va a ser no sólo la gran facilidad en las operaciones de cálculo, sino que también la mayor claridad que facilita la comprensión de los fenómenos que suceden. Sin embargo, hay que tener presente el hecho de que durante el paso de las ecuaciones completas a las simplificadas la física de los fenómenos que transcurren se refleja con cierta deformación. Es necesario elegir las simplificaciones de tal modo que éstas no puedan influir sustancialmente en la parte cuantitativa y en el sentido del resultado obtenido. Así, la causa fundamental de la inestabilidad dinámica son los cambios bruscos del régimen o perturbaciones grandes. Éstas denotan variaciones sustanciales del estado del sistema, o sea unas variaciones tales en su esquema, número de elementos en operación o sus regímenes, que causan un cambio rápido y esencial en la potencia entregada por los generadores y recibida por los consumidores o transmitida por diferentes elementos del sistema.

Las variaciones de la potencia durante todos los procesos que transcurren en un sistema eléctrico de potencia no pueden suceder de forma momentánea, ya que están relacionadas con la variación de la potencia mecánica y electromagnética acumulada en diferentes elementos del sistema. Sin embargo, en el análisis de los procesos transitorios electromecánicos con ayuda de las ecuaciones simplificadas, comúnmente se toma que los procesos electromagnéticos, y con mayor razón los mecánicos, que aparecen durante el cambio en el esquema del sistema, desconexión de algún elemento, conexión de una carga o un cortocircuito, no impiden la variación inmediata de la potencia eléctrica activa.

El supuesto sobre la variación instantánea de la potencia eléctrica significa rehusar a tener en cuenta las llamadas componentes aperiódicas de la corriente y de la tensión en todos los elementos, inclusive en los generadores sincrónicos del sistema eléctrico de potencia. Esto, en particular, significa el paso de la expresión (2), en la tabla 6.2, para determinar la potencia del generador sincrónico a la expresión (3), y para

determinar las corrientes en las redes que enlazan los generadores, el paso de ecuaciones diferenciales a algebraicas.

De esta manera, las variaciones de la potencia del generador, la corriente de su estator, la corriente libre de excitación se toman como instantáneas que transcurren en caso de una perturbación brusca (fig. 7.4).

El despreciar la componente aperiódica de la corriente del estator (y, respectivamente, la componente del rotor) significa rehusar a tener en cuenta el momento pulsante de rotación adicional que está relacionado con la disminución de la energía electromagnética acumulada por el rotor antes del cortocircuito. El momento de rotación pulsante, condicionado por la interacción del campo relacionado con la componente aperiódica de la corriente del estator, y el campo creado por la

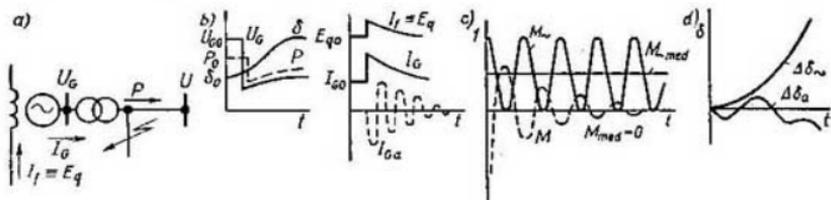


Fig. 7.4. Ejemplo de un cambio brusco del régimen (durante un cortocircuito):

a, esquema del sistema; b, carácter de las variaciones de la potencia P , ángulo δ , tensión U_G , corriente de excitación $I_f \equiv E_q$ y la corriente del estator I_G (todas las magnitudes están referidas al sistema de ejes enlazado con el rotor, por eso las magnitudes armónicas se representan en forma de envolventes que varían en forma monótona; al contrario, la componente aperiódica $I_{G.a}$ que varía en forma aperiódica, mostrada con la línea interrumpida, se representa en forma de una componente armónica); c, variación de los momentos de rotación; M_{med} , momento relacionado con la influencia de las componentes periódicas de la corriente del estator; M , lo mismo, pero de las aperiódicas; d, variaciones del ángulo $\Delta\delta_{med}$ y $\Delta\delta_a$, causadas por la influencia independiente de estos momentos

corriente de excitación, crea pulsaciones del deslizamiento, las cuales influyen en el deslizamiento medio del rotor, y, por consiguiente, en el carácter de la variación del ángulo en el tiempo. Durante la aceleración del rotor el momento pulsante detiene un poco su movimiento (fig. 7.4).

Cierto efecto que también no se refleja en las ecuaciones simplificadas lo dan las pérdidas adicionales que aparecen en el acero del generador durante los procesos transitorios. Estas pérdidas se toman en consideración de manera aproximada en los circuitos equivalentes por medio del aumento de las resistencias del estator y el rotor. La resistencia equivalente del estator debida a la aparición de las pérdidas adicionales puede aumentarse un 15—20%, y en algunos casos, un 50—100%.

El momento pulsante condicionado por la influencia de la componente aperiódica y las pérdidas adicionales influyen cualitativamente igual en el carácter del movimiento relativo del rotor haciendo más lenta la variación del ángulo y ejerciendo cierta acción de frenado durante las caídas de carga. En los cálculos simplificados, la variación del ángulo es más rápida que en la realidad.

En la fig. 7.5 se muestra el carácter de la variación del ángulo, obtenido en los cálculos simplificados sin tener en cuenta la influencia de la componente aperiódica y de las pérdidas adicionales. La influencia de estos factores se puede reflejar de manera aproximada suponiendo que durante los cortocircuitos trifásicos que suceden cerca del generador, al rotor del generador se le aplica un momento adicional de frenado que es igual a un 10—15% del momento nominal del generador. Hablando de otra forma, en el proceso de cortocircuito se toma la potencia de la turbina un tanto disminuida.

La influencia de los factores enunciados se hace notable sólo durante los cortocircuitos. Durante las variaciones de la carga y otros fenómenos, que no causan cambios bruscos de la corriente, esta influencia resulta mucho menor.

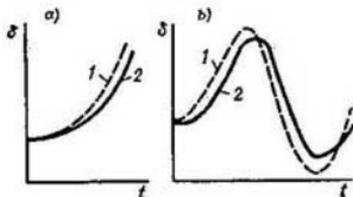


Fig. 7.5. Influencia del momento creado por factores adicionales (componente aperiódica de la corriente del estator y pérdidas activas adicionales en el circuito del estator y del rotor), en el carácter de variación del ángulo δ :

a, curva de la variación del ángulo $\delta = f(t)$ durante la salida del generador de sincronismo; b, lo mismo, pero en el caso de un cortocircuito (cc) más alejado (una avería más débil); 1 y 2, sin tener y tomando en cuenta los factores adicionales, respectivamente

En el análisis de los procesos transitorios se puede no tener en cuenta la influencia de los factores indicados, creando así una reserva adicional que compensa las inexactitudes de los cálculos. Sin embargo, es necesario tener presente esta reserva para determinar la estabilidad del sistema y evaluar sus regímenes.

Los cambios bruscos del régimen analizados en este capítulo pueden ser muy variados pero, conforme a los supuestos hechos arriba, todos ellos se reflejan por medio de las variaciones de las f.e.m., admitancias propias y mutuas entre las centrales que funcionan en paralelo.

Por ejemplo, durante la desconexión de una línea de transmisión, conexión (desconexión) de cargas entre centrales que funcionan en paralelo, etc., varían las admitancias mutua ($Y_{12} = 1/Z_{12}$) y propia ($Y_{11} = 1/Z_{11}$). Durante la conexión de generadores (o otros que anteriormente ya funcionaban) varía la f.e.m. equivalente de la central y la impedancia del generador equivalente.

En los cálculos de regímenes asimétricos se construye un circuito equivalente complejo del sistema en estudio (fig. 7.6, a), el cual contiene un *shunt de falla* * (x_{Δ}) (fig. 7.6, b). En presencia de cortocircuitos diferentes en el sistema, el circuito equivalente toma la forma mostrada en la fig. 7.6, c. Se supone que en el generador actúan sólo momentos de rotación condicionados por las corrientes de la secuencia positiva que circulan por el estator del generador. Las corrientes de la secuencia cero no circulan por el generador, ellas se cierran en el transformador elevador que tiene el neutro conectado a tierra **).

Las corrientes de la secuencia negativa crean un campo giratorio que está dirigido en sentido contrario al campo giratorio creado por el rotor. La interacción de estos campos provoca un momento pulsante (fig. 7.7), que cambia su signo con

* Recordemos que conforme a este cortocircuito equivalente un cortocircuito asimétrico se analiza como simétrico alejado en una reactancia adicional x_{Δ} llamada *shunt de falla*. Su valor en diferentes casos de asimetría es:

— para cortocircuitos monofásicos $x_{\Delta} = x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma}$;

— para cortocircuitos entre dos fases $x_{\Delta} = x_{2\Sigma}$;

— para cortocircuitos de dos fases a tierra $x_{\Delta} = x_{2\Sigma}x_{0\Sigma}/(x_{2\Sigma} + x_{0\Sigma})$, donde $x_{2\Sigma}$ y $x_{0\Sigma}$ son las reactancias resultantes de la secuencia cero y negativa con relación al sitio del cortocircuito (véase fig. 7.6).

** Si las corrientes de la secuencia cero circularan por el generador, no crearían de todas maneras momento de rotación ya que no forman un campo giratorio capaz de interactuar con el campo del rotor.

una frecuencia dos veces mayor que la frecuencia normal del generador. Comúnmente se supone que el valor de dicho momento es igual a cero. El momento pulsante crea cierto deslizamiento adicional del rotor. No obstante, la influencia de este deslizamiento es pequeña y, como regla, se desprecia.

De esta manera, en los estudios corrientes de ingeniería de las perturbaciones grandes se toman las siguientes posiciones generales:

1. Todas las variaciones del régimen del sistema se reflejan en la variación de su esquema, en el que se incluyen los nuevos valores de las impedancias propias y mutuas, f.e.m. de los generadores y, en algunos casos, sus potencias mecánicas.

2. Las potencias eléctricas entregadas por los generadores tanto en el régimen transitorio como permanente se determinan partiendo de los valores de las f.e.m. y las impedancias; de manera aproximada se toma que junto con la variación del esquema del sistema o de los valores de las impedancias inmediatamente varía la potencia eléctrica.

3. La influencia de la componente aperiódica de la corriente del estator en el carácter de la variación del ángulo δ se tiene en cuenta sólo en ciertos casos, de los cuales se hace mención especial, por ejemplo, en averías graves como cortocircuitos trifásicos y de dos fases a tierra. El momento adicional condicionado por la componente aperiódica, se toma en consideración aproximadamente por medio de la disminución de la potencia de la turbina en un 10–15%, o por un cálculo más exacto conforme a las ecuaciones completas (véase cap. 6).

4. Los regímenes asimétricos, entre ellos los cortocircuitos, en todos los cálculos se sustituyen mediante el circuito equivalente complejo por los simétricos. Se supone que la variación de movimiento del rotor la causan los momentos creados sólo por las corrientes de la secuencia positiva. A la vez que se desprecia la influencia del momento condicionado por las corrientes de la secuencia negativa, se tienen en cuenta las pérdidas relacionadas con la circulación de dichas corrientes incluyendo en el circuito equivalente complejo las resistencias de las secuencias cero y negativa.

5. La variación de la impedancia de los generadores y transformadores está condicionada por la saturación del acero, y en los cálculos no se toma en consideración o se tiene en cuenta aproximadamente disminuyendo la resistencia equivalente, y en este sentido el sistema se supone no saturado (lineal).

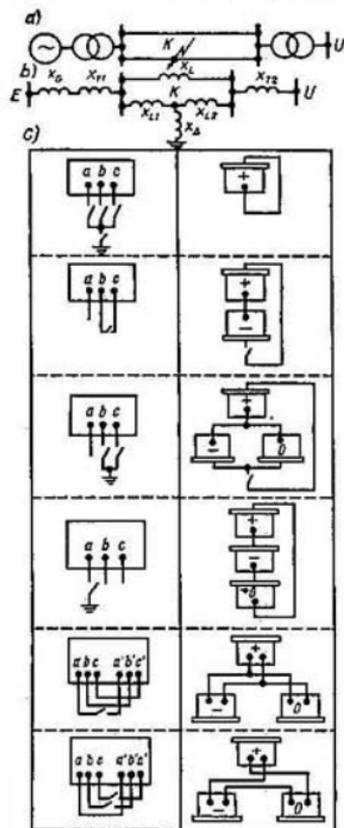


Fig. 7.6. Reemplazo del sistema durante un cortocircuito asimétrico:

x_{L1} , x_{L2} , reactancias de las secciones hasta el punto de cc; x_{Δ} , reactancia del shunt equivalente, que se forma de las reactancias resultantes sumatorias $x_{0\Sigma}$ y $x_{2\Sigma}$; a, esquema inicial; b, circuito equivalente de la secuencia positiva; c, determinación de los circuitos equivalentes para diferentes cortocircuitos. Aquí se designó: el circuito equivalente de la secuencia positiva con «+», el de la negativa, con «-» y el de la cero, con «0».

Los estudios de la influencia de la saturación en los cálculos de los procesos transitorios electromecánicos mostraron que el no tener en cuenta la saturación, o sea la no linealidad de la característica de marcha al vacío y la variabilidad de las reactancias, en algunos casos puede causar errores notorios: las corrientes y las tensiones se pueden obtener algo aumentadas y los períodos de oscilación del rotor, disminuidos. Los valores del ángulo que son muy cercanos a los reales en los primeros ciclos de las oscilaciones, luego tienden hacia un valor permanente

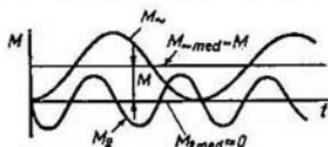


Fig. 7.7. Carácter aproximado de la variación del momento de rotación:

M_m , M_{med} , momento básico; $M_{2med} \approx 0$, valor medio del momento creado por las corrientes de la secuencia negativa

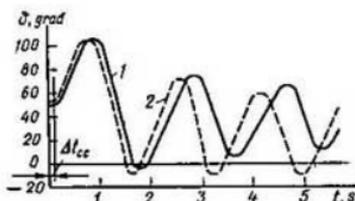


Fig. 7.8. Influencia de la saturación en el carácter de la variación del ángulo durante la avería [cc en caso de un forzamiento prolongado (de la excitación) en el régimen posterior a la avería]: 1, variación real; 2, variación calculada sin tener en cuenta la saturación mientras que la influencia de la componente aperiódica se tiene en cuenta de forma aproximada

disminuido. Las curvas presentadas en la fig. 7.8 muestran la variación de las magnitudes indicadas en la realidad y en un cálculo simplificado, o sea sin tener en cuenta la saturación, y teniendo en cuenta, de manera aproximada, la componente aperiódica.

Del análisis de las relaciones (fig. 7.8) se deduce, que para poner en claro la variación del ángulo δ en el primer ciclo de oscilaciones no hay necesidad de tomar en consideración la saturación. Estudios especiales mostraron que incluso en presencia de un refuerzo significativo y duradero de la excitación del generador la saturación no ejerce una influencia notable en el carácter general de la variación del ángulo, la corriente o la tensión. En aquellos casos cuando hay un refuerzo significativo y duradero de la excitación y se analiza un proceso que consta de unos cuantos ciclos de variación del ángulo δ , es necesario considerar la saturación. En los cálculos aproximados para tener en cuenta la saturación se puede disminuir algo la reactancia que sustituye el generador. Aproximadamente esta reactancia $x'_{d \text{ satur}}$ debe tomarse igual a $(0,6 \dots 0,8) x'_d$, si el cálculo se realiza por medio de una f.e.m. constante aplicada detrás de $x'_{d \text{ satur}}$. En los cálculos que se hacen asumiendo que la componente de dicha f.e.m. en el eje directo es constante, se puede tomar $x'_{d \text{ satur}} = (0,8 \dots 0,9) x'_d$.

Los problemas de la saturación no se van a estudiar detalladamente en el presente libro. En aquellos casos cuando en los cálculos de los procesos transi-

torios se requiere determinar la corriente en el devanado de excitación, es obligatorio tener en cuenta la saturación.

6. El despreciamiento de la corriente aperiódica del estator y la corriente periódica del rotor permite tomar que durante las conmutaciones en el circuito del estator (por ejemplo, durante la baja de la tensión U_G en la fig. 7.9) inmediata-

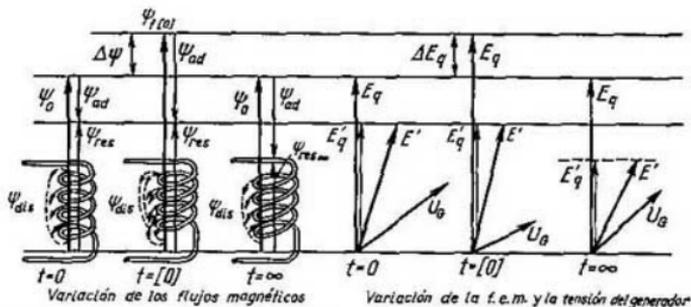


Fig. 7.9. Variación de los flujos magnéticos y la variación correspondiente de la f.e.m. y tensión del generador:

$t = 0$, régimen normal; $t = [0]$, momento de la conmutación; $t = \infty$, régimen permanente; $\Psi_{f(0)}$, flujo magnético que corresponde a la excitación completa; Ψ_{ad} , flujo magnético de la reacción de inducido; Ψ_{res} , flujo magnético resultante por el eje directo; Ψ_{disp} , flujo magnético de dispersión

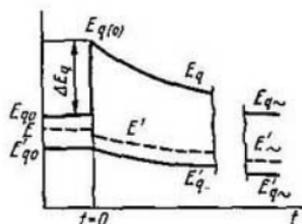


Fig. 7.10. Variación de la f.e.m. (sin regulación de la excitación)

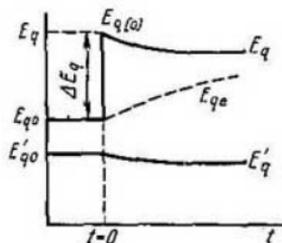


Fig. 7.11. Variación de la f.e.m. (cuando hay regulación de la excitación)

mente (para $t = [t_0]$) varían los flujos magnéticos Ψ_{ad} y $\Psi = f[0]$ y, respectivamente, la f.e.m. $E_q[0]$. Además, según la conocida ley de que los flujos magnéticos en un circuito cortocircuitado poseen inercia, en el momento $t = [t_0]$ se conservan invariables el flujo magnético resultante Ψ_{res} y la f.e.m. E'_q creada por él (figs. 7.9, 7.10). Luego estas f.e.m. varían como se muestra en las figs. 7.10, 7.11.

7. Los cálculos más sencillos de los procesos transitorios se realizan partiendo de la condición de que el flujo magnético resultante del devanado de excitación es constante en el eje directo durante el tiempo de todo el proceso, o sea, partiendo de que la f.e.m. E'_q es constante. Como base para este supuesto sirve la ley de la inercia *) electromagnética arriba expuesta, conforme a la cual $E'_q = \Psi_{res}$ se

*) La ley de la inercia electromagnética y la explicación del carácter de variaciones de las f.e.m. E_q , E'_q , fueron expuestas antes en [2].

conserva constante ($\Psi_{res} = \text{const}$) en el momento de la perturbación ($t = |0|$) y luego varía lentamente pasando al valor $\Psi_{res\infty}$ para $t = \infty$ (véanse figs. 7.9, 7.10).

La magnitud E'_q que es proporcional al flujo magnético resultante Ψ_{res} con el devanado de excitación, siendo invariable en el momento de cualquier conmutación, (por ejemplo, un cortocircuito en la red), varía luego de manera relativamente lenta. La fuerza electromotriz E_q es proporcional a la corriente total de excitación que circula por el rotor. En la corriente total del rotor entran las corrientes forzadas I_{fe} y las libres ΔI_f . La f.e.m. E_q varía en el momento de la conmutación en forma de salto (fig. 7.11). Después de una

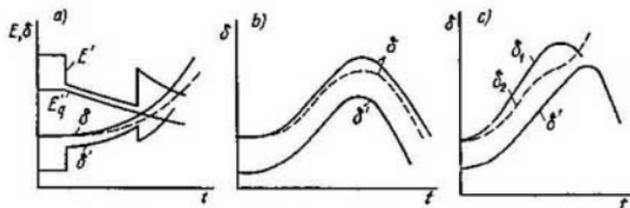


Fig. 7.12. Comparación de los resultados de los cálculos realizados siendo $E' = \text{const}$ y $E'_q = \text{const}$, con los oscilogramas del proceso:

a, avería fuerte acompañada de un aumento continuo del ángulo — salida del sincronismo; b, oscilaciones; c, caso de un proceso transitorio en un sistema que se encuentra en el límite de la estabilidad; E' y E'_q , variación real de la f.e.m.; δ' , variación del ángulo calculado para $E' = \text{const}$ (línea continua); δ , lo mismo pero para $E'_q = \text{const}$ (con la línea interrumpida se muestra la variación del ángulo δ que tiene lugar en la realidad, o sea determinado mediante el experimento)

perturbación de avería, que comúnmente va acompañada de una disminución de la tensión U_G en las barras del generador, el regulador de la excitación aumenta la corriente de excitación I_{fe} , tratando de mantener constante la tensión U_L . Esto conlleva a que E'_q se estabilice en un intervalo aún más grande de tiempo (fig. 7.12). Debido a que, como regla, todos los generadores del sistema están equipados con reguladores de excitación, entonces durante el análisis preliminar del carácter de las perturbaciones grandes y cálculos aproximados de estabilidad dinámica, con fundamento completo se puede considerar $E'_q = \text{const}$.

8. Un análisis cualitativo de los procesos transitorios se puede llevar a cabo a base de un supuesto aún menos preciso, tomando la f.e.m. E' que varía en el momento de la conmutación (véanse figs. 7.9, 7.12, a) como una magnitud constante: $E' \approx \text{const}$.

En la fig. 7.12, b se muestran las variaciones típicas del ángulo durante oscilaciones que se aproximan al límite de estabilidad. La variación de δ' da una idea suficiente acerca del comportamiento del sistema estudiado. Sin embargo, en las cercanías del límite de estabilidad (fig. 7.12, c) el cálculo de δ' partiendo de la condición $E' = \text{const}$ comúnmente da un resultado incorrecto (estabilidad en vez de inestabilidad), es más, en este caso hasta cálculos más exactos no son del todo determinados, dando diferentes resultados incluso con variación pequeña de los parámetros iniciales (curvas δ_1 y δ_2 en la fig. 7.12, c).

Durante el análisis de los procesos transitorios en la mayoría de los casos se toma el supuesto de que la potencia y el momento de rotación, expresados por unidad, son iguales entre sí. Esto significa suponer que la variación de la velocidad durante todo el tiempo del proceso analizado es significativamente menor que la velocidad de

sincronismo, pero al mismo tiempo es tan grande, que el generador puede salir del sincronismo. Se sobreentiende que dicho supuesto, el cual facilita el análisis, no es obligatorio y el cálculo se puede llevar a cabo hallando el momento de rotación como $M = P/(\omega_0 + d\delta/dt)$. Debido a que $d\delta/dt$ de antemano no es conocido, entonces es necesario emplear las aproximaciones sucesivas y realizar el cálculo por medio de intervalos sucesivos.

Al grupo de fenómenos arriba analizados:

— pertenecen los procesos relacionados con oscilaciones grandes de los generadores o su salida del sincronismo, pero a la vez las ecuaciones formadas van a ser correctas sólo para el tiempo durante el cual el generador no sale evidentemente del sincronismo y su velocidad relativa $\Delta\omega$ no se hace conmensurable con la velocidad sincrónica;

— no pertenecen los procesos que transcurren después de la salida del sincronismo (en la marcha asincrónica), durante la aceleración del generador desde el estado inmóvil hasta la velocidad sincrónica, los procesos en un generador que se está deteniendo o acelerando por acción de un momento de rotación excesivo. Estos procesos se analizan con ayuda de otros métodos, los cuales suponen que el exceso de la potencia y del momento de rotación numéricamente son desiguales.

7.2. Resolución numérica de la ecuación de movimiento relativo por el método de intervalos sucesivos

En el cap. 6 ya se indicó que el método general para resolver los problemas que requieren establecer el carácter del movimiento relativo del rotor de uno o varios generadores es el método ya bien desarrollado en las matemáticas de integración numérica de las ecuaciones diferenciales. En la práctica de los cálculos de ingeniería con frecuencia se emplean sus modificaciones simplificadas, por ejemplo, el método de los intervalos sucesivos *). Este método, suficientemente satisfactorio en los cálculos de los problemas de ingeniería en los cuales puede limitarse a una característica general del proceso, tiene una serie de insuficiencias que se eliminan empleando los ordenadores modernos. Así, se puede prever un control del error y una variación automática del paso de integración cuando la exactitud se hace menor que la dada. Asimilando un método sencillo, el ingeniero puede dominar también métodos de cálculo más perfeccionados.

Argumentación elemental del método de intervalos sucesivos. Este método se emplea directamente para el estudio del sistema eléctrico de potencia más sencillo. La ecuación del movimiento relativo de una máquina sincrónica en el caso del desbalance del momento de la turbina y el momento electromagnético se puede escribir en la siguiente forma (cap. 4):

$$\alpha = 360f_0 \Delta M/T_J = d^2\delta/dt^2,$$

donde $\Delta M = M_{mec} - M$.

Además, no se hacen ningunas limitaciones con respecto a las fórmulas de los momentos M_{mec} y M , los cuales pueden depender no sólo de la variación del ángulo δ (fig. 7.13). De esta manera, se tiene la posibilidad de extender las fórmulas de cálculo obtenidas a otros sistemas por complejos que sean. La solución de la ecuación diferencial arriba escrita significa la determinación de la dependencia $\delta = f(t)$.

*) El método de los intervalos sucesivos, que se emplea en los problemas de la electroenergética, da para los primeros ciclos de oscilación prácticamente la misma exactitud de cálculo que el método de integración numérica de Runge—Kutta (más detalladamente sobre la exactitud de la integración numérica véase Apéndice 2).

En los cálculos del movimiento relativo que transcurre con una velocidad mucho menor que la sincrónica, de manera aproximada se toma que la potencia es numéricamente igual al momento *):

$$\alpha = 360f_0 \Delta P / T_J. \quad (7.1)$$

Comúnmente este supuesto conlleva sólo a un error insignificante. No obstante si

$$\Delta\omega_* = \frac{1}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt} 100 \geq 2,0 \dots 3,0\%,$$

entonces en algunos casos (en los estudios de los sistemas en las cercanías de límite de estabilidad, inercias pequeñas de las máquinas, etc.), cuando el error puede resultar significativo, en vez de (7.1) es necesario resolver la ecuación

$$\alpha = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \left(360f_0 \frac{\Delta P}{1 + \frac{d\delta}{dt} \frac{1}{\omega_0}} \right) / T_J. \quad (7.2)$$

Para argumentar el método de los intervalos sucesivos se supone que el problema planteado ya está resuelto y las dependencias a determinar ya están cons-

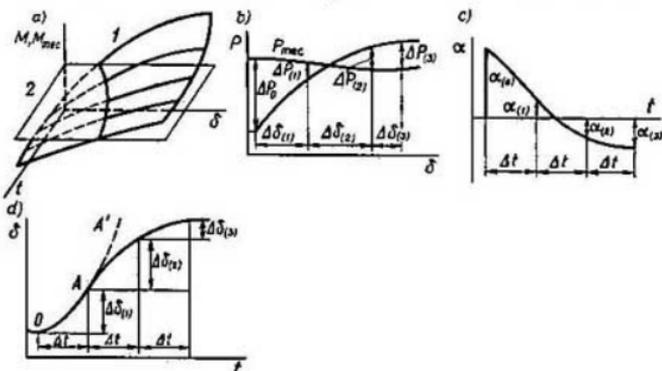


Fig. 7.13. Variación de los parámetros del régimen del generador después de una perturbación en el sistema (cc):

a, dependencia de los momentos con respecto al ángulo y al tiempo: 1, curva del momento electromagnético del generador obtenida para una f.e.m. que varía en el tiempo y se expresa por la superficie $M = \psi(\delta, t)$; 2, curva del momento mecánico $M_{mec} = \varphi(t)$; b, incremento de la potencia durante la variación del ángulo; c, variación de la aceleración $\alpha = f(t)$; $\alpha_{(1)}$, aceleración al comienzo del primer intervalo; $\alpha_{(2)}$, lo mismo al final del primero y comienzo del segundo intervalo; $\alpha_{(3)}$, lo mismo al final del segundo y comienzo del tercer intervalo; d, variación del ángulo $\delta = f(t)$; $OA A'$, variación del ángulo cuando $\alpha = \alpha_0 = \text{const}$; OA , lo mismo para el primer intervalo (incremento $\Delta\delta_{(1)}$)

truidas en la fig. 7.13, b, c, d. Devidamos todo el proceso en pequeños intervalos de tiempo Δt y vamos a analizarlo sucesivamente de intervalo a intervalo. Eligiendo intervalos iguales de tiempo (fig. 7.13, c), evidentemente vamos a tener intervalos desiguales del ángulo (fig. 7.13, b). Cada intervalo se puede caracterizar por unos valores iniciales y finales de la velocidad, ángulo, aceleración y valores

*) En esta ecuación el tiempo se expresa en segundos: $[t] = [T_J] = s$; el ángulo, en grados: $[\delta] = \text{grados}$; entonces $[\alpha] = \text{grad/s}^2$; $[f_0] = \text{Hz}$. El valor del momento (o la potencia) en dicha ecuación se expresa por unidad (p.u.).

medios de la aceleración y la velocidad que existen en dicho intervalo. Los valores iniciales de dichas magnitudes en los intervalos sucesivos van a ser los finales en los anteriores. Elijamos el intervalo tan pequeño, que en todo su transcurso se pueda considerar la aceleración como constante. En la práctica, para los cálculos de los sistemas modernos de gran potencia se elige un intervalo $\Delta t = 0,02 \dots 0,05$ s. El resultado más exacto, por supuesto, se obtiene para el intervalo menor (fig. 7.14), que debe elegirse tanto menor cuanto menores sean las constantes de tiempo. Para un intervalo aún menor el error de cálculo en cada intervalo será menor, pero, debido a que el número de intervalos necesarios para la solución crece, aumenta también la duración del cálculo y el error de redondeo (véase Apéndice 2).

En el primer intervalo la velocidad inicial es igual a cero y a una aceleración constante α_0 (véase fig. 7.13, c) la variación del ángulo va a transcurrir conforme a la ley del movimiento uniformemente acelerado. El incremento del ángulo al final del intervalo es

$$\Delta\delta_{(1)} = 0,5\alpha_{(0)} \Delta t^2 = 0,5 \cdot 360f_0 (\Delta P_{(0)}/T_J) \Delta t^2. \quad (7.3)$$

La potencia y su incremento ΔP varían con variaciones del ángulo y el tiempo. Sabiendo que el tiempo varió en Δt , y el ángulo en $\delta_{(1)}$, se puede determinar $\Delta P_{(1)}$, o sea, el desbalance de la potencia al final del primer intervalo o, lo que es lo mismo, en el comienzo del segundo. Por medio del incremento de la potencia se puede determinar la aceleración

$$\alpha_{(1)} = (\Delta P_{(1)}/T_J) 360f_0.$$

En el segundo intervalo la variación del ángulo depende de la velocidad angular $\Delta\omega_{(1)}$ que obtuvo el rotor en el primer intervalo, y de la aceleración $\alpha_{(1)}$ que tiene lugar al comienzo del segundo intervalo y que está condicionada por la potencia excedente $\Delta P_{(1)}$. El incremento del ángulo en el segundo intervalo es

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\omega_{(1)} \Delta t + 0,5\alpha_{(1)} \Delta t^2. \quad (7.4)$$

El valor de la velocidad durante todo el primer intervalo no es constante. Determinemos su incremento por medio de la aceleración media:

$$\Delta\omega_{(1)} = 0,5(\alpha_{(0)} + \alpha_{(1)})\Delta t.$$

Sustituyendo este valor en (7.4), tendremos

$$\Delta\delta_{(2)} = 0,5\alpha_{(0)} \Delta t^2 + \alpha_{(1)} \Delta t^2,$$

o teniendo en cuenta (7.3)

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\delta_{(1)} + \alpha_{(1)} \Delta t^2.$$

De una manera similar se puede obtener la expresión para el incremento del ángulo en el tercero, cuarto y cualquier intervalo subsiguiente. Expresando la aceleración a través de la potencia y pasando a la expresión del tiempo (y de la

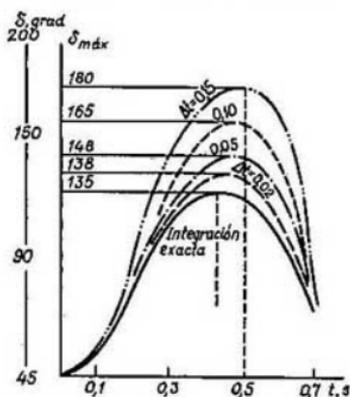


Fig. 7.14. Influencia del intervalo de cálculo en el valor máximo del ángulo δ en la primera oscilación

constante de inercia) en segundos y del ángulo en grados, tendremos

$$\left. \begin{aligned} \Delta\delta_{(1)} &= K0,5\Delta P_{(0)}; & \Delta\delta_{(2)} &= \Delta\delta_{(1)} + K\Delta P_{(1)}; \\ \Delta\delta_{(n)} &= \Delta\delta_{(n-1)} + K\Delta P_{(n-1)} \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

donde $K = (360f_0/T_J) \Delta t^2$.

Durante la variación posterior del régimen del sistema, por ejemplo la desconexión de una parte de los generadores, avería de la línea, etc., cuando la potencia excedente ΔP_{n-1} varía inesperadamente hasta el valor $\Delta P'_{(n-1)}$ (fig. 7.15), el incremento del ángulo en el n -ésimo intervalo es

$$\Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} + K0,5 (\Delta P_{(n-1)} + \Delta P'_{(n-1)}). \quad (7.6)$$

Variación del intervalo. En el proceso de cálculo del proceso transitorio a veces es cómodo variar el intervalo de cálculo Δt . Por ejemplo, en aquellas partes del proceso, donde tienen lugar

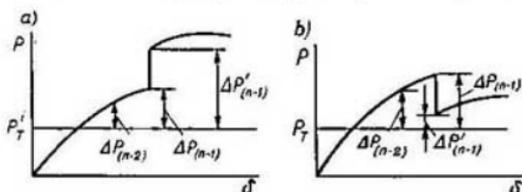


Fig. 7.15. Variación del régimen del sistema mediante un salto:
a, b, aumento y disminución de la potencia, respectivamente

cambios bruscos de cualesquiera de los parámetros del régimen, es racional elegir un intervalo menor; también donde se sabe de antemano que la variación tiene un carácter monótono, pasar a un intervalo mayor. El incremento del ángulo en un intervalo que se varía es

$$\Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} + K\Delta K [\Delta P_{(n-2)} (1 - K_{\Delta}) + \Delta P_{(n-1)} (1 + 3K_{\Delta})] / (4K_{\Delta}), \quad (7.7)$$

donde $K_{\Delta} = \Delta t (\text{nuevo}) / \Delta t (\text{viejo})$.

En el caso cuando la variación del intervalo de cálculo sucede al mismo tiempo que la variación del régimen (lo cual a veces es racional) la fórmula (7.7) toma la forma:

$$\Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} K_{\Delta} + K [\Delta P_{(n-2)} (1 - K_{\Delta}) + \Delta P_{(n-1)} (1 + K_{\Delta}) + 2 \Delta P'_{(n-1)} K_{\Delta}] / (4K_{\Delta}). \quad (7.8)$$

Los valores de las potencias P y ΔP , que figuran en el método de los intervalos sucesivos, se determinan conforme al circuito equivalente del sistema analizado y a los supuestos referentes al transcurso de los procesos transitorios electromagnéticos. En un enfoque simplificado, cuando los procesos transitorios electromagnéticos y la acción de los reguladores de excitación no se tienen en cuenta, la potencia se determina para $E'_q = \text{const}$.

Al tomar en consideración los procesos transitorios electromagnéticos que aparecen a causa de la variación de los parámetros del sistema o de la acción de los reguladores automáticos de excitación de los generadores, a la ecuación diferencial del estado electromecánico de cada planta del sistema analizado se le agregan las ecuaciones diferenciales de su estado electromagnético, que dan las relaciones entre la f.e.m. transitoria E'_q y la f.e.m. E_q o bien E_Q y el desplazamiento de los vectores de dichas f.e.m. con relación a las f.e.m. de las otras centrales del sistema (ángulos $\delta_{12}, \dots, \delta_{1n}$).

Cálculos en que se tienen en cuenta los procesos transitorios electromagnéticos. Sea una central que se enlaza con unas barras de tensión constante por medio de una red. En lo referente a la complejidad de la red que enlaza el generador y el sistema receptor no vamos a hacer limitaciones, suponiendo que en ella puede haber cualquier cantidad de cargas representadas por las impedancias constantes

Z_{C_1}, \dots, Z_{C_n} y cualquier número de líneas de transmisión y transformadores, representados por sus correspondientes circuitos equivalentes.

La acción de los reguladores de excitación la reflejaremos de manera simplificada considerando que *la variación de la corriente de excitación, condicionada por la acción del regulador, transcurre en forma exponencial y se revela con cierto retraso de tiempo después del cortocircuito*. En los cálculos, las variaciones del régimen que tienen que ver con la aparición de un cortocircuito y su desconexión, se van a caracterizar por el cambio de las impedancias propias y mutuas que causa las alteraciones de la corriente del estator y la f.e.m. E_q . De acuerdo a los supuestos hechos anteriormente, estas magnitudes varían en forma de salto.

Básándonos en el diagrama vectorial para una máquina con rotor liso (véase cap. 4) escribimos:

$$E_q = E'_q + I_d (x_d - x'_d); \quad (7.9)$$

$$I_d = E_q y_{11} \cos \alpha_{11} - U y_{12} \cos (\delta - \alpha_{12}). \quad (7.10)$$

Sustituyendo (7.10) en (7.9), obtenemos

$$E_q = [E'_q - U y_{12} (x_d - x'_d) \cos (\delta - \alpha_{12})] / [1 - y_{11} (x_d - x'_d) \cos \alpha_{11}]. \quad (7.11)$$

La ecuación (7.11) que enlaza las f.e.m. E_q , E'_q y el ángulo δ es correcta en cualquier momento del proceso. La ecuación diferencial *) que enlaza la variación de las f.e.m. E'_q , E_q y E_{qe} causada por la acción del excitador (la f.e.m. del régimen permanente) se escribe de la forma

$$E_{qe} = E_q + T_{d0} dE'_q/dt. \quad (7.12)$$

La ecuación (7.12) resuelta en diferencias finitas permite hallar el cambio de la f.e.m. E'_q en el intervalo de tiempo Δt en un cálculo por medio del método de intervalos sucesivos:

$$\Delta E'_q = (E_{qe} - E_q) \Delta t / T_{d0}. \quad (7.13)$$

Además, los valores de E_{qe} se toman como los valores medios en el intervalo de tiempo dado y se determinan conforme a las curvas que corresponden a la variación dada de la tensión de la excitatriz.

En el transcurso del intervalo de tiempo Δt varían también la f.e.m. E_q y el ángulo δ . El cambio del ángulo se calcula por el método anteriormente descrito.

La variación de la f.e.m. E_q durante el intervalo Δt está relacionada con el atenuamiento de las corrientes libres que aparecieron en el momento de la alteración del régimen y con el surgimiento de corrientes inducidas con la variación del ángulo. El valor de E_q al comienzo del siguiente intervalo de tiempo se determina conforme a (7.11). Los valores de la f.e.m. E'_q y del ángulo δ que se incluyen en dicha ecuación deben tomarse correspondientes al comienzo del intervalo.

Algoritmo de cálculo del proceso transitorio. Analicemos el algoritmo de cálculo de un proceso transitorio para una máquina de polos no salientes teniendo en cuenta de manera más simple la regulación automática de la excitación. El cálculo se lleva a cabo en el siguiente orden:

1. En el régimen inicial se calculan los valores de la potencia P_0 , el ángulo δ_0 , la f.e.m. transitoria E'_{q0} , la f.e.m. E_{q0} y la tensión del excitador U_f que le corresponde a ella.

2. Se determinan las admitancias propias y mutuas para los regímenes de avería y posterior a la avería con la particularidad de que para los generadores de el circuito equivalente se toma la reactancia sincrónica.

*) Esta ecuación diferencial es conocida de [2, 4].

3. De acuerdo con las características de los reguladores y de las excitatrices se construyen las dependencias entre la variación de la tensión U_f en los bornes de la excitatriz y sus correspondientes valores de la f.e.m. E_{qe} (las curvas se diferencian sólo por las escalas). Estas curvas deben ser construidas de dos tipos: para las condiciones cuando la tensión en las barras del generador U_G (o en otro punto del sistema al que está conectado el regulador de excitación) es menor que la normal (E_{qe} crece en forma exponencial), y para las condiciones cuando la tensión U_G es igual o mayor que la normal (E_{qe} decrece). De esta manera, para determinar U_f y E_{qe} es necesario conocer la tensión U_G que se halla en el proceso de cálculo. Si nos interesa sólo la primera salida del ángulo, probando la presencia de estabilidad del sistema, entonces con frecuencia no se controla U_G , suponiendo que todo el tiempo durante el cortocircuito y después de su desconexión tiene lugar el aumento de E_{qe} . Por supuesto estos cálculos tienen cierto carácter algo convencional.

4. De la ecuación (7.11) se determinan los valores de la f.e.m. E_q para el primer momento de perturbación del régimen de operación. En este caso los valores de E'_q y δ se toman los mismos que en régimen inicial (normal) ($E'_q = E'_{q0}$; $\delta = \delta_0$), y los valores de las admitancias propias y mutuas, los correspondientes al circuito del régimen de avería:

$$E_{q(0)} = [E'_{q0} - U y_{12} (x_d - x'_d) \cos(\delta_0 - \alpha_{12})] / [1 - y_{11} (x_d - x'_d) \cos \alpha_{11}].$$

5. De acuerdo a (7.13) se halla la variación de la f.e.m. transitoria en el transcurso del primer intervalo de cálculo:

$$\Delta E'_{q(1)} = (E_{qe(1)} - E_{q(0)}) \Delta t / T_{d0},$$

donde $E_{qe(1)}$ es el valor medio de E_{qe} en el intervalo de tiempo dado.

Cuando no hay regulación de la excitación, para todos los intervalos se toma $E_{qe} = E_{q0}$.

6. Se determina el valor de E'_q al final del intervalo dado y al comienzo del siguiente:

$$E'_{q(1)} = E'_{q(0)} + \Delta E'_{q(1)}.$$

7. Se determina la potencia activa del generador al comienzo del intervalo dado:

$$P_{(0)} = E'_{q(0)} y_{11} \sin \alpha_{11} + E_{q(0)} U y_{12} \sin(\delta_0 - \alpha_{12}).$$

8. Se halla el desbalance entre las potencias mecánica y eléctrica $\Delta P_{(0)}$ del generador. Para esto se puede no tener en cuenta la acción de los reguladores de velocidad, considerando que, siendo pequeñas las variaciones de la velocidad, su influencia es insignificante. No obstante, durante una variación notoria de la velocidad (más del 1,5–2%) y un proceso transitorio duradero es necesario tener en cuenta el cambio de la potencia por influencia del regulador de velocidad:

$$\Delta P_{p(n)} = \frac{P_{T, \text{nom}}}{\sigma T_s} \frac{\Delta \delta(n)}{360 f_0} \left(1 + \frac{\Delta \delta(n)}{\Delta t \omega_0} \right) - \frac{\Delta t \beta}{T_s} P_{p(n-1)} \frac{1 + \Delta \delta(n) / (\Delta t \omega_0)}{1 + \Delta \delta(n-1) / (\Delta t \omega_0)}. \quad (7.14)$$

La ecuación (7.14) define la variación (incremento) de la potencia de la turbina *) en el n -ésimo intervalo de tiempo por acción del sistema de regulación en

*) Al calcular el incremento de la potencia de la turbina se puede tener en cuenta no sólo la variación del régimen en el intervalo anterior, sino que también el cambio medio de la potencia en el n -ésimo intervalo de tiempo analizado, precisando de esta forma el cálculo conforme a la ecuación (7.14).

dependencia de la potencia en el intervalo anterior *):

$$\frac{\Delta P_{p(n)}}{\Delta t [1 + \Delta \delta_{(n)} / (\Delta t \omega_0)]} = \frac{P_{T, \text{nom}} \Delta \delta_{(n)}}{\sigma T_s 360 f_0 \Delta t} - \frac{\beta P_{p(n \text{ med})}}{T_s [1 + \Delta \delta_{(n \text{ med})} / (\Delta t \omega_0)]}, \quad (7.15)$$

donde

$$\frac{P_{p(n \text{ med})}}{1 + \Delta \delta_{(n \text{ med})} / (\Delta t \omega_0)} = \frac{P_{p(n-1)}}{1 + \Delta \delta_{(n-1)} / (\Delta t \omega_0)} + \frac{\Delta P_{p(n)}}{2 [1 + \Delta \delta_{(n)} / (\Delta t \omega_0)]}. \quad (7.16)$$

Para valores lo suficientemente pequeños de los intervalos de tiempo las precisiones obtenidas del cálculo según (7.16) son pequeñas.

Cabe notar que al considerar los procesos de una manera más completa que en las fórmulas aproximadas (7.14) y (7.16) y analizar mayor cantidad de factores, el método de cálculo queda igual que antes.

9. Se determina el incremento del ángulo en el intervalo dado de acuerdo a (7.5):

—para el primer intervalo

$$\Delta \delta_{(1)} = K \Delta P_{\phi} / 2;$$

—para los siguientes intervalos

$$\Delta \delta_{(n)} = \Delta \delta_{(n-1)} + K \Delta P_{(n-1)},$$

donde $K = 360 f_0 \Delta t^2 / T_s$;

—para el intervalo al comienzo del cual se desconecta la falla, conforme a (7.6)

$$\Delta \delta_{(n)} = \Delta \delta_{(n-1)} + K 0,5 (\Delta P_{(n-1)} + \Delta P'_{(n-1)}),$$

donde $\Delta P_{(n-1)}$ es el exceso de la potencia hasta la desconexión de la falla; $\Delta P'_{(n-1)}$ es lo mismo después de desconectar la falla.

10. Se halla el ángulo al comienzo del siguiente intervalo de tiempo:

$$\delta_{(1)} = \delta_0 + \Delta \delta_{(1)}.$$

De esta manera, se obtienen los valores de la f.e.m. E'_q detrás de la reactancia transitoria y del ángulo δ al comienzo del siguiente intervalo. Por medio de estos valores se puede hallar de nuevo la f.e.m. E_q (véase más arriba) y repetir el cálculo para un nuevo intervalo. Todas las fórmulas, a excepción de la de variación del ángulo, quedan invariables, cambia sólo el índice del intervalo. Las ecuaciones de variación del ángulo en los subsiguientes intervalos (a excepción del primero) son un poco diferentes de las indicadas. La forma de las ecuaciones restantes durante la desconexión de la falla queda invariable, varían sólo las impedancias propias y mutuas.

Los cálculos para establecer el carácter del proceso transitorio requieren mucho trabajo y gran cantidad de operaciones iguales. Por eso, para su tipificación el orden de cálculo, arriba descrito con palabras, se presenta comúnmente, en forma de un algoritmo (programa) que contiene las expresiones para el cálculo y el orden de las operaciones que prevén la automatización del cálculo (tabla 7.1). Así, en la tabla se indica sobre los números de qué líneas se deben realizar unas u otras operaciones. Las letras «ant» indican que el número debe ser tomado de la línea correspondiente del intervalo anterior. Los coeficientes que no varían en el cálculo del régimen dado (por ejemplo, de avería, posterior a la avería), se

*) En la ecuación (7.14) T_s es una constante equivalente que refleja la inercia del portador de la energía (en dependencia de los volúmenes de vapor, etc.), sus valores numéricos pueden ser distintos en función de la estructura de la unidad, del regulador, condiciones de regulación (desde 0,5 hasta 5—8 s).

Tabla 7.1

Número de la operación	Expresiones de cálculo	Programa de los cálculos básicos
1	Número del intervalo	1 ant + 1
2	t , tiempo, s	2 ant + Δt
3	δ , ángulo, grad	3 ant + 19 ant
4	E_q	4 ant - 12 ant
5	$\delta - \alpha_{12}$	*3* - α_{12}
6	$\cos(\delta - \alpha_{12})$	cos *5*
7	$A \cos(\delta - \alpha_{12})$	$A \times$ *6*
8	$E'_q - A \cos(\delta - \alpha_{12})$	*4* - *7*
9	$E_q = [E'_q - A \cos(\delta - \alpha_{12})] B$	$B \times$ *8*
10	E_{qe} conforme a la característica $\varphi(t)$ o de acuerdo a un programa adicional	E_{qe}
11	$E_{qe} - E_q$	*10* - *9*
12	$\Delta E'_q = K_t (E_{qe} - E_q)$	$K_t \times$ *11*
13	$\text{sen}(\delta - \alpha_{12})$	sen *5*
14	$E_q C \text{sen}(\delta - \alpha_{12})$	$C \times$ *9* \times *13*
15	$E_q^2 D$	[*9*] ² \times D
16	$P_1 = E_q C \text{sen}(\delta - \alpha_{12}) + E_q^2 D$	*14* + *15*
17	$\Delta P = P_T - P_1$	$P_T -$ *16*
18	$K \Delta P$	$K \times$ *17*
19	$\Delta \delta$	*19* ant + *18*

Observaciones: 1. Los coeficientes tienen las siguientes expresiones:

$$A = U(x_d - x_d') v_{12}, \quad B = 1/[1 - v_{11}(x_d - x_d') \cos \alpha_{11}]; \quad K_t = \Delta t / T_{d0}; \quad C = U v_{12};$$

$$K = 18\,000 \Delta t^2 / T_j; \quad D = v_{11} \text{sen} \alpha_{11};$$

$P_T = P_{10}$ conforme a la característica $\psi(db/dt)$ o según un subprograma adicional.

2. Una máquina de polos salientes con la regulación automática de excitación más sencilla. Cuando las reactancias sincrónicas por el eje directo y de cuadratura no son iguales, el cálculo se complica. En tal caso la máquina no puede representarse por un circuito equivalente. Comúnmente, en vez de una máquina real se analiza una ficticia con reactancias iguales por los ejes directo y de cuadratura e iguales a la reactancia por el eje de cuadratura x_q . La t.c.m. de dicha máquina ficticia se va a representar por medio del vector E'_q , el cual coincide con la dirección de E_q . Entonces se pueden determinar las reactancias propias y las dependencias entre las corrientes y las tensiones del mismo modo como se hizo para la máquina de polos no salientes.

calculan por medio de las fórmulas presentadas en el transcurso del cálculo. Cabe notar que la tabla es la de partida en la construcción del programa para el ordenador.

Precisión al tener en cuenta los procesos transitorios en los reguladores de velocidad y excitación. Las constantes de tiempo de los diferentes elementos del regulador son mucho menores que las constantes de tiempo de los elementos fundamentales que toman parte en el proceso transitorio (T_{d0} , T_A y otras). Los valores pequeños de las constantes de tiempo de los dispositivos de regulación exigen la disminución del intervalo de tiempo de cálculo. El cálculo de los procesos transitorios en un sistema complejo, en el que se tiene en cuenta la influencia de los reguladores instalados en cada central, es muy trabajoso. Para simplificarlo sin disminuir la exactitud y sin pasar a intervalos muy pequeños, los tramos de las características de los reguladores se pueden sustituir por características lineales.

El sistema de ecuaciones del proceso transitorio en el regulador, comúnmente, puede escribirse de la forma

$$D(p)y = F(p)x, \quad (7.17)$$

donde $D(p)$ y $F(p)$ son las funciones del operador p ; y , x son las magnitudes del operador a la salida y a la entrada, respectivamente.

Considerando que $F(p)x = a$ es constante en cada intervalo de cálculo, representemos el segundo miembro de (7.17) por una función escalonada así como se muestra en la fig. 7.16. Entonces para la función de tiempo $U(t)$ a la salida del regulador en cada intervalo vamos a tener

$$U_n = U_0 + \Delta a_1 g(t)_{t=n\Delta t} + \Delta a_2 g(t)_{t=2\Delta t} + \dots + \Delta a_{n-1} g(t)_{t=(n-1)\Delta t} + \Delta a_n g(t)_{t=n\Delta t}.$$

Aquí $g(t)$ refleja en el tiempo la relación operacional

$$D(p)y = -1. \quad (7.18)$$

La característica $g(t)$, calculada de antemano, permite en adelante determinar la coordenada u_n en cada intervalo.

Cuando $D(p) = Tp + 1$ la resolución de la ecuación (7.18) tiene la forma

$$g(t) = (1 - e^{-t/T}).$$

En este caso para hallar la magnitud de salida del regulador en vez de la expresión (7.17) se puede escribir la expresión

$$U_n = U_{n-1} + (a_n - U_{n-1})(1 - e^{-\Delta t/T}). \quad (7.19)$$

donde $a_n = U_0 + \sum_{i=1}^n \Delta a_i$.

Las expresiones de la forma (7.17) y (7.18) son correctas sólo para las secciones lineales de las características de los elementos de los reguladores. En los sistemas de regulación pueden existir diferentes no linealidades (características de la excitatriz, limitaciones en apertura de las ventanas de la válvula distribuidora, juegos, etc.). Algunas de ellas se muestran en la fig. 7.17. A veces, para reflejar la no linealidad en el control del proceso transitorio, se introduce el coeficiente de amplificación (ganancia), determinado

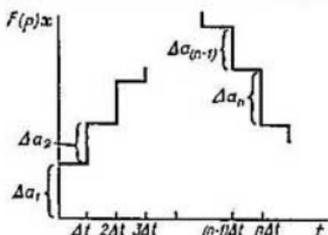


Fig. 7.16. Aproximación de la función $F(p)x$ por una curva escalonada

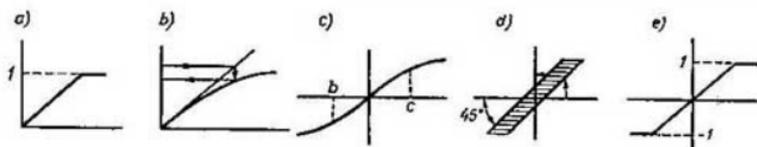


Fig. 7.17. Curvas no lineales:

a, lineal con una limitación; b, no lineal tipo saturación; c, no lineal con un segmento lineal (b, c); d, con juego; e, lineal con limitaciones

según la parte lineal de la característica. Sin embargo, las magnitudes obtenidas a la salida se corrigen teniendo en cuenta la no linealidad. En la mayoría de los casos para tomar en consideración la no linealidad se tiene que variar las ecuaciones del proceso transitorio.

Control del cálculo realizado por medio de los intervalos sucesivos mediante el método de áreas. El empleo del método de las áreas en muchos casos prácticos importantes es limitado. Así, por ejemplo, en los cálculos de los sistemas sencillos («central—barras»), en los que se toma en consideración la variación de la reacción del inducido (E_q es variable) y de la acción de los dispositivos de regulación o el amortiguamiento, así como también en los cálculos de los sistemas complejos que se componen de más de dos centrales, el método de las áreas no se puede emplear como un método de cálculo independiente, ya que las f.e.m. o las potencias mecánicas no son constantes y su variación no se conoce de antemano. Sin embargo, el método de las áreas en esos casos se puede emplear como complementario para el análisis o prueba de los cálculos realizados.

Empiezo del método de las áreas para el control de los cálculos. En cada semiciclo de las variaciones del ángulo relativo $\delta = f(t)$, o sea en el proceso de variación del ángulo desde el mínimo hasta el máximo, si el sistema se analiza como conservador, entonces

$$\int \Delta P d\delta = 0$$

o bien

$$\int \Delta P_{\text{acel}} d\delta = \int \Delta P_{\text{fren}} d\delta.$$

En la fig. 7.18 se muestran las dependencias para dos casos. El caso mostrado en la fig. 7.18, a se refiere al sistema compuesto de dos centrales en el cual sucedió un cortocircuito.

Después de su desconexión, cuando $\delta_{12} = 40^\circ$, la aceleración cambia por el frenado. En la fig. 7.18, b se aducen dependencias similares trazadas para un semiciclo de oscilaciones del rotor de la primera central con relación al rotor de la tercera central, en un sistema de tres centrales.

En ambos casos el trazado hecho es un control del cálculo, el cual comprueba que dicho cálculo es correcto en el caso de que A_1 y A_2 sean iguales. Por supuesto, en el caso de un sistema disipativo esta igualdad va a ser aproximada y el valor de A_2 será algo menor que el de A_1 .

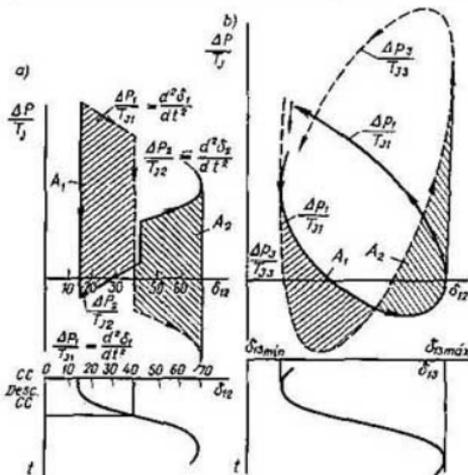


Fig. 7.18. Empleo del método de las áreas para verificar los cálculos que establecen la dependencia $\delta = f(t)$:

a, áreas de aceleración y frenado en el primer semiciclo de oscilaciones durante un cortocircuito y su desconexión; b, áreas de aceleración y frenado trazadas para verificar si es correcto el cálculo de la aceleración relativa de la primera y tercera centrales en un sistema complejo; se expone el caso de variación del ángulo desde el valor mínimo hasta el máximo

7.3. Evaluación de los pasos dinámicos más típicos (variaciones del régimen)

La metodología de cálculo del proceso transitorio basada en la integración numérica de las ecuaciones del movimiento relativo (véase parágrafo 7.2), que con ciertas modificaciones es aplicable prácticamente a todos los problemas ingenieriles de la dinámica de los sistemas eléctricos de potencia, carece de claridad. Por eso, más adelante ciertos pasos dinámicos típicos se analizan en forma estilizada, para conservar así un cuadro general del

fenómeno, obtener las características fundamentales de los procesos, concretizándolas cuando sea necesario por medio de la integración numérica.

Influencia del amortiguamiento en los procesos transitorios. Al surgir un movimiento relativo en el rotor del generador, cuya velocidad, siendo pequeña, difiere de la sincrónica ($\omega_0 \pm d\delta/dt$), en el generador aparecen pérdidas adicionales de la potencia relacionadas con las pérdidas por fricción, histéresis y corrientes parásitas. El desplazamiento del campo del rotor con relación al campo del estator conlleva a que aparezca un momento asincrónico. En la primera aproximación al comienzo del proceso (primer ciclo de oscilaciones) se puede tomar que dichas pérdidas adicionales son proporcionales al deslizamiento y se pueden determinar como $P_{d1}s$. El coeficiente P_{d1} que refleja dichas pérdidas, siempre es positivo y la potencia $P_{d1}s$ va a ser positiva cuando $s > 0$, o sea, cuando, al aumentarse la velocidad del rotor, ésta se hace mayor que la sincrónica*). Esta potencia, siendo una carga adicional para el generador, efectúa un amortiguamiento positivo que

*) En las anteriores ediciones del libro (y en otra serie de libros) la velocidad mayor que la sincrónica se tomaba como negativa.

garantiza el atenuamiento de las oscilaciones (véase Apéndice 4). Los reguladores de excitación, frecuencia, los que reaccionan a la variación de la frecuencia, pueden crear un amortiguamiento tanto positivo ($+P_{d2}$), como negativo (para un ajuste inadecuado) de impulsión ($-P_{d2}$). La presencia de resistencias grandes en el circuito del estator también puede causar un amortiguamiento negativo ($-P_{d3}$). Esto, de manera muy aproximada, *) puede explicarse por la disminución en ΔP_s de la potencia consumida en el sistema durante el aumento de ω en $\Delta\omega = -d\delta/dt$ y el crecimiento correspondiente de las reactancias. Este fenómeno es especialmente notorio para los hidrogenadores, cuyos valores de P_{d3} pueden resultar

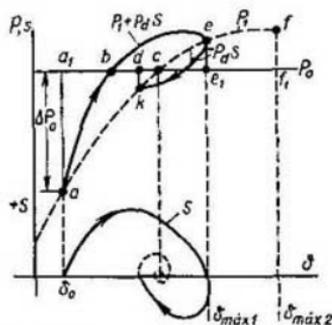


Fig. 7.19. Movimiento cuando el amortiguamiento es positivo

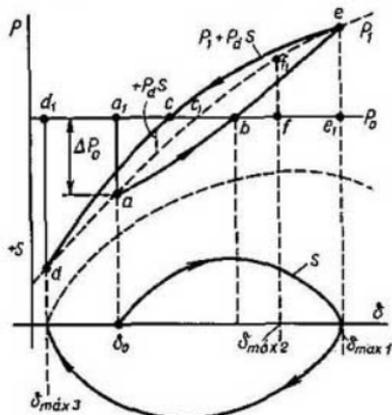


Fig. 7.20. Movimiento cuando el amortiguamiento es negativo

mayores que P_{d1} en caso de cargas pequeñas. Por consiguiente, el amortiguamiento resultante va a ser determinado por el coeficiente $P_d = P_{d1} \pm P_{d2} - P_{d3}$. La mayoría de las veces éste es positivo, ya que P_{d2} comúnmente es positivo, y $P_{d3} < P_{d1}$. Partiendo de estas tesis se podría ampliar la metodología de cálculo por medio de los intervalos sucesivos, agregando en cada uno de ellos el valor de $P_d \Delta\delta_{n-1}/\Delta t$ a la magnitud $\Delta P_{(n-1)}$. Para un análisis cualitativo del efecto de amortiguamiento empleemos la característica simplificada de la potencia

$$P = P_{11} + (EU/x) \operatorname{sen} \delta + P_{dS}. \quad (7.20)$$

Analicemos el caso cuando $P_{dS} > 0$. Supongamos que el movimiento del rotor comienza con las características de la potencia correspondientes al punto *a* en la fig. 7.19. El movimiento aparece bajo la influencia del momento excedente ΔP_0 . El punto que caracteriza la posición del rotor no se va a desplazar por la curva intermitente *akcef* que representa la dependencia $P_1 = P_{11} + (EU/x) \operatorname{sen} \delta$, sino por la curva gruesa $P_1 + P_{dS}$, o sea por la curva *abe*. Esta última va a pasar por arriba de la curva P_1 cuando el deslizamiento sea positivo (la velocidad es mayor que la sincrónica), o sea cuando aumenta el ángulo δ , y por debajo cuando el deslizamiento sea negativo, es decir cuando disminuye el ángulo δ . Esta variación

*) Una explicación más completa del fenómeno del amortiguamiento negativo en presencia de una resistencia grande en el circuito del estator véase en el cap. 14, y también en el párrafo 8.4.

del movimiento por influencia del momento adicional condicionado por el deslizamiento conlleva a que el área de aceleración disminuye del valor aa_1ca hasta el valor aa_1ba . El área de frenado, que antes estaba limitada por la curva cef y la recta ce_1f_1 y equilibraba el área de aceleración aa_1ca sólo para ángulos grandes $\delta_{máx2}$, va a equilibrar el área de aceleración aa_1ba para el ángulo $\delta_{máx1}$ (además, $\delta_{máx1} < \delta_{máx2}$) gracias al momento de amortiguamiento $P_d s$. El área de aceleración, por consiguiente, disminuyó en el valor $abca$, lo cual conllevó a la reducción

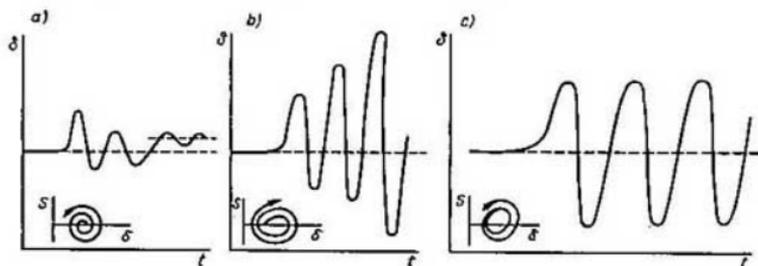


Fig. 7.21. Curva del proceso en el tiempo:

a, para el caso mostrado en la fig. 7.19; b, para el caso mostrado en la fig. 7.20; c, para un ciclo límite (caso crítico)

de la amplitud de oscilaciones hasta $\delta_{máx1}$. La representación del movimiento en el plano fasorial tiene la forma de una espiral $s = \varphi(\delta)$ que se retuerce en el punto c, o sea en el punto del régimen permanente cuando $P_1 = P_0$.

Analícemos ahora el caso cuando $P_d < 0$ (fig. 7.20). Con el deslizamiento positivo va a aparecer un momento que disminuye P_1 . La curva $P_1 - P_d s$ (línea continua) se va a ubicar abajo de la curva P_1 (línea interrumpida). El área de aceleración aumentó en el valor ac_1ba y se hizo el área abc_1ca_1a . Esto conlleva al aumento de la amplitud de la oscilación del ángulo hasta $\delta_{máx1} > \delta_{máx2}$. El área de frenado cc_1bfe_1ec , que da comienzo al segundo ciclo de la oscilación, debe equilibrar el área de aceleración ca_1d_1dc . El ángulo alcanza aquí el valor $\delta_{máx3}$. De esta manera, si en el primer caso ($P_d > 0$, fig. 7.19) el amortiguamiento disminuyó la amplitud de las oscilaciones y causó su atenuamiento (fig. 7.21, a), en el segundo caso ($P_d < 0$, fig. 7.21, b) tiene lugar el crecimiento de las oscilaciones (autoimpulsión).

Es posible el caso particular denominado ciclo límite (fig. 7.21, c), cuando aparecen oscilaciones del rotor sin atenuamiento. Físicamente esto significa la compensación del efecto de amortiguamiento por acción del regulador que reacciona a la variación del deslizamiento. Es deseable que la acción de los reguladores asegure no el apoyo a las oscilaciones, sino su atenuamiento lo más rápido posible, mejorando así la calidad del proceso transitorio.

Influencia del amortiguamiento y de la disminución del momento de la turbina durante la caída total de la potencia. En este caso el amortiguamiento, que se opone al movimiento y a la disminución del momento de la turbina con el crecimiento de la velocidad (disminución «natural», causada por la fricción, pérdidas por histéresis, acción de los reguladores de velocidad), altera de forma notoria el carácter del movimiento. Cuando se tiene en cuenta el amortiguamiento, la ecuación fundamental para los casos mostrados en el esquema (fig. 7.22, a) tiene la forma

$$T_J (d^2\delta/dt^2) + P_d (d\delta/dt) = P_{mec}$$

Si $P_{mec} = \varphi(\omega, t)$ entonces en caso general es necesario emplear la integración numérica.

Pero si se toma que $P_{mec} = (1 - a\omega) P_0$, entonces

$$T_J (d\omega/dt) + K_d \omega = P_0, \quad (7.21)$$

donde $K_d = P_d + P_0 a$.

La solución de (7.21) la obtenemos en la forma *)

$$d\delta/dt = \omega = P_0 (1 - e^{-tK_d/T_J}) / K_d. \quad (7.22)$$

Por consiguiente, la velocidad no aumenta continuamente, sino en forma exponencial tiende a un valor permanente:

$$P_0 / K_d = \omega_\infty.$$

De (7.22) se puede hallar la variación del ángulo:

$$\delta = \delta_0 + \frac{P_0}{K_d} \left[t - \frac{T_J}{K_d} (1 - e^{-tK_d/T_J}) \right]. \quad (7.23)$$

De esta manera, el amortiguamiento, que es proporcional a la velocidad, y la disminución de la potencia de la turbina durante el aumento de la velocidad,

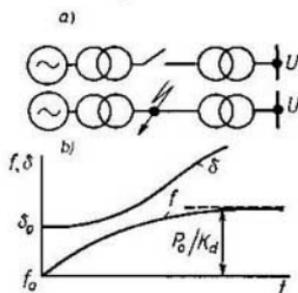


Fig. 7.22. Caída total de la potencia: a, esquema del sistema; b, variación del ángulo y la frecuencia

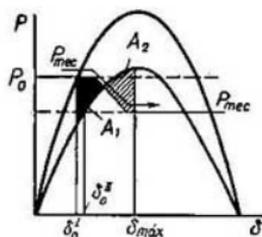


Fig. 7.23. Efecto de baja de la potencia del motor primario $P(\delta) \approx M(\omega, t)$ con relación al mejoramiento de la estabilidad dinámica:

A_1 , área de aceleración disminuida; A_2 , área de frenado aumentada

detienen el aumento del ángulo cuando tiene lugar la caída de potencia (fig. 7.22, b).

Influencia de la regulación automática en los procesos transitorios. La solución general que establece dicha influencia puede ser obtenida por medio de la integración numérica (véase parágrafo 7.2), pero las relaciones útiles cualitativas se revelan a base del método de las áreas.

La regulación del motor primario, si se realiza lo suficientemente rápido, permite disminuir el momento mecánico de rotación M_{mec} enseguida que disminuya el momento eléctrico M_{e1} (fig. 7.23). Si se pudiera hacer de tal forma que $M_{mec} = \varphi(\omega, t) = M_{e1} = \varphi(\omega, t)$ (lo, que, prácticamente, es imposible), entonces el problema de la estabilidad dinámica no existiría. Sin embargo, al aumentar la profundidad de disminución del momento mecánico y la velocidad de su variación, se puede mejorar sustancialmente la estabilidad dinámica.

*) La integral de la ecuación (7.21) se puede escribir de manera similar a la ecuación de variación de la corriente cuando se aplica una tensión constante a un circuito que contiene RL .

La regulación de excitación del generador en el sentido de su efecto sobre la estabilidad dinámica también puede analizarse cualitativamente. En la fig. 7.24, *a* con la línea gruesa se muestran las áreas en el caso de la pérdida de estabilidad durante el funcionamiento sin regulación de la excitación. Aquí, al trazar las características de la potencia, se toma que $E' \approx E'_q = \text{const}$, con la particularidad de que E_q varía en forma de salto y luego se amortigua de forma exponencial (fig. 7.24, *b*).

Analicemos estas características. Si la corriente de excitación se mantuviera constante, igual al valor inicial, entonces en el caso de un cortocircuito y su des-

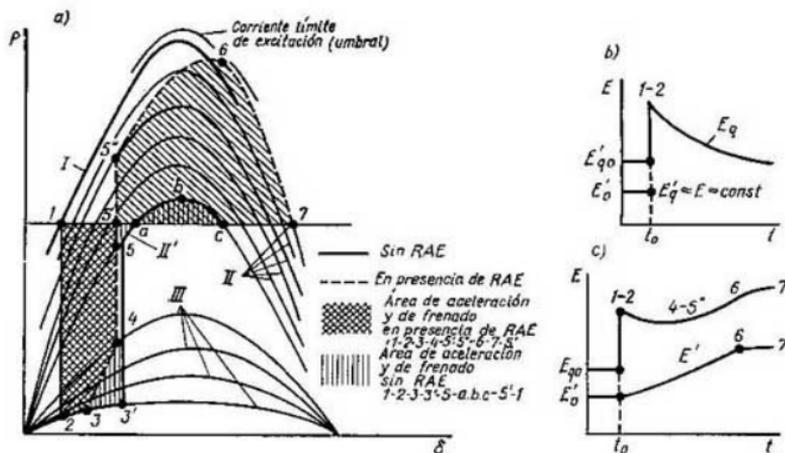


Fig. 7.24. Efecto del forzamiento de la excitación:

a, curva $P = f(\delta)$; *I*, curva del régimen normal (inicial); *II*, curva del régimen posterior a la avería (sin forzamiento); *III*, grupo de curvas del régimen posterior a la avería trazadas para diferentes valores de la corriente de excitación; *III*, curvas del régimen de cc (sección 2-3, trazado del forzamiento; 2-4, forzamiento de la excitación durante el cc; 5-5'-6, forzamiento de la excitación en el régimen posterior a la avería; 6-7, proceso para un valor constante de la corriente de excitación); *b*, variación de la f.e.m. en ausencia de regulación de la excitación; *c*, lo mismo en presencia de regulación

conexión, la energía durante la aceleración del rotor se predeterminaría por el área 1-2-3-3'-4-5-a-5'-1. La energía durante el frenado del rotor, que se determina por el área *abc*, sería mucho menor que el área de aceleración, lo cual indicaría inestabilidad del sistema.

Si después de cierto retraso correspondiente a la sección 2-3 la corriente de excitación comienza a aumentar, como se muestra en la fig. 7.24, entonces el área de aceleración 1-2-3-4-5'-1 resulta menor en la magnitud 3-3'-4-3 y 5-a-5'-5. El área de frenado, por el contrario, crece, tomando el valor 5'-5"-6-7-5'. La sección 5"-6 corresponde al refuerzo de la corriente de excitación, que sigue hasta alcanzar su valor tope (máximo permitido) (punto 6).

De las características expuestas se hace evidente que durante la caída de la carga, causada por un cortocircuito u otra perturbación del régimen, hace falta tratar de aumentar significativamente y más rápido posible la corriente de excitación del generador. Sin embargo, el incremento de la corriente de excitación es útil sólo mientras aumenta el ángulo. En este caso la corriente de excitación aumentada crea un momento de frenado adicional que tiende a conservar la estabi-

lidad. Después de que el ángulo alcance su valor máximo y comience a disminuir, ya no hay necesidad de continuar aumentando o manteniendo la corriente de excitación. Por el contrario, cuando el ángulo disminuye, hay que disminuirlo. Si la corriente del rotor no va a disminuirse, aparecerán oscilaciones grandes del ángulo y el generador puede salir del sincronismo en el segundo ciclo de oscilaciones.

Ilustremos lo dicho mediante las curvas mostradas en la fig. 7.25, *a*. La curva *I* corresponde al régimen normal; la curva *III*, al cortocircuito, además, la

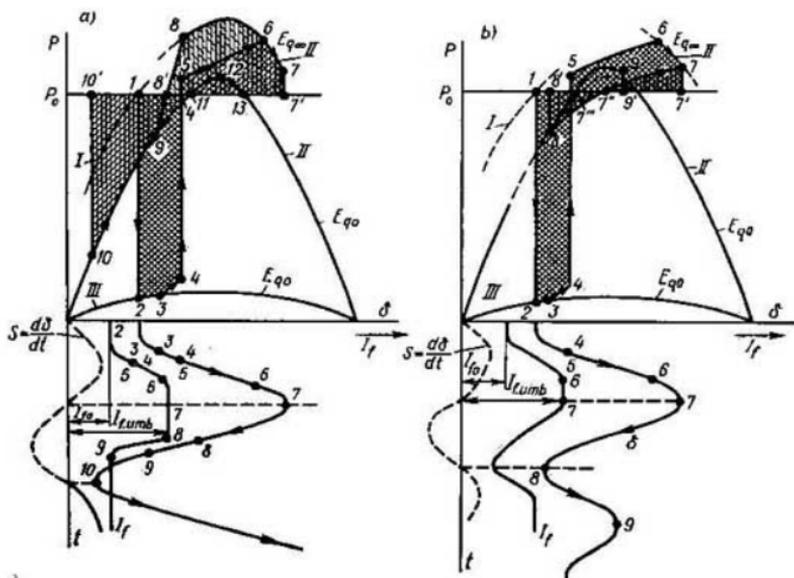


Fig. 7.25. Influencia del control de la corriente de excitación en las oscilaciones del generador: *a*, control errado (oscilación en el segundo ciclo); *b*, control correcto — atenuación de las oscilaciones (la curva 7'-8 corresponde al «desforzamiento» con disminución de la corriente I_f hasta valores inferiores a I_{f0})

sección 2-3 responde al régimen cuando el refuerzo de la excitación aún no comienza; en la sección 3-4 tiene lugar el refuerzo de la excitación. La sección 5-6 describe el régimen después de desconectar el cortocircuito, pero con el aumento de la corriente de excitación hasta su valor tope (punto 6). La sección 6-7 es la misma característica del régimen posterior a la avería, pero con la corriente tope de excitación, o sea siendo constante el valor de $E_{q\infty} = E_{q\text{ tope}}$. La aceleración durante el cortocircuito se da por el área 1-2-3-4-4'-1, que es igual al área de frenado 4'-5-6-7-7'-4'.

De las curvas trazadas se deduce que a raíz del forzamiento de la excitación la estabilidad se conserva durante la primera salida del ángulo. Las variaciones de la corriente de excitación en la fig. 7.25, *b* y, por consiguiente, las dependencias de la potencia en las curvas angulares son iguales hasta el punto 7, donde la velocidad de variación del ángulo pasa por el cero y el ángulo comienza a disminuir. Luego, en el primer caso (fig. 7.25, *a*) se supone que la corriente de excitación que alcanzó el valor tope, lo conserva y queda constante hasta el punto 8. En el se-

gundo caso (fig. 7.25, *b*) se considera que una vez alcanzado el punto 7 la corriente de excitación comienza a disminuir.

El carácter del proceso transitorio en uno y en otro casos es evidente de las curvas presentadas. El área de frenado en el segundo ciclo de oscilaciones 7-6-8'-4'-7'-7 (fig. 7.25, *a*) resulta ser demasiado grande. En la fig. 7.25, *b* la correspondiente área de frenado es menor y, por consiguiente, menor es la amplitud de oscilación. Si al alcanzar el punto 8 en el segundo paso por el cero de la velocidad (fig. 7.25, *b*) de nuevo comienza a aumentarse la corriente de excitación, entonces el área de aceleración 8-7''-8'-8 vuelve a disminuirse y la amplitud de las oscilaciones del ángulo en el segundo ciclo se predeterminará por el punto 9. Si la corriente de excitación (fig. 7.25, *a*) que disminuyó en el intervalo desde el punto 8 hasta el 9 queda constante, el área de aceleración 10'-10-9-11-10' va a ser mucho mayor que el área posible de frenado 11-12-13-11 y el generador sale del sincronismo.

Del ejemplo analizado queda evidente que el método de las áreas permite establecer el control de la corriente de excitación más favorable, lo cual permite aumentar la estabilidad y disminuir la amplitud de las oscilaciones en los ciclos subsiguientes.

El análisis de las dependencias obtenidas muestra que el aumento de la f.e.m. desde E_{q0} hasta $E_{q\infty}$ debe mantenerse hasta que el ángulo δ alcance el valor máximo y el deslizamiento por primera vez pase por el cero. Luego el forzamiento debe retirarse y todo el tiempo la f.e.m. E_q debe disminuirse mientras que el signo del deslizamiento sea negativo. Después de un nuevo cambio de signo del deslizamiento, o sea comienzo del segundo ciclo de aumento del ángulo, la f.e.m. E_q (corriente de excitación) de nuevo debe aumentarse. Durante una regulación continua de la excitación la tensión de la excitatriz debe variarse con cierta anticipación con relación al deslizamiento $s = d\delta/dt$.

Oscilaciones del rotor de una máquina sincrónica que aparecen bajo la acción de una fuerza exterior armónica. En un sistema eléctrico de potencia son posibles regímenes que en cierta idealización se pueden representar como oscilaciones forzadas por acción de fuerzas exteriores armónicas que varían en forma sinusoidal. Esto es, por ejemplo, la oscilación de los motores sincrónicos con cargas que varían periódicamente durante el proceso normal de explotación; de los accionamientos de los laminadores; de los equipos compresores, etc. Pueden ser también oscilaciones de las máquinas sincrónicas en presencia de una marcha asincrónica duradera en el régimen posterior a la avería del sistema eléctrico de potencia. Dichos regímenes se caracterizan por las oscilaciones de la tensión, corriente, momentos de rotación, de los rotores de las máquinas sincrónicas *).

Matemáticamente el proceso puede ser representado por la ecuación

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} = P_0 - P_m \sin \delta + \varphi_f(t), \quad (7.24)$$

donde $\varphi_f(t)$ es la fuerza influyente que tiene un carácter periódico.

Si la magnitud $\varphi_f(t)$ se da, entonces el método de resolución universal va a ser el de integración numérica. Sin embargo, al igual que en los casos anteriores, los resultados obtenidos no van a tener generalidad, la cual es deseable para valorar los procesos físicos que transcurren. Por eso, teniendo presente la posibilidad de resolución mediante la integración numérica, haremos un análisis general del fenómeno. Cabe notar que si las fuerzas influyentes exteriores $\varphi_f(t)$ son periódicas

*) Aquí se supone que el régimen inicial analizado es estáticamente estable, de lo contrario, las oscilaciones forzadas no pueden existir.

(no armónicas), ellas pueden desarrollarse en la serie de Fourier y luego se puede separar el armónico fundamental, que es el más esencial desde el punto de vista de la aparición de las oscilaciones electromecánicas forzadas de los rotores. Si el valor de la fuerza exterior es tal que ella causa oscilaciones relativamente pequeñas del ángulo (en los límites donde es correcta la linealización de $\sin \delta$ en la primera aproximación), entonces las oscilaciones forzadas se pueden estudiar con ayuda de la ecuación de movimiento linealizada, escrita para una máquina sincrónica en forma de operadores:

$$T_J p^2 \Delta \delta + P_d p \Delta \delta + c_1 \Delta \delta = P_1 \sin vt = F_1.$$

Aquí P_1 es la amplitud y v , la frecuencia de la fuerza influyente F_1 .

Dividiendo la última ecuación por T_J y designando: $D = P_d/T_J$ —coeficiente de amortiguamiento (atenuación); $\gamma = \sqrt{c_1/T_J}$ —frecuencia propia de las oscilaciones libres; $A_f = P_1/T_J$ —amplitud reducida de la fuerza influyente, escribamos

$$p^2 \Delta \delta + D p \Delta \delta + \gamma^2 \Delta \delta = A_f \sin vt. \quad (7.25)$$

El proceso transitorio que aparece al aplicar una fuerza influyente sinusoidal al eje del rotor de una máquina sincrónica [véase (7.25)], es similar al proceso en un circuito eléctrico RLC cuando se le aplica una tensión sinusoidal*). Para las condiciones iniciales nulas, o sea, a condición de que en el momento $t = 0$ los valores $\Delta \delta = \Delta \delta_0 = 0$, $p \Delta \delta = 0$, tendremos

$$\Delta \delta = \Delta \delta_{lib} + \Delta \delta_f.$$

En la fig. 7.26 se muestra el cambio de la fuerza perturbadora F_1 . Allí mismo se muestra la componente libre de las variaciones del ángulo $\Delta \delta_{lib}$ (curva 2), que se define por la fórmula

$$\Delta \delta_{lib} = \Delta \delta_0 \left\{ e^{-\frac{Dt}{2}} \left[\sin \xi \cos \omega_1 t + \left(\frac{D}{2\omega_1} \sin \xi - \frac{v}{\omega_1} \cos \xi \right) \sin \omega_1 t \right] \right\}, \quad (7.26)$$

donde $\omega_1 = \sqrt{\gamma^2 + 0,25D^2}$ es la frecuencia propia (natural) de las oscilaciones libres de una máquina sincrónica teniendo en cuenta el amortiguamiento.

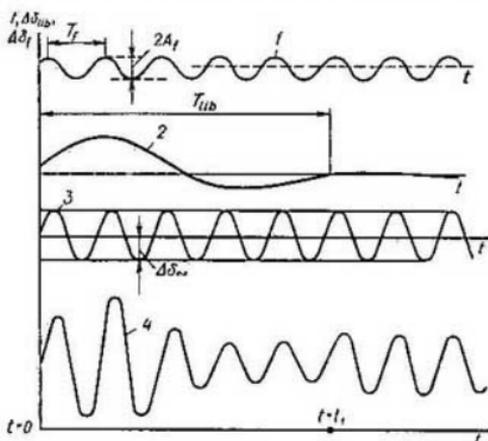


Fig. 7.26. Oscilaciones armónicas forzadas:

1, fuerza perturbadora $F_1 = A_f \sin vt$ aplicada al eje de la máquina sincrónica en el momento $t = 0$; 2, oscilaciones libres $\Delta \delta_{lib}$ que aparecen en el momento de aplicación de la fuerza perturbadora y que se atenúan durante un tiempo T ; 3, componente forzada de las oscilaciones armónicas $\Delta \delta_f$ que tiene una amplitud $\Delta \delta_{\infty}$; 4, proceso de establecimiento de las oscilaciones forzadas ($\Delta \delta = \Delta \delta_{lib} + \Delta \delta_f$) que termina en el tiempo $t = t_1$.

*) Véase cualquier libro de texto de fundamentos de electrotecnia para escuelas superiores, por ejemplo: С. Гинзбург. Методы решения задач на переходных процессах в электрических цепях. — М.: Высшая школа, 1967, с. 83. (S. Guinzburg. Métodos de resolución de problemas en los procesos transitorios que tienen lugar en los circuitos eléctricos).

La componente forzada (fig. 7.26, curva 3) es

$$\Delta\delta_t = \Delta\delta \sim \text{sen}(\nu t - \xi). \quad (7.27)$$

Aquí $\Delta\delta_{\sim} = A_f / \sqrt{(\gamma^2 - \nu^2)^2 - D^2\nu^2}$ es la amplitud de las oscilaciones forzadas de la máquina sincrónica; $\xi = \text{arctg}[D\nu/(\gamma^2 - \nu^2)]$ es el desplazamiento de las fases de las oscilaciones forzadas del ángulo con relación a la fase de la fuerza influyente.

Cabe notar que en gran parte de los sistemas eléctricos de potencia se cumple la proporción $0,25 D^2 \ll \gamma^2$, a raíz de lo cual con frecuencia se toma $\omega_1 = \gamma$.

El proceso de establecimiento de las oscilaciones forzadas depende de la relación entre la frecuencia ν de la fuerza exterior y la frecuencia propia de oscilación

γ de la máquina sincrónica, de las condiciones iniciales y del coeficiente de amortiguamiento D . En la fig. 7.26 se muestra el proceso de establecimiento de las oscilaciones forzadas (curva 4) cuando $\nu > \gamma$ y el coeficiente de amortiguamiento es grande. Aquí las amplitudes son mayores en el proceso de establecimiento de las oscilaciones que la amplitud de las oscilaciones ya establecidas. Cuando la frecuencia de la fuerza exterior es cercana a la frecuencia propia de las oscilaciones, tiene lugar un aumento más suave de la amplitud de las oscilaciones forzadas.

Las oscilaciones forzadas del ángulo transcurren con un desplazamiento de la

Fig. 7.27. Curvas de las oscilaciones en dependencia de las correlaciones entre la frecuencia de la fuerza perturbadora y la frecuencia propia del sistema:

a, curva fase-frecuencia; b, amplitudes de las oscilaciones

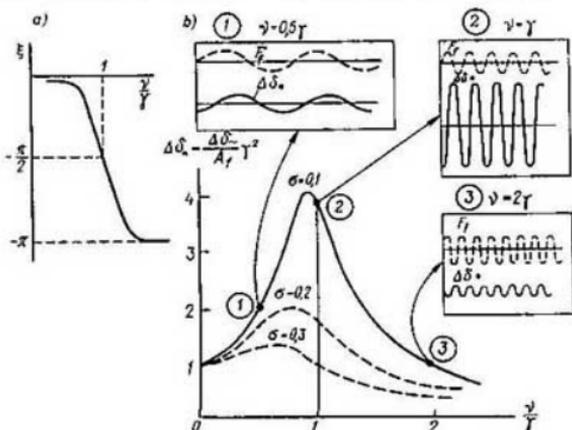
fase con relación a la fase de la fuerza influyente. Este desplazamiento es una función de la frecuencia y se define por la ecuación

$$\xi = \text{arctg}[D\nu/(\gamma^2 - \nu^2)].$$

La dependencia gráfica $\xi(\nu)$ o $\xi(\nu/\gamma)$ se denomina *característica frecuencia-fase* (fig. 7.27). Con el aumento de la frecuencia de las oscilaciones forzadas, la fase varía desde 0 hasta $-\pi$, pasando por $-\pi/2$ cuando $\nu = \gamma$.

La amplitud de las oscilaciones forzadas establecidas depende de la frecuencia y la amplitud de la fuerza exterior. La dependencia de la amplitud de las oscilaciones forzadas con respecto a la frecuencia de la fuerza exterior cuya amplitud es fija se denomina *característica fase-amplitud*. En la fig. 7.27 se presenta la llamada característica fase-amplitud normalizada de las oscilaciones forzadas del ángulo $\Delta\delta_*$. Por el eje de las abscisas se traza la frecuencia adimensional ν/γ , y por el de ordenadas, la amplitud adimensional de la oscilación del ángulo

$$\Delta\delta_* = (\Delta\delta_{\sim}/A_f) \gamma^2 = 1/\sqrt{[1 - (\nu/\gamma)^2]^2 + \sigma^2/\nu/\gamma^2}. \quad (7.28)$$



Aquí el valor del coeficiente de atenuación relativo es

$$\sigma = D/\gamma = P_d/(T_J\gamma).$$

Cuando $v = 0$, el valor de $\Delta\delta_* = 1$, o sea, independientemente del coeficiente de amortiguamiento y de la fuerza exterior, todas las características normalizadas comienzan desde la unidad. En las curvas están inscritas los valores de los coeficientes relativos de atenuación σ .

Con el aumento de la frecuencia de la fuerza exterior, siendo un coeficiente de atenuación constante y suficientemente pequeño ($\sigma \ll 1$), la amplitud de las oscilaciones crece bruscamente en las cercanías del valor $v/\gamma = 1$. Este aumento se denomina *resonancia electromecánica*. Para las frecuencias altas la amplitud de las oscilaciones del ángulo disminuye de súbito y cuando $v/\gamma \rightarrow \infty$, el valor de $\Delta\delta_* \rightarrow 0$. Físicamente esto significa que el rotor masivo de la máquina síncrona no reacciona (a veces dicen, no deja pasar las frecuencias altas) a las fuerzas exteriores, cuya frecuencia es mucho mayor que la frecuencia propia de las oscilaciones.

En los sistemas con un coeficiente de atenuación grande, el máximo de la característica fase-amplitud se desplaza hacia el lado de las frecuencias relativas menores. El máximo $\Delta\delta_{*m\acute{a}x}$ se determina de la condición

$$\frac{d\Delta\delta_*}{d(v/\gamma)^2} = \frac{d}{d(v/\gamma)^2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{v}{\gamma} \right)^2 \right]^2 + \sigma^2 \left(\frac{v}{\gamma} \right)^2 \right\} = 0$$

y tiene lugar para la frecuencia

$$(v/\gamma)_{m\acute{a}x} = \sqrt{1 - 2\sigma^2}.$$

Sustituyendo este valor para $\Delta\delta_*$, obtenemos

$$\Delta\delta_{*m\acute{a}x} = 1 / (2\sigma \sqrt{1 - \sigma^2}),$$

de donde se deduce que la característica fase-amplitud normalizada tiene un máximo mayor que la unidad sólo cuando $\sigma < \sqrt{2}/2$, lo cual, para los sistemas eléctricos de potencia, como regla, se cumple.

La existencia de picos grandes de resonancia, siendo pequeños los coeficientes de atenuación, indican que incluso fuerzas perturbadoras de pequeña magnitud, en caso de su variación periódica con frecuencia cercana a la frecuencia propia del sistema, pueden provocar oscilaciones grandes en los rotores de las máquinas síncronas y, por consiguiente, de las tensiones, corrientes y todos los demás parámetros del régimen que dependen de los ángulos y condicionan la calidad de la energía eléctrica.

La frecuencia propia de las oscilaciones libres de un sistema eléctrico de potencia real es función de sus parámetros y del régimen de funcionamiento, de los parámetros de máquina síncrona, de su sistema de regulación y de los ajustes de los RAE y, comúnmente, varía entre 0,5 y 2 Hz.

El coeficiente de atenuación relativo depende también de los parámetros de los elementos del sistema eléctrico de potencia y en gran medida se predetermina por el tipo de RAE. Así, en el caso de un generador síncrono no regulado $\sigma \approx 0,2/3 = 0,06$, mas cuando hay RAE a.p el valor es $\sigma \approx 0,03$, y para el RAE a.r $\sigma \approx 0,3$.

El cálculo de la frecuencia propia de las oscilaciones pequeñas y los coeficientes de atenuación para sistemas eléctricos de potencia regulados y no regulados se lleva a cabo lo suficientemente exacto por medio de expresiones analíticas.

Oscilaciones forzadas grandes. Estas oscilaciones pueden ser cercanas a las sinusoidales que aparecen en las partes casi lineales de las curvas $P = \varphi(\delta)$, como

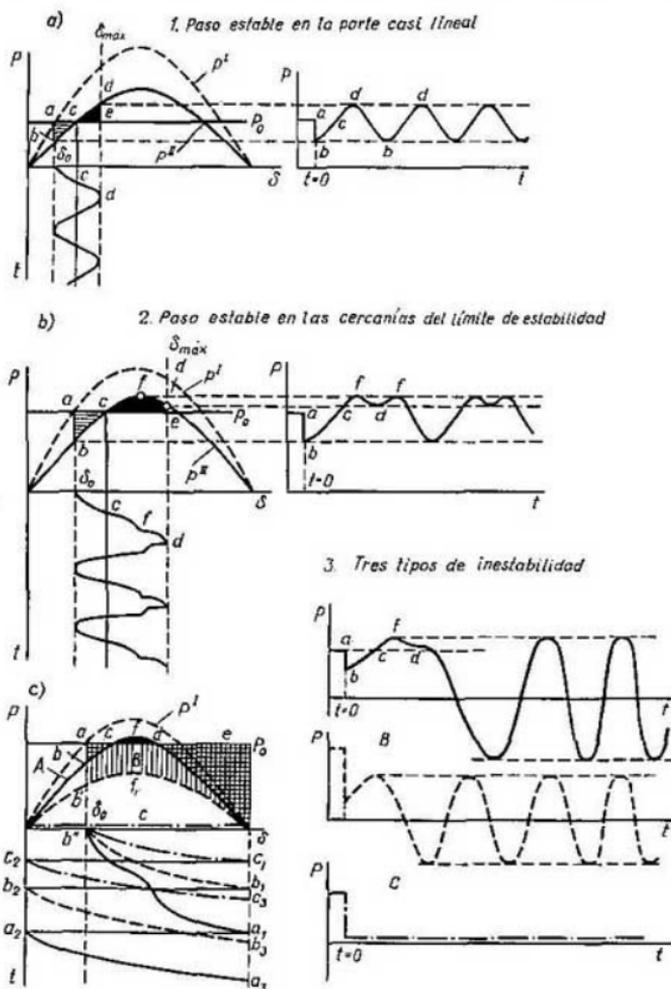


Fig. 7.28. Dos casos característicos de un paso estable de un régimen a otro (a, b) y tres tipos (c) de inestabilidad (A, B, C)

se muestra en la fig. 7.28, a. Si las oscilaciones tienen lugar en la parte esencialmente no lineal de la curva $P = \varphi(\delta)$, ellas resultan ser evidentemente no sinusoidales (fig. 7.28, b). En el primer ciclo de oscilaciones el sistema puede hacerse inestable (fig. 7.28, c). Además del cálculo por medio de la integración numérica que permite obtener una característica del proceso para casos concretos, es útil llevar a cabo un análisis cualitativo y evaluar las condiciones de

aparición y realización de los fenómenos que le interesan al ingeniero. Analicemos primero un caso sencillo de la perturbación del régimen en el esquema más sencillo «central—barras», tomando $E' = \text{const}$ (fig. 7.28, *a*), cuando la variación de la potencia con el cambio del ángulo δ transcurre en la parte de la curva $P = \varphi(\delta)$ que se puede considerar lineal. El proceso se realiza cuando las áreas de aceleración $abca$ y de frenado $cdec$ son iguales. Las oscilaciones de la potencia y del ángulo en el tiempo son casi sinusoidales, al igual que durante pequeñas perturbaciones del régimen, las cuales se caracterizan por la dependencia lineal $P = \varphi(\delta)$.

En la fig. 7.28, *b* se presenta la variación del régimen durante el cual el sistema se encuentra en el límite de estabilidad. El área de aceleración $abca$ resulta ser equilibrada con el área de frenado $cdec$ que en parte está más adelante del máximo de la curva $P = \varphi(\delta)$. La sección de la curva $P = \varphi(\delta)$ que corresponde al proceso analizado (sección de operación) resulta, de esta manera, no lineal. Las variaciones del ángulo $\delta = f(t)$ no son sinusoidales, lo mismo que las variaciones de la potencia. El carácter «hijorobado» típico de la curva $P = \varphi(t)$ se explica por el hecho de que en cada semiciclo de oscilaciones en las cercanías del ángulo máximo $\delta_{\text{máx}}$ el rotor pasa dos veces por el punto f correspondiente al valor máximo de la curva $P = \varphi(\delta)$.

De la fig. 7.28, *c* se ven tres tipos del proceso inestable: *A*, *B*, *C*.

El proceso *A* transcurre de acuerdo a la curva bcd cuando el área de frenado $cfdc$ es menor que el área de aceleración que tiene primero el valor $abca$ y luego (después del punto d) corresponde al área limitada por la línea P_0 y la curva sinusoidal $P = \varphi(\delta)$ (línea continua). Los cambios del ángulo $\delta = f(t)$ en la sección $\delta_0 - 180^\circ$ tienen una flexión típica, que corresponde a la sección cfd de la curva $P = \varphi(\delta)$ lo cual, a su vez, corresponde al punto de flexión en la curva $b''a_1$. Luego la curva $\delta = f(t)$ tiene una variación monótona (curva a_2a_3). Conforme a esto la curva $P = \varphi(t)$ en el primer semiciclo de las oscilaciones tiene la flexión fd , y luego, comenzando desde el segundo ciclo, toma un carácter sinusoidal con un período que disminuye gradualmente.

En el proceso *B* la dependencia $P = \varphi(\delta)$ ya en el segundo semiciclo toma un carácter sinusoidal, y la variación del ángulo en el tiempo transcurre monótonamente según las curvas $b''b_1$ y b_2b_3 las cuales se aproximan a las parabólicas.

En el proceso *C*, o sea durante la llamada caída total de potencia (a causa de la desconexión de la transmisión o de un cortocircuito trifásico), los generadores de la central dada dejan de transmitir la potencia al sistema. Por acción del momento de rotación mecánico (potencia) constante que acelera la turbina (P_0) y al cual no se le opone ningún momento electromagnético, el ángulo δ crece continuamente. De manera similar al movimiento mecánico, a una aceleración constante se puede esperar que dicho aumento va a transcurrir para $\delta = f(t)$, que es una parábola cuadrática mostrada en la fig. 7.28, *c* (curvas $b''c_1, c_2, c_3$).

Todos los procesos indicados se analizaron cuando $P_0 = \text{const}$, pero es posible el caso cuando en el sistema adicionalmente actúa una fuerza influyente que varía en el tiempo.

Si en el caso arriba estudiado [véase (7.25)] la amplitud A_f de la fuerza exterior es grande y el amortiguamiento de las oscilaciones, débil, entonces en el sistema se van a desarrollar oscilaciones forzadas tan grandes que pueden causar la pérdida de la estabilidad dinámica de sincronismo. La linealización en la primera aproximación de las respectivas dependencias no lineales es incorrecta y el empleo de las ecuaciones linealizadas conlleva a resultados cualitativa y cuantitativamente erróneos. En este caso el problema de determinar los parámetros de las oscilaciones grandes, máximas permitidas según las condiciones de estabilidad en dependencia de la amplitud de la fuerza armónica exterior que tiene frecuencias cercanas a las

de resonancia, se resuelven exitosamente por el método de balance armónico. La esencia del método consiste en lo siguiente*).

En caso de oscilaciones grandes forzadas, cuando las desviaciones máximas del ángulo se acercan al punto del equilibrio inestable en la curva momento-ángulo (punto 5 en la fig. 7.29, a), pero no llegan hasta él en $5-10^\circ$, la variación del ángulo

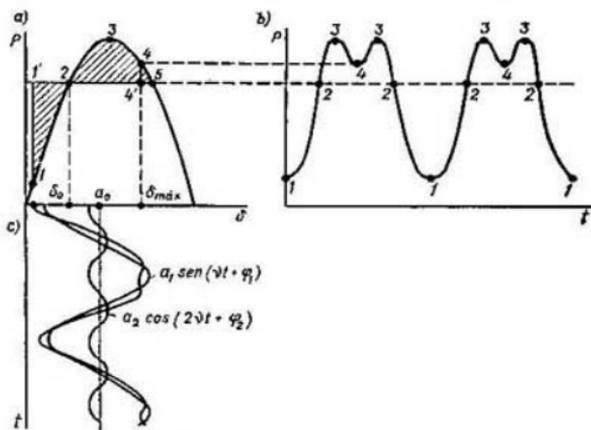


Fig 7.29. Oscilaciones no lineales en un sistema eléctrico de potencia sencillo:

a, en las coordenadas P, δ , donde las áreas 1-1'-2-1 y 2-3-4-4'-2 son iguales; b, variación de la potencia en el tiempo; c, componentes armónicas de las oscilaciones no lineales del ángulo en el tiempo

lo en el tiempo tiene un carácter periódico, pero no de una función armónica (fig. 7.29, c). En este caso la función periódica del ángulo δ se puede desarrollar en la serie de Fourier:

$$\delta = a_0 + A_1 + A_2 + \dots = a_0 + a_1 \sin(vt + \varphi_1) + a_2 \cos(2vt + \varphi_2) + \dots$$

donde a_0, a_1, a_2 son las amplitudes de los respectivos armónicos.

Para resolver la ecuación de movimiento la no linealidad fundamental se representa por los primeros términos de la serie de Fourier:

$$\sin \delta = \sin(a_0 + A_1).$$

Investigaciones teóricas y experimentales mostraron que cuando a $\delta_{\text{máx}}$ le falta poco (aproximadamente 10°) para alcanzar el punto del equilibrio inestable, el segundo, tercero y más altos armónicos, como regla, tienen unas amplitudes muy pequeñas en comparación con el primer armónico. Esto sirvió de base para que en las oscilaciones grandes se tengan en cuenta sólo los armónicos cero y primero, o sea permitido resolver el problema en la aproximación a una sola frecuencia (o por el método de linealización armónica).

En este caso la solución de la ecuación de movimiento

$$T_J d^2\delta/dt^2 + P_d d\delta/dt = P_0 - P_m \sin \delta + P_t$$

*) Véanse: Н. Литкенс. Нелинейные колебания в регулируемых электрических системах. — М.: МЭН, 1974. (I. Litkens. Oscilaciones no lineales en los sistemas eléctricos de potencia regulados).

la busquemos en la forma compleja, representando

$$\text{sen } \delta = \sum_{n=-1}^1 S_n e^{j\nu n t}.$$

Aquí S_n son los coeficientes de los primeros términos de la serie de Fourier, que tienen las siguientes expresiones:

$$S_0 = J_0(a_1) \text{ sen } \alpha_0; \quad S_1 = -jJ_1(a_1) e^{j\varphi_1} \cos \alpha_0; \quad S_{-1} = jJ_1(a_1) e^{-j\varphi_1} \cos \alpha_0, \quad (7.29)$$

donde $J_0(a_1)$, $J_1(a_1)$ son las funciones de Bessel.

Los coeficientes S_0 , S_1 , S_{-1} se obtienen de la siguiente manera. Empleando los métodos conocidos de desarrollo en la serie de Fourier las funciones $\text{sen } [a_1 \text{ sen } (\nu t + \varphi_1)]$ y $\text{cos } [a_1 \text{ sen } (\nu t + \varphi_1)]$, se puede escribir

$$\text{sen } (\alpha_0 + A_1) = \text{sen } \alpha_0 [J_0(a_1) + 2J_2(a_1) \cos 2(\nu t + \varphi_1) + 2J_4(a_1) \cos 4(\nu t + \varphi_1) + \dots] +$$

$$+ \cos \alpha_0 [2J_1(a_1) \text{ sen } (\nu t + \varphi_1) + 2J_3(a_1) \text{ sen } 3(\nu t + \varphi_1) + \dots] \approx \sum_{n=-1}^1 S_n e^{j\nu n t}.$$

Igualando los coeficientes de armónicos iguales, obtenemos las ecuaciones (7.29).

Dividamos la ecuación de movimiento por T_j , representando todas las variables en forma compleja (entre ellas también la fuerza periódica exterior) e igualando los coeficientes de los armónicos cero y primero en los primero y segundo miembros de las ecuaciones. Entonces

$$S_0 = \text{sen } \delta_0; \quad (-\nu^2 + jD\nu) \frac{a_1}{2j} e^{j\varphi_1} + \gamma^2 S_1 = \frac{A_1}{2}. \quad (7.30)$$

La ecuación (7.30) determina el punto medio α_0 de oscilaciones del ángulo δ en dependencia de la amplitud a_1 y del régimen inicial δ_0 :

$$\text{sen } \alpha_0 = \text{sen } \delta_0 / J_0(a_1). \quad (7.31)$$

Cuando $a_1 = 0$ la ecuación (7.31) define la posición de equilibrio en la curva momento-ángulo: $\alpha_0 = \delta_0$ es estable, $\alpha_0 = \pi - \delta_0$ es inestable.

Cuando a_1 aumenta, el valor medio de la oscilación crece hasta $\alpha_0 = \pi/2$. La amplitud a_1 que corresponde a $\alpha_0 = \pi/2$, se denomina *amplitud crítica de las oscilaciones*. Para $a_1 > a_{1cr}$ no existe una solución real de la ecuación (7.30) no existe. Para un sistema eléctrico de potencia esto significa que los movimientos periódicos dejan de existir, lo cual corresponde a la pérdida de la estabilidad dinámica de sincronismo.

Debido a que la magnitud $a_{0cr} = \pi/2$ no depende del régimen inicial y en la ecuación (7.30) no se incluye la fuerza exterior, la dependencia de a_{1cr} con respecto al régimen inicial tanto para las oscilaciones libres como para las forzadas se determina de la fórmula

$$J_0(a_{1cr}) = \text{sen } \delta_0.$$

Gráficamente esta dependencia se muestra en la fig. 7.30, a. Ella muestra que cuanto más cerca esté el régimen inicial al máximo de la curva momento-ángulo, menor será la amplitud crítica de las oscilaciones. La desigualdad $a_1 \leq a_{1cr}$ se denomina *condición para la existencia de las oscilaciones grandes* forzadas. Cuando no se conserva, en el sistema no puede haber oscilaciones sincrónicas grandes, ya que tiene lugar la pérdida del funcionamiento sincrónico de la máquina.

Curvas de resonancia. La ecuación (7.30) establece la relación entre la amplitud y la frecuencia del primer armónico. Sustituyendo en su fórmula desarrollado el valor de S_1 de (7.29) y dividiendo ambos miembros por $[a_1/(2j)] e^{j\varphi_1}$, obtenemos

$$-\nu^2 + jD\nu + \gamma^2 \cos \alpha_0 2J_1(a_1)/a_1 = (A_1/a_1) e^{-j\varphi_1}. \quad (7.32)$$

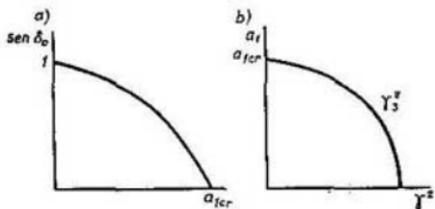


Fig. 7.30. Curvas de las oscilaciones:

a, dependencia de la amplitud crítica de las oscilaciones a_{1cr} respecto del régimen inicial ($\text{sen } \delta_0$); b, dependencia entre la frecuencia propia y la amplitud de las oscilaciones no lineales del ángulo γ

Cuando no existe la fuerza armónica exterior ($A_f = 0$) las oscilaciones libres grandes pueden establecerse sólo en un sistema conservador ($D = 0$) después de desviaciones iniciales grandes.

Frecuencia propia (natural). Las ecuaciones arriba obtenidas revelan la dependencia (fig. 7.30, b) de la frecuencia propia equivalente (aquí $v^2 = \gamma_{eqv}^2$) con respecto a la amplitud de las oscilaciones:

$$\gamma_{eqv}^2 = \gamma^2 \frac{2J_1(a_1)}{a_1} \cos a_0 = \gamma^2 \frac{2J_1(a_1)}{a_1} \sqrt{1 - \left[\frac{\text{sen } \delta_0}{J_0(a_1)} \right]^2}. \quad (7.33)$$

La disminución de la frecuencia propia equivalente γ_{eqv}^2 al aumentar la amplitud a_1 es una particularidad típica de las oscilaciones no lineales de una máquina sincrónica en un sistema eléctrico de potencia sencillo.

Igualando el módulo de los miembros primero y segundo de la ecuación (7.30), escribamos

$$(\gamma_{eqv}^2 - v^2)^2 + (vD)^2 = (A_f/a_1)^2.$$

Resolviendo la ecuación respecto a v^2 , obtenemos la ecuación de curva de resonancia que establece la dependencia entre la amplitud a_1 de las oscilaciones forzadas y la frecuencia de la fuerza exterior de amplitud dada A_f :

$$v^2 = v_{esq}^2(a_1) \pm \sqrt{(A_f/a_1)^2 - (\gamma_{eqv} D)^2 + D^4/4}, \quad (7.34)$$

donde $v_{esq}^2(a_1) = \gamma_{eqv}^2 - 0,5D^2$ es la función denominada curva esquelética. Debido a que comúnmente $0,5D^2 \ll \gamma_{eqv}^2$, entonces ella prácticamente coincide con γ_{eqv}^2 . El carácter de la curva de resonancia depende de la amplitud de la fuerza exterior (fig. 7.31, a).

Para amplitudes pequeñas ella corresponde a la característica amplitud-fase (curva 1). Con el aumento de A_f la curva de resonancia se deforma y su parte superior se encorva en direc-

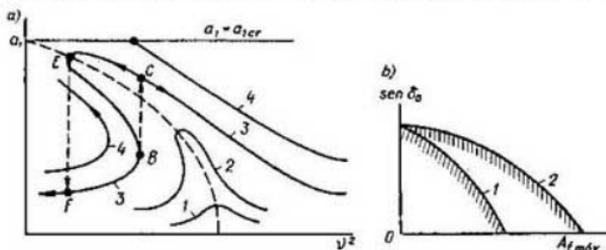


Fig. 7.31. Oscilaciones de resonancia:

a, deformación de la curva de resonancia (1-4) en dependencia de la fuerza exterior $A_{f1} < A_{f2} < A_{f3} = A_{f\text{máx}}$, $A_{f4} > A_{f\text{máx}}$. Con las flechas se muestra el sentido de variación de la frecuencia FBCEf — lazo de histéresis de las oscilaciones forzadas no lineales; b, límites de las regiones de estabilidad de las oscilaciones forzadas grandes en dependencia de la regulación de la excitación del generador sincrónico: 1, sin RAE; 2, con RAE a.

ción de las frecuencias menores (curvas 2, 3). Cuando se sobrepasa cierto valor $A_f > A_{f\text{máx}}$ (convencionalmente denominado máximo, curva 3) la curva de resonancia sufre una ruptura (curva 4) y su rama derecha termina cuando $a_1 = a_{1cr}$, lo cual va acompañado con la pérdida de la estabilidad de sincronismo.

Oscilaciones no lineales. Para ellas es típica la aparición de los fenómenos de histéresis, o sea que no son los mismos los parámetros durante el aumento y la disminución de la frecuencia de la fuerza influyente. La sección CE existe sólo durante la disminución de la frecuencia de las oscilaciones, y la sección FB, sólo durante su aumento. En el punto E tiene lugar la ruptura de la amplitud, y en el punto B, el salto de ésta.

Cuando $A_f \leq A_{f\text{máx}}$ las oscilaciones forzadas pueden existir para todas las frecuencias de la fuerza exterior. En el caso de $A_f > A_{f\text{máx}}$ existe un diapasón de frecuencias en el que puede suceder la pérdida de la estabilidad de sincronismo. La magnitud $A_{f\text{máx}}$ depende del régimen inicial y del coeficiente de amortiguamiento D.

En la fig. 7.31, b se muestran las dependencias típicas del $\text{sen } \delta_0$ (que determina el régimen inicial) y $A_{f\text{máx}}$, denominadas límite de la región de estabilidad de las oscilaciones forzadas

grandes. El conjunto de valores $A t_{\max}$ y δ_0 que se halla dentro de la región límite, conforma la región de estabilidad de las oscilaciones forzadas grandes, en la que las fuerzas exteriores armónicas de cualquier frecuencia no causarán la pérdida de la estabilidad de sincronismo. La comparación de las curvas 1 y 2 muestra la efectividad del RAE a.r para aumentar el nivel de estabilidad en presencia de fuerzas perturbadoras periódicas en el sistema eléctrico de potencia.

7.4. Resolución aproximada de las ecuaciones diferenciales de movimiento relativo del rotor del generador en caso de desviaciones de los parámetros incluidos en dicho movimiento

Cuando los parámetros y las condiciones iniciales son dados unívocamente, la ecuación diferencial

$$T_J d^2\delta/dt^2 = P_0 - P_m \sin \delta \quad (7.35)$$

caracteriza el movimiento relativo del rotor del generador. Con frecuencia aparece la necesidad de determinar el proceso transitorio si las condiciones iniciales se alteran. Esto sucede a raíz de que durante el funcionamiento del sistema eléctrico de potencia varían las potencias activas de los generadores y las cargas, cambia el esquema del sistema, se sacan equipos para reparación. Las perturbaciones grandes que provocan los procesos transitorios también pueden ser de diferente magnitud, tipo y pueden suceder en distintos puntos del sistema eléctrico de potencia. Por consiguiente, las condiciones iniciales y los parámetros que se incluyen en la ecuación de movimiento en caso general se pueden representar no como magnitudes unívocas, sino en forma de conjuntos de posibles valores a los cuales les corresponde un conjunto de características de los procesos transitorios. Además, el recálculo aproximado y sencillo de las características de los procesos transitorios para las condiciones iniciales se lleva a cabo para un conjunto de procesos transitorios que se representa en forma de una suma de los procesos de apoyo y centrado.

Por proceso de apoyo se entiende el proceso transitorio que transcurre con parámetros elegidos unívocos, llamados también de apoyo, que comúnmente son iguales a los valores medios del diapasón esperado de variaciones. El proceso de apoyo se describe por ecuaciones de movimiento no lineales.

Se denomina centrado aquel proceso que se desvía del de apoyo debido a las desviaciones de los parámetros con respecto a los iniciales de apoyo. Los procesos centrados se describen por ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes variables. Estas ecuaciones permiten establecer las dependencias analíticas entre los parámetros iniciales variables y los parámetros buscados que predeterminan el transcurso del proceso transitorio. Conforme a estas dependencias rápidamente, sin integración numérica, se pueden calcular los conjuntos de curvas, de los procesos transitorios. Además de esto, las dependencias analíticas dan la posibilidad de emplear los métodos de transformaciones funcionales de las magnitudes aleatorias para determinar las características probabilísticas de los procesos transitorios.

Analicemos cómo se escriben y resuelven aproximadamente las ecuaciones de movimiento del rotor del generador en un sistema sencillo cuando varía la distancia del cortocircuito con respecto al comienzo de la línea de transmisión. Supongamos que en un sistema eléctrico de potencia sencillo (fig. 7.32) en una de las líneas de transmisión tiene lugar un cortocircuito, a una distancia l del comienzo de la línea. Después de que aparezca el cortocircuito la línea averiada se desconecta y luego de manera exitosa se vuelve a conectar la operación. Los valores de las admitancias mutuas en el régimen de avería los designamos mediante b'' , y en los regímenes posterior a la avería e inicial, mediante b'' y b' , respectivamente.

El alejamiento del cortocircuito evaluado por unidad: $l_* = l/L$, donde L es la longitud de la línea, puede variar desde 0 hasta 1. A la vez, la admitancia

mutua en el régimen de avería va a cambiar de b_1'' a b_2'' . Elijamos una distancia l que corresponda al valor medio de la admitancia mutua. Esta distancia denominémosla *de apoyo* y vamos a designarla por el símbolo similar $\langle l \rangle$. En calidad de valor de apoyo no es obligatorio elegir el valor medio de la admitancia mutua, se puede tomar cualquier otro de la región de valores posibles.

La ecuación de movimiento del rotor del generador, cuando en ella se sustituye (en el régimen de cortocircuito) la admitancia mutua de apoyo, describe el movimiento relativo de apoyo del rotor del generador:

$$T_J d^2 \langle \delta \rangle / dt^2 = P_0 - EU \langle b \rangle \text{sen } \langle \delta \rangle. \quad (7.36)$$

Al integrar la ecuación (7.36) obtenemos la dependencia $\langle \delta \rangle(t)$. Si la distancia del cortocircuito se diferencia de la que se toma como de apoyo, entonces el movimiento del rotor del generador se va a determinar de otra ecuación:

$$T_J d^2 \delta / dt^2 = P_0 - EU b \text{sen } \delta. \quad (7.37)$$

En los regímenes inicial y posterior a la avería las admitancias mutuas en las ecuaciones (7.36), (7.37) tienen el mismo valor.

Los movimientos relativos del rotor del generador para diferentes distancias del cortocircuito respecto al comienzo de la línea pueden ser determinados al integrar repetidas veces la ecuación (7.37). Para determinar los procesos transitorios de esta manera cuando las admitancias mutuas se desvían con respecto al valor de apoyo se requiere realizar un gran trabajo de

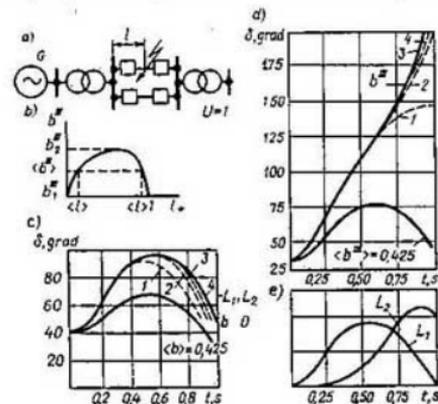


Fig. 7.32. Para cálculo del proceso con ayuda de valores de apoyo:

a, esquema del sistema; b, dependencia entre la admitancia y el alejamiento del cortocircuito, $\langle l \rangle$, alejamiento de apoyo; b'' , admitancia de apoyo; c, curvas de los procesos transitorios para $P_T = 0,6$; — curvas obtenidas por el método de los intervalos sucesivos; — curvas obtenidas con ayuda de series de potencia con coeficientes variables; 1, 2, 3, 4, teniendo en cuenta uno, dos, tres y cuatro términos del desarrollo, respectivamente; d, curvas del proceso transitorio para $P_T = 0,7$; e, soluciones de las ecuaciones en diferentes variaciones para $P_T = 0,6$

cálculo ya que las ecuaciones en caso general se integran por métodos numéricos.

En estas condiciones es más racional emplear, para determinar los movimientos relativos del rotor del generador (con desviaciones de los parámetros), métodos analíticos que son más sencillos y menos trabajosos al haber calculado previamente o obtenido experimentalmente cierto movimiento de apoyo.

Empleo de las ecuaciones en variaciones para el cálculo de las curvas de los procesos transitorios. Las dependencias analíticas entre los parámetros variables que reflejan la presencia en los sistemas de perturbaciones grandes u otros fenómenos de avería por una parte y los parámetros que determinan el transcurso de los procesos transitorios, pueden ser representadas, aproximadamente, en forma de polinomios. Para generalizar estas ideas supongamos que el proceso transitorio en un sistema no lineal se describa por la ecuación

$$dx/dt = f(t, x, \mu), \quad (7.38)$$

donde μ es el parámetro inicial, cuyo cambio conlleva a la aparición del proceso transitorio $x(t)$.

Para cierto valor de apoyo del parámetro $\langle \mu \rangle$ la solución de la ecuación (7.38) $\langle x(t) \rangle$ también va a ser la de apoyo. La necesidad de búsqueda de los métodos analíticos para representar la relación entre la solución y la función inicial mediante la dependencia $x = \varphi(t, \mu)$ aparece como consecuencia de que la solución de la ecuación (7.38) no puede ser obtenida en forma de funciones elementales y sus combinaciones. Cualquier valor arbitrario del parámetro μ se puede representar de la forma

$$\mu = \langle \mu \rangle + \Delta\mu. \quad (7.39)$$

La solución de la ecuación (7.38) que corresponde a dicho parámetro también se puede analizar en forma de la suma:

$$x(t) = \langle x(t) \rangle + \Delta x(t), \quad (7.40)$$

donde $\Delta x(t) = \varphi(t, \mu) - \varphi(t, \langle \mu \rangle)$.

Si la función $x = \varphi(t, \mu)$ en los alrededores de $\langle x \rangle = \varphi(t, \langle \mu \rangle)$ es desarrollable en la serie de Taylor según el parámetro μ , entonces para el incremento de la solución es correcta la expresión

$$\Delta x(t) = L_1(t) \Delta\mu + \frac{1}{2!} L_2(t) \Delta\mu^2 + \frac{1}{3!} L_3(t) \Delta\mu^3 + \dots, \quad (7.41)$$

donde

$$L_1(t) = d\varphi(t, \mu)/d\mu |_{\mu=\langle \mu \rangle}; \quad L_2(t) = d^2\varphi(t, \mu)/d\mu^2 |_{\mu=\langle \mu \rangle}. \quad (7.41a)$$

Aumentando el número de términos del desarrollo se puede disminuir el error al determinar el incremento de la solución $\Delta x(t)$ con la desviación del parámetro $\Delta\mu$ prefijada. Se puede también, conservando el error, ampliar el diapasón de las variaciones de $\Delta\mu$, aumentando el número de términos de desarrollo.

Representar las soluciones en forma de los desarrollos (7.41) tiene un gran valor práctico. Esto da la posibilidad de recalcular de manera sencilla las curvas de los procesos transitorios en los sistemas no lineales y de representar las soluciones de una forma más reducida. Los coeficientes $L_i(t)$ pueden ser determinados en forma de soluciones de las ecuaciones en sus variaciones, las cuales se obtienen como resultado de la diferenciación con respecto a un parámetro de la ecuación (7.38), después de haber sustituido formalmente en ella la solución $x = \varphi(t, \mu)$. Así, después de diferenciar una vez la ecuación (7.38) según el parámetro μ y transformarla luego [teniendo en cuenta (7.41a)], se obtiene la ecuación de la forma

$$\frac{dL_1(t, \mu)}{dt} = a(t, x, \mu) L_1(t, \mu) + g_1(t, x, \mu), \quad (7.42)$$

donde

$$a(t, x, \mu) = \frac{\partial f(t, x, \mu)}{\partial x}; \quad g_1(t, x, \mu) = \frac{\partial f(t, x, \mu)}{\partial \mu}.$$

Cuando en (7.42) se sustituyen los valores de apoyo de los parámetros $\langle \mu \rangle$ y $\langle x(t) \rangle$, de los cuales $\langle x(t) \rangle$ se determina mediante la integración numérica de la ecuación de apoyo (7.38), obtenemos

$$dL_1/dt = a(t) L_1 + g_1(t). \quad (7.43)$$

La ecuación (7.43) también se puede resolver cómodamente por los métodos numéricos y luego, cuando sea necesario, aproximar la dependencia obtenida mediante expresiones analíticas.

La ecuación que describe la variación en el tiempo del parámetro $L_2(t, x, \mu)$ se puede hallar diferenciando la ecuación (7.42) según el parámetro variable μ .

Se obtiene la ecuación de la siguiente forma:

$$\frac{\partial L_2(t, \mu)}{\partial t} = a(t, x, \mu) L_2(t, \mu) + g_2(t, x, \mu), \quad (7.44)$$

donde

$$g_2(t, x, \mu) = h(t, x, \mu) L_1 + \frac{\partial g_1}{\partial x} L_1(t, \mu) + \frac{\partial g_1}{\partial \mu};$$

$$h(t, x, \mu) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} L_1(t, \mu) + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \mu} \right].$$

Si a los parámetros x y μ se les dan los valores de apoyo, la ecuación (7.44) se transforma a la forma

$$dL_2/dt = a(t) L_2 + g_2(t). \quad (7.45)$$

De manera similar se pueden obtener las ecuaciones para los otros coeficientes L_i .

En general, el coeficiente L_i se representa por la ecuación

$$\partial L_i(t, \mu)/\partial t = a(t, x, \mu) L_i(t, \mu) + g_i(t, x, \mu), \quad (7.46)$$

donde

$$g_i(t, x, \mu) = h(t, x, \mu) L_{i-1}(t, \mu) + \frac{\partial g_{i-1}}{\partial x} L_1(t, \mu) + \frac{\partial g_{i-1}}{\partial \mu}.$$

Analicemos la obtención de las ecuaciones en las variaciones y la representación analítica aproximada de las curvas de los procesos transitorios en un sistema eléctrico de potencia sencillo. Supongamos que mediante cualquier método, por ejemplo de los intervalos sucesivos, se halló la solución de la ecuación de movimiento de apoyo:

$$T_J d^2 \langle \delta \rangle / dt^2 = F(\langle b \rangle, \langle \delta \rangle), \quad (7.47)$$

donde

$$F(\langle b \rangle, \langle \delta \rangle) = P_T - EU \langle b \rangle \text{sen} \langle \delta \rangle.$$

La ecuación (7.47) describe el proceso transitorio en el sistema mostrado en la fig. 7.32, *a*. Para un cortocircuito a cualquier distancia del comienzo de la línea y, por consiguiente, para cualquier valor de la admitancia mutua, el movimiento relativo del rotor del generador se puede representar en forma de una serie con coeficientes variables:

$$\delta(t, b) = \langle \delta(t, \langle \delta \rangle) \rangle + \frac{\partial \delta}{\partial b} \Big|_{b=\langle b \rangle} \dot{b} + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \delta}{\partial b^2} \Big|_{b=\langle b \rangle} \dot{b}^2, \quad (7.48)$$

donde $\langle \delta \rangle$ es el proceso transitorio de apoyo; $\dot{b} = b - \langle b \rangle$ es la desviación de la admitancia mutua con respecto al valor de apoyo.

Las derivadas parciales en (7.48) dependen del tiempo y del parámetro que se desvía (la admitancia mutua)

$$\partial \delta / \partial b = L_1(t, b); \quad \partial^2 \delta / \partial b^2 = L_2(t, b). \quad (7.49)$$

Cuando en (7.49) se sustituye el valor de apoyo de la admitancia mutua $b = \langle b \rangle$, los coeficientes L_i se pueden analizar como dependientes sólo del tiempo. De esta manera

$$\delta(t) = \langle \delta \rangle + L_1(t) \dot{b} + L_2(t) \dot{b}^2/2. \quad (7.50)$$

Los coeficientes variables en (7.50) se definen por las ecuaciones en las variaciones, que se obtienen diferenciando (7.47) según el parámetro que se desvía b ,

después de una sustitución formal de la solución $\delta(t, b)$:

$$\frac{d}{db} \left[T_J \frac{d^2 \delta(t, b)}{dt^2} \right] = \frac{d}{db} F[b, \delta(t, b)]. \quad (7.51)$$

Diferenciando (7.51) obtenemos

$$T_J d^2 L_1(t, b) / dt^2 = a(t, \delta, b) L_1(t, b) + g_1(t, \delta, b), \quad (7.52)$$

donde

$$a(t, \delta, b) = \partial F / \partial \delta = -EU b \cos \delta; \quad g_1(t, \delta, b) = \partial F / \partial b = -EU \sin \delta.$$

Cuando en (7.52) se sustituyen los parámetros de apoyo (b) y (δ), obtenemos la ecuación en las variaciones, la cual da la expresión para el primer coeficiente variable $L_1(t)$:

$$T_J d^2 L_1 / dt^2 = a(t) L_1 + g_1(t). \quad (7.53)$$

Luego, diferenciando (7.52) respecto del parámetro que se desvía y realizando transformaciones similares, obtenemos

$$T_J \frac{d^2 L_2(t, b)}{dt^2} = a(t, \delta, b) L_2(t, b) + g_2(t, \delta, b), \quad (7.54)$$

donde

$$g_2(t, \delta, b) = h(t, \delta, b) L_1(t, b) + \frac{\partial g_1(t, \delta, b)}{\partial b} L_1(t, b) + \frac{\partial g_1(t, \delta, b)}{\partial b};$$

$$h(t, \delta, b) = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \delta^2} L_1(t, b) + \frac{\partial^2 F}{\partial \delta \partial b} \right].$$

Sustituyendo en $g_2(t, \delta, b)$ las expresiones para $g_1(t, \delta, b)$ y $F[b, \delta(t, b)]$ y realizando transformaciones sencillas, escribamos

$$g_2(t, \delta, b) = EU b \sin \delta L_1(t, b) - 2EU \cos \delta L_1(t, b).$$

Si en (7.54) se sustituyen los parámetros de apoyo (b) y (δ), se obtiene la ecuación en sus variaciones, la cual presenta la expresión para el segundo coeficiente variable $L_2(t)$:

$$T_J d^2 L_2 / dt^2 = a(t) L_2 + g_2(t). \quad (7.55)$$

Cuando sea necesario se puede aumentar el número de términos del desarrollo que se tienen en cuenta en (7.48) y obtener para ellos las ecuaciones en sus variaciones, de manera similar a (7.53) y (7.55). Las ecuaciones (7.53) y (7.55) son lineales con los coeficientes $a(t)$ y $g_i(t)$ variables. Estas ecuaciones se pueden integrar paralelamente con la ecuación de apoyo (7.47), determinando al mismo tiempo la representación analítica del conjunto de curvas de los procesos transitorios con las desviaciones de los valores de la admitancia mutua. Conforme a las fórmulas (7.48) que tienen en cuenta dos términos del desarrollo, prácticamente para todas las variaciones posibles de los parámetros, se puede determinar el transcurso de los procesos transitorios y su estabilidad en los límites de 1,0—1,5 s, o sea en el primer ciclo de oscilaciones de los rotores de los generadores.

Mostremos el empleo del método de los valores de apoyo (variaciones) para el esquema del sistema eléctrico de potencia aducido en la fig. 7.32, a. Los cálculos de los procesos transitorios se realizaron para variaciones de la distancia de un cortocircuito trifásico con respecto al comienzo de la línea. La duración del cortocircuito se tomó igual a 0,15 s, después de lo cual se supuso la desconexión del circuito averiado por un intervalo de 0,4 s y luego su reconexión automática exitosa. El valor de apoyo de la admitancia mutua (fig. 7.32, b) en el régimen de avería es igual (expresado por unidad) a 0,425. La desviación con respecto a la

admitancia de apoyo se consideró igual al 100% de su valor, o sea se analizó el proceso para el cortocircuito al comienzo y al final de la línea, en el cual la admitancia propia era igual a cero.

El proceso de apoyo se calculó por el método común de intervalos sucesivos. El proceso con el valor de la admitancia nulo se determinó analíticamente con ayuda de las series de potencias teniendo en cuenta el primero, segundo, tercero y cuarto términos del desarrollo. Este mismo proceso se calculó por el método de intervalos sucesivos para evaluar el error.

En la fig. 7.32, *c* se muestran las curvas de los procesos estables cuando se transmite al sistema una potencia relativa igual a 0,6, y en la fig. 7.32, *d* igual a 0,7 para la cual el proceso resulta inestable. Las variaciones en el tiempo de los dos primeros coeficientes de la serie de potencias se ven de la fig. 7.32, *e*.

El análisis de los resultados del cálculo muestran que en los intervalos de tiempo analizados, o sea en el límite de 1 s, es suficiente limitarse a dos términos del desarrollo. Cuando se tienen en cuenta los cuatro términos del desarrollo, las curvas obtenidas por el método de intervalos sucesivos y con ayuda de las series de potencias, prácticamente, coinciden tanto para los procesos estables como inestables.

El enfoque expuesto para el análisis de los procesos transitorios se puede emplear también cuando se estudian al mismo tiempo varios parámetros que se desvían. El empleo de este enfoque para el recálculo de las curvas de los procesos transitorios con variaciones de los parámetros debe prever la evaluación del error de los resultados. Uno de los posibles métodos para esto puede ser la comparación de los resultados de los cálculos obtenidos por el método corriente y con ayuda de las ecuaciones en sus variaciones. Si el error resulta mayor del permitido, éste se puede disminuir aumentando el número de términos del desarrollo o disminuyendo el diapasón de desviaciones de la potencia con respecto a la de apoyo.

Teniendo las dependencias analíticas suficientemente sencillas (7.48), se puede, empleando los métodos de transformación de magnitudes aleatorias, obtener las curvas probabilísticas necesarias de los procesos transitorios, las cuales pueden servir de base para el cálculo de los índices de confiabilidad de los procesos transitorios electromecánicos en los sistemas eléctricos de potencia.

7.5. Empleo de los métodos de la teoría de probabilidades en los cálculos de los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia

El análisis de un sistema eléctrico de potencia como un sistema complejo requiere tener en cuenta una gran cantidad de elementos entrelazados. Estos elementos son: generadores, reguladores de excitación, transformadores, líneas de transmisión, motores de los mecanismos industriales, dispositivos de compensación, etc. Durante el funcionamiento del sistema eléctrico de potencia tienen lugar cambios continuos de los parámetros del régimen y de los enlaces entre los elementos del sistema, varía el esquema del sistema eléctrico de potencia, la composición de los elementos conectados. Toda la variedad de procesos que transcurren en el sistema eléctrico de potencia y la combinación de condiciones con las cuales dichos procesos aparecen no pueden ser determinadas unívocamente.

El régimen de funcionamiento del sistema eléctrico de potencia, por consiguiente, en gran parte se predetermina por fenómenos aleatorios que se sienten especialmente en el análisis de los procesos transitorios causados por perturbaciones grandes de avería. A los fenómenos aleatorios pertenecen tales como rotura de los conductores, caída de torres, caída y aumento de la potencia de los elementos del sistema eléctrico de potencia causados por las variaciones de las cargas, presencia de cortocircuitos. El tipo de cortocircuito, su duración y sitio de apari-

ción también tienen naturaleza aleatoria.

Los procesos transitorios electromecánicos en caso de **perturbaciones aleatorias grandes** en el sistema se describen mediante leyes probabilísticas que dan características especiales a sus cálculos en comparación con los cálculos de los procesos en un sistema determinístico.

Aquí se puede diferenciar el carácter probabilístico (determinístico) de los procesos, cuando para las magnitudes determinantes son conocidas exactamente las características probabilísticas. Cuando para las magnitudes aleatorias no hay una descripción probabilística o de antemano se sabe que es inexacta, los procesos se van a describir indeterminadamente. La información inicial en este caso se da mediante ciertos intervalos o secciones de valores posibles. En los últimos tiempos ha tenido desarrollo la teoría de la información difuminada (indeterminada).

El supuesto corriente acerca de que los parámetros y las perturbaciones pueden ser dados unívocamente es una idealización de los procesos que transcurren en el sistema eléctrico de potencia real. Este enfoque en muchos casos es aceptable y permite con suficiente exactitud (desde el punto de vista del problema planteado) reflejar las propiedades más esenciales del sistema eléctrico de potencia. Sin embargo, la resolución de tales problemas como determinar los índices de fiabilidad del sistema eléctrico de potencia, es imposible sin emplear los métodos de la teoría de probabilidades y la estadística matemática.

La elección de medidas para mejorar la estabilidad de un sistema eléctrico de potencia, basada en un enfoque determinístico, contiene cierto riesgo de que no sean lo suficientemente argumentadas. Así, orientándose en el régimen más cargado se puede llegar a una gran cantidad de gastos innecesarios para mejorar la estabilidad debido a que la probabilidad de existencia de dicho régimen es pequeña.

Cuando las perturbaciones y los parámetros iniciales son aleatorios, los resultados de los cálculos de los procesos transitorios también van a ser aleatorios. Por ejemplo, van a ser aleatorios los valores de los ángulos relativos de los rotores de los generadores y los coeficientes de reserva de estabilidad.

Los valores probabilísticos de algunos parámetros iniciales y perturbaciones se determinan mediante la recopilación de datos estadísticos en los sistemas energéticos y su posterior tratamiento por medio de los métodos de la matemática estadística. Para obtener las características probabilísticas de los parámetros que determinan el transcurso de los procesos transitorios (por ejemplo, los ángulos relativos de los rotores de los generadores), es necesario emplear métodos de cálculo especiales. Las características probabilísticas de estos parámetros «de salida» se pueden analizar como resultado de la transformación de las características probabilísticas de los parámetros «de entrada» y las perturbaciones.

Las evaluaciones probabilísticas de los procesos transitorios se obtienen con ayuda de los experimentos, los cuales permiten recopilar los datos estadísticos y determinar la característica probabilística de los parámetros «de salida» en un sistema real. Es posible también la vía cálculo-experimental, cuando por diferentes métodos se realizan varios cálculos (cada uno por su algoritmo determinístico).

Por ejemplo, en los cálculos por el método de modelación estadística (método de Monte—Carlo) se emplea un conjunto de programas, en el que se incluye un programa para el cálculo de la estabilidad y un programa especial de variación estadística de los datos iniciales. La variación aleatoria de los datos iniciales se realiza por medio de un dispositivo para generar una secuencia de números aleatorios con una ley de distribución probabilística uniforme (normal). Para cada conjugación aleatoria de los datos iniciales se lleva a cabo el cálculo de estabilidad. Cuando estos cálculos se repiten varias veces, se recogen los datos estadísticos sobre los parámetros buscados que caracterizan el proceso transitorio. Un tratamiento

posterior de dichos datos da la posibilidad de obtener las densidades empíricas de las probabilidades y las funciones de distribución.

El método de la simulación estadística permite al mismo tiempo tener en cuenta el número relativamente grande de parámetros prefijados aleatoriamente y considerar sistemas eléctricos de potencia bastante complejos*).

En la fig. 7.33 se muestran los histogramas de la distribución de los valores máximos de los ángulos relativos de los rotores de los generadores en el primer ciclo de oscilaciones, obtenidos para un sistema eléctrico de potencia con 17 generadores. En la construcción de los histogramas todo el diapasón de los valores máximos de salida de los ángulos relativos se divide en intervalos, los cuales (δ_i, δ_{i+1}) se ven en la misma figura. En cada intervalo, como la base, se construye un rectángulo, cuyo área es igual a la relación entre el número de valores de los ángulos máximos, que se hallan dentro del intervalo dado m_i en experimentos estadísticos, y el número total de experimentos n :

$$p_i^* = m_i/n = f_i^* (\delta_{i+1} - \delta_i).$$

La suma de las áreas de todos los rectángulos, o área total del histograma, es

$$\sum_{i=1}^k \frac{m_i}{n} = \sum_{i=1}^k f_i^* (\delta_{i+1} - \delta_i) = 1,$$

debido a que $\sum_{i=1}^k m_i = n$, donde k es el número

de intervalos. Se analizó un cortocircuito trifásico en las barras de una de las centrales suponiendo que los parámetros que los generadores, transformadores, líneas de transmisión y cargas son conocidos con errores cuyos valores se distribuyen conforme a la ley normal**).

Las características probabilísticas de estabilidad se puede determinar también durante el análisis de diferentes situaciones de avería, o sea acontecimientos aleatorios complejos (por ejemplo, perturbaciones que causan la variación de los ángulos δ , acción en ciertos momentos de los dispositivos de protección y la automática, etc.). Toda la variedad de las situaciones casuales de avería se puede dividir en dos subconjuntos que no se cruzan, estables e inestables, considerando la posibilidad de la pérdida de estabilidad del sistema como la probabilidad de que aparezca una situación de avería en el subconjunto inestable.

Los métodos numéricos para determinar las características probabilísticas

*) Véase: Г. Веников, Б. Головицын, В. Строев. Применение метода статистических испытаний к анализу устойчивости электрических систем. — Электричество, 1969, № 1, с. 13—18. (G. Vénikov, B. Golovitzin, V. Stróev. Empleo del método de experimentos estadísticos para el análisis de estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia).

**) Véase: Л. Цукерник, В. Дерский. Комплекс программ для анализа на ЦВМ устойчивости с учетом погрешности исходной информации и реализации расчетных режимов. Проблемы Технической Электродинамики. — Киев: Наукова думка, 1970, вып. 25. (L. Tzúkérnik, V. Derzky. Paquete de programas para analizar en el ordenador la estabilidad teniendo en cuenta el error de la información inicial y la realización de los regímenes de cálculo).

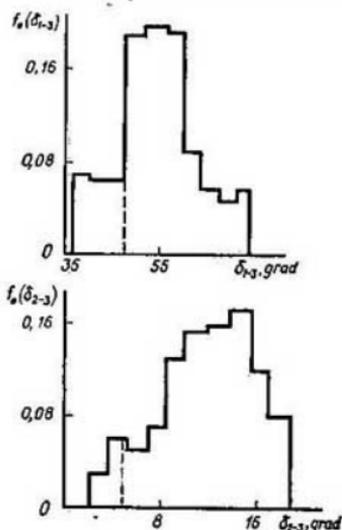


Fig. 7.33. Histogramas de distribución de los valores máximos de los ángulos relativos de los rotores de los generadores

de los procesos transitorios (modelación estadística) requieren una gran cantidad de cálculos tal, que los cálculos de sistemas eléctricos de potencia complejos que contienen un conjunto de centrales, cargas y una red ramificada, se dificultan incluso empleando los ordenadores. Estos métodos se emplean para casos particulares, o sea son correctos sólo para condiciones concretas tomadas en el cálculo. Por eso pueden ser empleados en aquellos casos cuando no existen métodos analíticos o su empleo es dificultoso.

Los métodos analíticos para obtener las características probabilísticas de los procesos transitorios electromecánicos se emplean exitosamente en la resolución de los problemas de análisis y síntesis. Así, dándose las características probabilísticas deseadas de los procesos transitorios y las que se deducen, por ejemplo, de las exigencias presentadas a la fiabilidad de los sistemas eléctricos de potencia, se puede elegir medidas concretas para el mejoramiento de la estabilidad.

Características probabilísticas del tiempo límite de desconexión del cortocircuito. En las condiciones

reales de funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia, los parámetros que predeterminan el transcurso del proceso pueden tomar diferentes valores de la región de posibles variaciones. La influencia de cada uno de estos parámetros por separado en el tiempo límite de desconexión del cortocircuito se mostró en la fig. 7.3. El tiempo límite de desconexión del cortocircuito obtenido a condición de que la resistencia del arco en el punto de cortocircuito es igual a cero, la distancia con respecto al comienzo de la línea es igual a cero y también las desviaciones de las f.e.m. y de la reactancia del generador con respecto a los valores de cálculo son iguales a cero, se tomó igual a la unidad. Los valores reales de los parámetros dependen de un

gran número de factores, que prácticamente no pueden ser tenidos en cuenta en los cálculos. Por ejemplo, el sitio de aparición del cortocircuito depende de las condiciones atmosféricas, estado del aislamiento en las diferentes partes de las líneas de transmisión, etc. La resistencia del arco en el sitio del cortocircuito depende también de una serie de factores lo que, prácticamente, es imposible tomar en consideración. Cuando se hacen registros repetidos de la resistencia del arco, sus valores casuales son diferentes; se les puede dividir en una serie de intervalos iguales y en cada uno, como base, construir rectángulos con alturas iguales a las frecuencias P_{*i} de aparición de los valores de las resistencias (fig. 7.34, a). La curva escalonada obtenida es el *histograma de distribución de la resistencia del arco*:

$$P_{*i} = \varphi(R).$$

La frecuencia que corresponde al intervalo i es

$$P_{*i} = m_i/n, \text{ a la vez } \sum_{i=1}^n P_{*i} = \sum_{i=1}^n (m_i/n = 1),$$

donde m_i es el número de apariciones de la resistencia dada del arco en el i -ésimo intervalo de valores; n es el número total de observaciones de la resistencia del arco.

Con el aumento del número de observaciones y al elegir intervalos más pequeños, el histograma se convierte en una curva que limita un área igual a la unidad

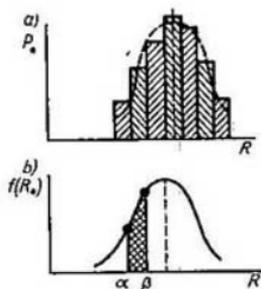


Fig. 7.34. Curvas probabilísticas del arco:

a, histogramas aproximadas de la resistencia; b, probabilidad de que aparezca un arco que tenga una resistencia R

denominada *densidad de probabilidades de la resistencia del arco*. En la fig. 7.34, *b* se muestra la densidad de distribución de la ley normal de distribución, o sea los valores de $f(R_*) = \varphi(R)$, que corresponden al histograma de la fig. 7.34, *a*.

La densidad de probabilidades (o densidad de distribución) es una de las formas de la ley normal de distribución de una magnitud aleatoria, que establece la relación entre los valores posibles de la magnitud aleatoria y sus correspondientes probabilidades. Si separamos cierto intervalo de valores de la resistencia del arco desde α hasta β , entonces la probabilidad del suceso aleatorio que consiste en

que cuando aparezca el cortocircuito la resistencia del arco va a estar en dicho intervalo, es igual al área sombreada en la fig. 7.34, *b*:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(R) dR = p(\alpha < R < \beta).$$

Conociendo la densidad de la probabilidad $f(R)$, se puede hallar la función teórica de distribución de la magnitud aleatoria

$$F(R) = \int_{-\infty}^R f(R) dR,$$

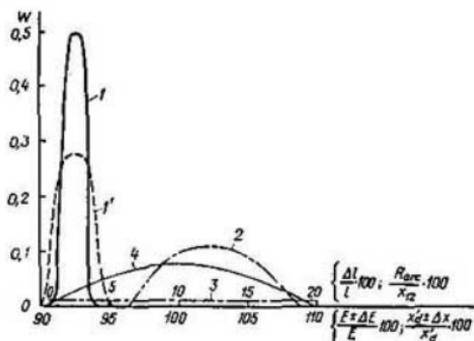


Fig. 7.35. Densidades de probabilidades W de los parámetros del régimen y parámetros del sistema:

- 1, $W\left(\frac{R_{\text{arco}}}{x_{11}}; 100\right)$; 1', lo mismo para $\sigma_1 < \sigma_2$; 2, $W\left(\frac{E \pm \Delta E}{E}; 100\right)$; 3, $W\left(\frac{\Delta l}{l}; 100\right)$; 4, $W\left(\frac{x'_d \pm \Delta x}{x'_d}; 100\right)$

Las densidades de probabilidad de los parámetros aleatorios que influyen en el tiempo límite de desconexión del cortocircuito tienen la forma presentada en la fig. 7.35. Además, se supone que la resistencia del arco, la f.e.m. y la reactancia transitoria del generador están distribuidas según la ley normal acotada, y la distancia del cortocircuito con respecto al comienzo de la línea está distribuida según la ley uniforme.

Las leyes acotadas de distribución de magnitudes aleatorias se emplean en aquellos casos, cuando es necesario limitar la región de variación de dichas magnitudes. Una magnitud aleatoria, distribuida según la ley normal, varía desde $-\infty$ hasta $+\infty$. En el análisis de la resistencia del arco es racional limitar la región de variación de su valor por límites prácticamente posibles, por ejemplo no analizar los valores negativos de la resistencia del arco.

Las características probabilísticas de los parámetros, dadas aquí *a priori*, deben determinarse mediante observaciones, cuyo número comúnmente es limitado y que contienen elementos de casualidad. Para disminuir la influencia de los errores casuales en la matemática estadística se han desarrollado métodos de nivelación de las series estadísticas con su posterior comprobación por medio de los criterios de coincidencia con las distribuciones teóricas.

Las características *a priori*, empleadas cuando no hay datos estadísticos basados en conocimientos sobre las propiedades físicas de los fenómenos estudiados, pueden utilizarse con éxito en los cálculos de la primera aproximación. Por ejemplo,

la proposición acerca de que la resistencia del arco se somete a la ley normal acotada de distribución y puede ser representada por una magnitud constante en el tiempo es convencional. En la realidad la resistencia del arco varía en el tiempo, ya que cambia la longitud del arco y la corriente que circula por él. La longitud del arco se determina por la dirección del espacio cerrado, en su variación influyen las corrientes ascendentes del aire condicionadas por la energía liberada por la columna del arco y las condiciones atmosféricas. Del análisis de los datos experimentales se puede deducir una fórmula empírica para determinar la resistencia del arco en dependencia de su longitud y la corriente, las cuales varían en el tiempo. Estos cambios se pueden tener en cuenta de manera aproximada por las ecuaciones de primer orden.

La influencia de los cambios aleatorios de los valores de la resistencia del arco y de los diferentes métodos para representarla en los cálculos sobre el movimiento relativo del rotor del generador, se da en forma de histogramas (fig. 7.36).

Cuando las variaciones de la resistencia del arco en el tiempo se toman en consideración, se obtienen condiciones más favorables para el transcurso del proceso transitorio. Así, el valor medio probabilístico de la salida máxima del ángulo del rotor del generador sin tener en cuenta la variación en el tiempo de la resistencia del arco es $\delta_{m\acute{a}x} = 92,27^\circ$, y cuando se considera la variación en el tiempo de la resistencia $\delta_{m\acute{a}x} = 81,59^\circ$.

Suponiendo que las características probabilísticas de los parámetros tomadas son reales, analicemos las características probabilísticas del tiempo límite de desconexión del cortocircuito t_{*desc} . El tiempo límite, como ya se dijo arriba, es una magnitud aleatoria que funcionalmente depende de parámetros aleatorios. La función de su distribución permite valorar la probabilidad de aparición de cualesquiera de los valores posibles.

La densidad de probabilidades del tiempo límite $f(t_{*desc})$ se puede determinar según la densidad conocida de probabilidades de la resistencia del arco $f(R_{*arc})$ y la dependencia funcional $t_{*desc} = \xi(R_{*arc})$ suponiendo que los demás parámetros se dan como magnitudes determinísticas.

La función $\xi(R_{*arc})$ es diferenciable, a ella le corresponde unívocamente la función inversa $R_{*arc} = \varphi(t_{*desc})$. Las magnitudes t_{*desc} y R_{*arc} están enlazadas por una correlación unívoca y de la desigualdad

$$R_{*arc 0} < R_{*arc} \leq R_{*arc 0} + dR_{*arc} \quad (7.56)$$

se deduce la desigualdad

$$t_{*desc 0} < t_{*desc} \leq t_{*desc 0} + dt_{*desc}, \quad (7.57)$$

donde $t_{*desc 0} = \xi(R_{*arc 0})$, y viceversa. Por consiguiente, la probabilidad de que se cumplan las condiciones (7.56) es igual a la probabilidad de que se cumplan las condiciones (7.57). Estas probabilidades son iguales a las áreas sombreadas S_R y S_t mostradas en la fig. 7.37, a, c.

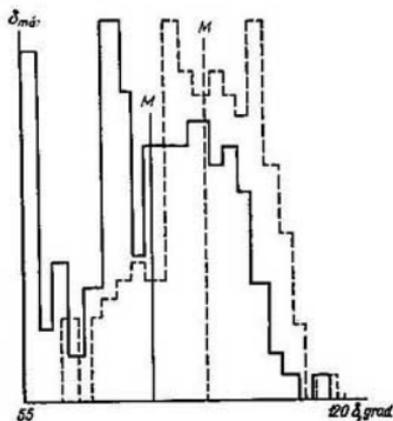


Fig. 7.36. Histogramas de $\delta_{m\acute{a}x}$:
—, teniendo en cuenta la variación de la resistencia del arco en el tiempo; - - -, sin tener en cuenta dicha variación

Con una exactitud de hasta pequeñas magnitudes de orden superior se puede escribir

$$f(R_{*arc}) dR_{*arc} = f(t_{*desc}) dt_{*desc}. \quad (7.58)$$

La densidad de probabilidades buscada se determina de (7.58):

$$f(t_{*desc}) = f(R_{*arc}) |dR_{*arc}/dt_{*desc}|.$$

La derivada se toma según el módulo, ya que la densidad de probabilidades no son funciones negativas *).

Sustituyendo en $f(t_{*desc})$ en vez de la magnitud aleatoria R_{*arc} su expresión $R_{*arc} = \varphi(t_{*desc})$, obtenemos

$$f(t_{*desc}) = f[\varphi(t_{*desc})] |d\varphi(t_{*desc})/dt_{*desc}|.$$

En el caso analizado la función inversa es unívoca (fig. 7.37, b).

Cuando se hacen supuestos generales, la dependencia funcional entre las magnitudes aleatorias $y = \xi(x)$ puede ser tal que la función inversa $x = \varphi_j(y)$

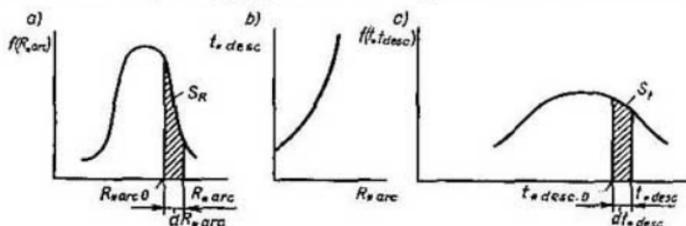


Fig. 7.37. Cálculo de la densidad de probabilidad del tiempo límite de desconexión:

a, densidad de probabilidad de la resistencia del arco; b, relación entre el tiempo de desconexión y los factores probabilísticos; c, densidad de probabilidad del tiempo límite

($j = 1, 2, \dots, k$) va a ser multiforme. Entonces la densidad de probabilidades de la función de una magnitud aleatoria es

$$f(y) = \sum_{j=1}^k f_x[\varphi_j(x)] |d\varphi_j(x)/dx|. \quad (7.59)$$

Las dependencias del tiempo límite de desconexión del cortocircuito con respecto a los factores influyentes se pueden representar de manera aproximada por las funciones lineales de la forma

$$t_{*desc} = a + bR_{*arc}. \quad (7.60)$$

Teniendo en cuenta (7.60) la densidad de probabilidades del tiempo límite de desconexión del cortocircuito es

$$f(t_{*desc}) = f[(t_{*desc} - a)/b] |1/b|. \quad (7.61)$$

Integrando (7.61) obtenemos la función de distribución del tiempo límite de desconexión del cortocircuito:

$$F(t_{*desc}) = \int_{-\infty}^{t_{*desc}} f(t_{*desc}) dt_{*desc}.$$

*) Véase: B. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники. — М.: Советское радио, 1969, с. 104. (B. Levin. Fundamentos teóricos de la radiotécnica estadística).

En la fig. 7.38 se reflejan los resultados de los cálculos que corresponden a las características probabilísticas de los parámetros mostradas en la fig. 7.35. Estas funciones dan la posibilidad de determinar la probabilidad de pérdida de la estabilidad para diferentes valores reales del tiempo de desconexión del cortocircuito. En el sistema tiene lugar la pérdida de la estabilidad si el tiempo límite de desconexión del cortocircuito es menor que el real. Las probabilidades de dichos sucesos se determinan por las curvas mostradas en la fig. 7.38. Si se supone que el tiempo real de desconexión del cortocircuito es $t_{*desc} = 1,2$, entonces, siendo casual el cambio de la resistencia del arco con una probabilidad de 0,15 (curva I'), tiene lugar la pérdida de la estabilidad. Cuando aumenta el valor del tiempo real de desconexión del cortocircuito, por ejemplo hasta 1,6, la probabilidad de pérdida de la estabilidad crece hasta 0,7.

Analicemos la influencia del valor medio cuadrático de la desviación de la resistencia del arco en las características probabilísticas de la estabilidad del sistema. Esta influencia depende de la correlación entre el tiempo real de desconexión del cortocircuito t_{*r} y la esperanza matemática del tiempo límite de desconexión $M\{t_{*desc}\}$.

Si el tiempo real de desconexión t_{*r} es mayor que la esperanza matemática ($t_{*r} > M\{t_{*desc}\}$), entonces, con el aumento de la dispersión de los valores aleatorios de la resistencia del arco (con el aumento de la desviación cuadrática media σ_R), la probabilidad de pérdida de la estabilidad disminuye (fig. 7.38, curvas I y I'). Realmente, cuando $t_{*r} = 1,6$ y $\sigma_R = 0,8$ la probabilidad de pérdida de la estabilidad es 0,84 y para $\sigma_R = 1,5$, es 0,7. En el caso límite, cuando $\sigma_R = 0$ y $t_{*r} > M\{t_{*desc}\}$, cuando hay cortocircuito, la probabilidad de la pérdida de la estabilidad es igual a la unidad. Pero si el tiempo real de desconexión del cortocircuito es menor que la esperanza matemática ($t_{*r} < M\{t_{*desc}\}$), entonces con el aumento de σ_R la probabilidad de pérdida de la estabilidad aumenta.

Teniendo las características probabilísticas de t_{*desc} , de manera argumentada se puede elegir el valor racional t_{*r} y las medidas para el mejoramiento de la estabilidad. Supongamos que como resultado de los cálculos se obtuvo una función de distribución del tiempo límite de desconexión del cortocircuito para la cual la probabilidad de pérdida de la estabilidad en el sistema resulta mayor de la permisible. Esta función de distribución se puede cambiar en la dirección deseada, llevando a cabo las medidas para el mejoramiento de la estabilidad.

El enfoque probabilístico para determinar la influencia de las variaciones de los parámetros en el tiempo límite de desconexión del cortocircuito permite evaluar no sólo el diapasón de los valores posibles del tiempo límite, sino también la distribución aleatoria de dichos valores dentro de ese diapasón. Por ejemplo, determinando las características probabilísticas del tiempo límite de desconexión del cortocircuito cuando se tiene en cuenta sucesivamente la influencia de cada parámetro, hay que tener presente que no todos los parámetros enumerados pueden variar al mismo tiempo y en estas condiciones t_{*desc} puede analizarse en forma de una hipersuperficie construida en las coordenadas de los parámetros influyentes.

Las características probabilísticas de t_{*desc} también pueden ser determinadas

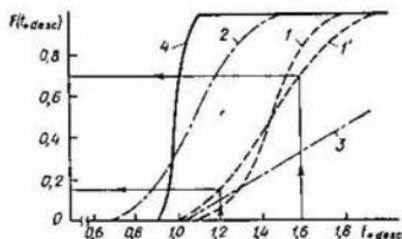


Fig. 7.38. Curvas (funciones) de distribución:

1, para una distribución normal acotada de la resistencia del arco en el sitio del cortocircuito, I' , lo mismo, siendo $\sigma_1 > \sigma_2$; 2, 4, para una distribución normal acotada de la reactancia transitoria del generador; 3, para una distribución uniforme del sitio de cortocircuito

si además se tiene en cuenta el carácter aleatorio del conjunto de parámetros. Para esto es necesario expresar el tiempo límite como una función de todos los parámetros aleatorios.

Características probabilísticas de los movimientos relativos de los rotores de los generadores*). La resolución aproximada de las ecuaciones diferenciales del movimiento relativo del rotor en caso de variaciones de los parámetros iniciales permite en cada paso de integración establecer dependencias funcionales entre los ángulos relativos y los parámetros variables. Cuando la admitancia mutua prefijada no es unívoca la correlación tiene la forma

$$\delta_i = -L_i b, \text{ donde } i = 1, 2, \dots \quad (7.62)$$

La desviación de la admitancia mutua con respecto a su valor de apoyo está causada por la variación del sitio de aparición del cortocircuito. En un caso general

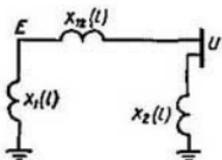


Fig. 7.39. Circuito equivalente de la transmisión

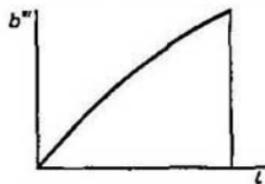


Fig. 7.40. Carácter aproximado de la dependencia de la admitancia en función del sitio del cortocircuito

el sitio de aparición del cortocircuito es aleatorio. Por consiguiente, la naturaleza aleatoria es también una propiedad de la admitancia mutua y de los ángulos relativos de los rotores del generador.

El movimiento relativo del rotor del generador, cuando se tiene en cuenta la admitancia mutua en forma de una magnitud aleatoria, se puede representar por una variación no aleatoria en el tiempo del ángulo relativo aleatorio del generador. Conforme a (7.62) para cualquier momento de tiempo t_i el ángulo δ_i es una magnitud aleatoria, y la variación del ángulo δ en el tiempo transcurre de una manera no aleatoria. Si se fija cierto valor de la admitancia mutua \hat{b} , entonces a ella le va a corresponder una función de tiempo $\hat{\delta}(t)$ determinística.

La variación no aleatoria en el tiempo del ángulo relativo del rotor del generador, que es aleatorio, se denomina *proceso cuasideterminístico*. La característica probabilística más completa de un proceso cuasideterminístico es su función unidimensional de distribución. Hallemos la densidad de probabilidades y la función de distribución del ángulo relativo del rotor del generador en el momento de tiempo t_i cuando hay un cortocircuito trifásico a una distancia aleatoria con respecto al comienzo de la línea.

La admitancia mutua en el régimen de cortocircuito funcionalmente depende de la distancia aleatoria l . Esta dependencia se puede obtener basándose en el circuito equivalente complejo del sistema, transformándolo a la forma mostrada en la fig. 7.39, de donde se halla también el valor de la admitancia mutua en el

* Más detalladamente véase: В. Веников, Е. Пуяттин. Вероятностный подход к определению динамической устойчивости электрических систем. — Известия АН СССР, Энергетика и транспорт, 1972, № 5. (V. Vénikov, E. Püttatín. Enfoque probabilístico para determinar la estabilidad dinámica de los sistemas eléctricos de potencia).

régimen de avería III. La relación entre el valor de la admitancia mutua $b^{III}(l)$ y la distancia de la sección de la línea de transmisión l , detrás de la cual sucede el cortocircuito, se ve de la fig. 7.40.

Para los sistemas más complejos la dependencia de la admitancia mutua con respecto a la distancia de cortocircuito se puede determinar aproximadamente por medio de cálculos repetidos de los valores de la admitancia mutua con desplazamiento del punto de cortocircuito a lo largo de la línea de transmisión. Según los resultados de dichos cálculos se puede hallar la expresión analítica de la dependencia $b(l)$. En la mayoría de los casos tanto para los sistemas complejos como para los sencillos, las dependencias de la admitancia mutua con respecto a la distancia de cortocircuito (al comienzo de la línea) se aproximan bastante bien por medio de los polinomios de segundo grado

$$b(l) = a_0 + a_1 l + a_2 l^2.$$

Los coeficientes a_i ($i = 0, 1, 2$) se hallan comúnmente por el método de los cuadrados mínimos.

La desviación de la admitancia mutua con respecto al valor de apoyo (véase parágrafo 7.4) es

$$\hat{b}(l) = a_0 - \langle b \rangle + a_1 l + a_2 l^2.$$

La desviación del ángulo relativo del rotor del generador con respecto al valor de apoyo en el momento de tiempo que corresponde al i -ésimo intervalo de integración causado por la desviación de la admitancia $\hat{b}(l)$:

$$\delta_i = T_i^{(0)} + T_i^{(1)} l + T_i^{(2)} l^2,$$

donde

$$T_i^{(0)} = -L_i (a_0 - \langle b \rangle); \quad T_i^{(1)} = -L_i a_1; \quad T_i^{(2)} = -L_i a_2. \quad (7.63)$$

Un carácter aproximado de la dependencia $\delta_i(l)$ se muestra en la fig. 7.41.

El valor del ángulo relativo del rotor del generador, teniendo en cuenta la correlación (7.63), lo representemos en la forma

$$\delta_i = \tilde{T}_i^{(0)} + T_i^{(1)} l + T_i^{(2)} l^2,$$

donde

$$\tilde{T}_i^{(0)} = \langle \delta_i \rangle + T_i^{(0)}.$$

La variación en el tiempo del ángulo del rotor del generador puede ser determinada por la fórmula

$$\delta(t) = \tilde{T}^{(0)}(t) + T^{(1)}(t) l + T^{(2)}(t) l^2. \quad (7.64)$$

Las características probabilísticas de la variación del ángulo relativo del rotor del generador pueden hallarse por los métodos de transformaciones funcionales de magnitudes aleatorias conforme a (7.64). La función inversa $l = \varphi(\delta_i)$ es unívoca (fig. 7.41).

Las dependencias de la densidad de probabilidad $F(\delta_i)$ y las funciones de distribución $f(\delta_i)$ con relación al ángulo δ_i del rotor del generador se pueden valorar mediante las curvas mostradas en la fig. 7.42. Ellas están trazadas basándose en el supuesto de que el alejamiento aleatorio del cortocircuito con respecto al comienzo de la línea se somete a una ley de densidad uniforme. Según el tipo de la densidad de probabilidad y la función de distribución del ángulo relativo del

rotor del generador se puede concluir que los valores de los ángulos relativos con grandes probabilidades se van a ubicar cerca de límite inferior de valores posibles.

Cuando se hace una evaluación probabilística de la estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia, es de interés los casos cuando para ciertos valores del alejamiento del cortocircuito con respecto al comienzo de la línea es posible la pérdida de la estabilidad. La región de posibles realizaciones del proceso transitorio $\delta(t)$,

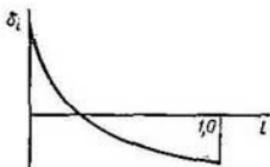


Fig. 7.41. Gráfica de la dependencia del valor del ángulo δ_i respecto del sitio de la avería

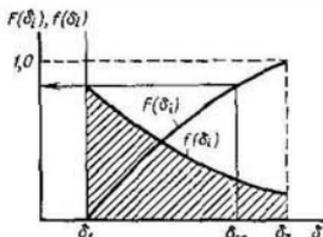


Fig. 7.42. Densidad de probabilidades y distribución del ángulo relativo δ_i

que se ve de la fig. 7.43, contiene la curva crítica I , la cual divide la región analizada en las subregiones estable (curva 2) e inestable (curva 3). La probabilidad de conservar la estabilidad se determina conforme a la función de distribución del ángulo relativo del rotor del generador para lo cual, de acuerdo a la fig. 7.44, se hace el reemplazo del ángulo crítico δ_{cr} en la función estudiada. La probabilidad

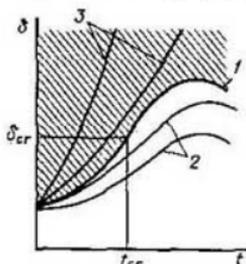


Fig. 7.43. División de $\delta = f(t)$ en regiones estables e inestables

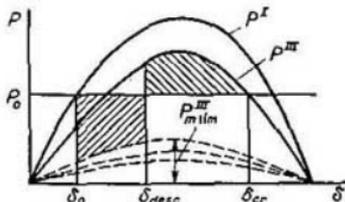


Fig. 7.44. Curvas angulares de la potencia, teniendo en cuenta los factores probabilísticos

de pérdida de la estabilidad es igual a $1 - F(\delta_{cr})$. En una serie de casos, sin realizar muchos cálculos, se puede establecer el valor crítico del parámetro aleatorio inicial que corresponde a la curva crítica del proceso transitorio $\delta_{cr}(t)$.

Así, supongamos que el ángulo de desconexión δ_{desc} del cortocircuito es conocido. Debido a que la admitancia mutua en el régimen de avería es una magnitud aleatoria, entonces las curvas angulares de la potencia mostradas en la fig. 7.44 van a tener también valores aleatorios para las condiciones del régimen de avería III (curvas sombreadas).

El valor máximo de la curva angular de la potencia P_m^{III} en el régimen analizado también va a ser aleatorio. Al disminuir gradualmente el valor de P_m^{III} puede presentarse una situación en la cual el ángulo de desconexión se haga igual al ángulo límite, o sea el área de aceleración va a ser igual al área posible de frenado

(fig. 7.44). El valor máximo de la característica angular del régimen de avería se denomina valor *límite* $P_{m \text{ lim}}^{III}$ y se halla de la fórmula

$$P_{m \text{ lim}}^{III} = \frac{P_0 (\delta_{cr} - \delta_0^I) + P_m^{II} (\cos \delta_{cr} - \cos \delta_{desc. \text{ lim}})}{\cos \delta_0^I - \cos \delta_{desc. \text{ lim}}}$$

Sabiendo la función de distribución de la magnitud P_m^{III} , se puede hallar la probabilidad de pérdida de la estabilidad. Se evalúa la probabilidad del suceso consistente en que durante el cortocircuito debe cumplirse la relación $P_m^{III} < P_{m \text{ lim}}^{III}$.

Las funciones de distribución antes obtenidas para el ángulo relativo del rotor del generador y su correspondiente probabilidad de pérdida de la estabilidad son convencionales, ya que ellas se hallan suponiendo que en el sistema tiene lugar un cortocircuito de un tipo determinado. La aparición del cortocircuito es un suceso aleatorio.

Si se analiza un intervalo de tiempo, por ejemplo, un año, entonces la cantidad de apariciones del cortocircuito va a ser aleatoria, y por consiguiente, será aleatorio el número de veces que se pierde la estabilidad.

Para la solución de problemas prácticos de diseño y explotación de los sistemas eléctricos de potencia es importante conocer las características probabilísticas de las pérdidas de estabilidad en el transcurso de intervalos largos de tiempo, las cuales son causadas por la acción en el sistema de perturbaciones grandes de un tipo determinado. Las características de las pérdidas de estabilidad pueden ser halladas si se conocen las características probabilísticas de las perturbaciones de un tipo determinado, por ejemplo, de los cortocircuitos, y las características de la estabilidad cuando aparece una perturbación.

Lo difícil en la obtención de las características probabilísticas de las pérdidas de estabilidad se debe al hecho de que con el transcurso del tiempo varían las condiciones de funcionamiento del sistema eléctrico de potencia y sus propiedades, a consecuencia de lo cual no se quedan estables también las características probabilísticas del flujo de perturbaciones grandes y de la estabilidad cuando aparece una perturbación. Durante el análisis de intervalos de tiempo largos, las características probabilísticas iniciales de las perturbaciones grandes y de la estabilidad en caso de una sola perturbación deben ser determinadas empleando diferentes métodos de pronóstico.

El flujo de las perturbaciones grandes en los sistemas eléctricos de potencia se puede considerar como un flujo de sucesos no frecuentes, que se someten a la ley de distribución de Poisson. La probabilidad de que durante el tiempo τ sucedan m perturbaciones es

$$P_m(\tau) = [(\lambda\tau)^m / m!] e^{-\lambda\tau}, \quad (7.65)$$

donde λ es la densidad del flujo; τ es el tiempo reducido que es igual a la duración total de funcionamiento del sistema en el régimen analizado en el transcurso de un lapso real Δt .

La relación (7.65) es correcta para el flujo más sencillo que satisface las condiciones de que éste sea estacionario, ordinario y no haya consecuencias *). En la realidad la condición de que sea estacionario puede ser correcta sólo para un intervalo de tiempo limitado, ya que la densidad del flujo (número de perturbaciones por unidad de tiempo) en el transcurso de un largo período no se mantiene constante.

*) Véase: E. Вентцель. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969, с. 524—527. (E. Ventsel. Teoría de probabilidades).

Con el transcurso del tiempo se perfeccionan los dispositivos para protección contra tormentas, aumenta el nivel del aislamiento, se mejoran los parámetros de los elementos del sistema eléctrico de potencia, etc. *Para pronósticos a largo plazo es necesario tener en cuenta que el flujo de las perturbaciones grandes no es estacionario, o sea, es necesario incluir en el cálculo la densidad instantánea $\lambda(t)$ que depende del tiempo.* Entonces la probabilidad de que aparezcan m perturbaciones durante el tiempo τ que se cuenta a partir de cierto momento t_0 , es

$$P_m(\tau, t_0) = (a^m/m!)e^{-a}, \quad (7.66)$$

donde $a = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \lambda(t) dt$ es la esperanza matemática del número de perturbaciones en el intervalo de tiempo $[t_0, (t_0 + \tau)]$.

La dependencia $\lambda(t)$ debe determinarse mediante métodos de pronóstico modernos, tomando en consideración que las características de los parámetros del sistema y del régimen tienden a variarse, que cambia la estructura del sistema y se perfeccionan los medios de protección y automatización, etc. Junto con esto, se deben emplear las posibilidades de todos los métodos de pronóstico científico-técnico, extrapolación, evaluaciones expertas y simulación. Las evaluaciones de extrapolación se basan en los supuestos acerca de la invariabilidad o la estabilidad relativa en la tendencia del desarrollo. En las dependencias extrapolarias con el transcurso del tiempo se deben incluir correcciones que tienen en cuenta la experiencia de la explotación. La duración de dichas evaluaciones comúnmente se limita a 10—15 años.

En la primera aproximación se pueden emplear los datos acerca de los valores medios estadísticos (esperanzas matemáticas) del número de perturbaciones en el transcurso del intervalo de tiempo elegido. Si la esperanza matemática del número de cortocircuitos monofásicos en el transcurso de un año la designamos por \bar{n} , y la probabilidad de pérdida de la estabilidad cuando aparezca el cortocircuito, por p , entonces la probabilidad del número de perturbaciones k durante m años se determinará por la fórmula de la distribución binomial:

$$p_{k,n} = C_n^k p^k q^{n-k} = \frac{n! p^k q^{n-k}}{(n-k)! k!} \quad (7.67)$$

donde $n = \bar{n}m$; $q = 1 - p$ es la probabilidad de que se conserve la estabilidad en caso del cortocircuito.

La probabilidad de que durante m años no sucederá ni una sola pérdida de la estabilidad se determina para $k = 0$ por la fórmula:

$$p_{0,n} = q^n. \quad (7.68)$$

7.6. Particularidades del cálculo del proceso transitorio (estabilidad dinámica) de un sistema complejo que se compone de cualquier cantidad de centrales de potencia conmensurable y cargas

Un sistema eléctrico de potencia se puede calificar de complejo de acuerdo a una serie de criterios. Si la complejidad del sistema se considera sólo según su esquema, suponiendo que los modelos de cálculo tomados son iguales (por ejemplo, $E'_q = \text{const}$ o $E' = \text{const}$, etc.), entonces el sistema «central—barras de potencia infinita» se debe considerar como el *más sencillo*, el sistema «dos centrales—carga» como *sencillo* y tres centrales y más, enlazadas por redes que tienen cargas como *complejo*. La complejidad del sistema, en el sentido del cálculo, depende también de qué ecuaciones de cálculo (modelo matemático) son la base para el estudio. Así,

por ejemplo, si el análisis se lleva a cabo mediante ecuaciones simplificadas de un sistema sencillo que contiene diferentes reguladores, teniendo en cuenta una serie de factores influyentes, las propiedades probabilísticas y estadísticas, entonces este sistema se analiza como complejo. De esta manera, la noción de complejidad del sistema es convencional y hay que emplearla teniendo presentes las observaciones arriba hechas.

Para los cálculos es esencial la presencia en el sistema de barras de potencia infinita. Sin estas últimas el estudio de la estabilidad dinámica se reduce comúnmente al análisis del movimiento relativo de los generadores de un sistema complejo. Se supone que una variación igual de todos los ángulos indica la variación de la frecuencia en el sistema y testimonia su estabilidad dinámica, o sea, la estabilidad en aquella etapa del proceso transitorio donde la variación de la frecuencia aún no es decisiva *). En los cálculos de estabilidad de un sistema complejo por medio de las ecuaciones completas de Park—Górev se podría emplear el método de aproximaciones sucesivas o métodos analíticos generales. Sin embargo, las dificultades para su empleo en un sistema complejo son tan grandes, que en la práctica es aceptable sólo el método de integración numérica (intervalos sucesivos) de las ecuaciones simplificadas ($p\Psi = 0$; $p\delta = 0$) de los procesos transitorios, formuladas para todos los elementos del sistema.

Comúnmente todas las máquinas sincrónicas se incluyen en el cálculo mediante las f.e.m. E_Q y las reactancias x_q ; para las máquinas de polos no salientes $E_Q = E_q$ y $x_q = x_d$. La potencia mecánica de la turbina en los cálculos más sencillos se toma constante; en cálculos más exactos se tienen en cuenta las ecuaciones de la turbina y conforme a ellas se halla la variación de la potencia de intervalo a intervalo. La influencia de los reguladores de excitación de tipo proporcional se puede tener en cuenta de manera aproximada partiendo de la suposición de que $E'_q = \text{const}$, o se toma en consideración mediante la variación de la f.e.m. E_{qe} en cada intervalo. En los cálculos más sencillos esta variación se halla según la curva dada $E_{qe} = f(U_G)$, donde U_G es la tensión en las barras del generador.

En los cálculos más complejos en cada intervalo de tiempo se resuelve la ecuación que describe la acción del sistema de excitación. Todas las cargas del sistema se representan por las impedancias Z_C , las cuales son constantes en todos los regímenes analizados, o varían de intervalo a intervalo, con la particularidad de que las impedancias (admitancias) de las cargas se pueden determinar según sus características dinámicas.

Las expresiones de cálculo fundamentales se obtienen de la siguiente manera. Las corrientes que circulan por cada generador se expresan mediante las f.e.m. y las admitancias:

$$\dot{I}_j = \dot{E}_{Qj} Y_{jj} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^m \dot{E}_{Qn} Y_{jn}, \quad (7.69)$$

donde j es el número de la máquina ($j = 1, 2, \dots, m$).

De (7.69) se hallan las componentes directas de las corrientes de las máquinas por separado:

$$I_{dj} = E_{Qj} y_{jj} \cos \alpha_{jj} - \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^m E_{Qn} y_{jn} \cos (\delta_{jn} - \alpha_{jn}), \quad (7.70)$$

donde $\delta_{jn} = \delta_j - \delta_n$ son los ángulos entre los rotores de las máquinas.

*) La estabilidad en esta etapa se denomina *estabilidad dinámica de sincronismo*.

Las componentes directas de las corrientes se pueden expresar de otra manera:

$$I_{dj} = (E_{Qj} - E'_{qj}) / (x_{qj} - x'_{qj}). \quad (7.71)$$

Igualando las corrientes halladas según (7.70) a las halladas según (7.71), obtenemos un sistema de ecuaciones, en el cual hay tantas ecuaciones, como cantidad de centrales o sea f.e.m. E_Q o E_q :

$$A_j E'_{qj} = a_{jj} E_{Qj} + \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^m a_{jn} E_{Qn}, \quad (7.72)$$

donde los coeficientes son

$$A_j = 1 / (x_{qj} - x'_{qj}); \quad a_{jj} = A_j - y_{jj} \cos \alpha_{jj}; \quad a_{jn} = y_{jn} \cos (\delta_{jn} - \alpha_{jn}).$$

El sistema de ecuaciones obtenido (7.72) enlaza las f.e.m. transitorias E'_q y E_q (o las f.e.m. de cálculo E_Q para las máquinas de polos salientes) con los parámetros del sistema dado. Durante cualquier perturbación brusca del régimen todas las f.e.m. transitorias en el primer momento se conservan invariables, y todas las f.e.m. E_Q y E_q varían en forma de salto.

La perturbación del régimen se puede reducir a una variación instantánea de los parámetros del sistema, o sea a la variación de todos los coeficientes a y A en las ecuaciones (7.72). Sustituyendo en las ecuaciones (7.72) los valores de las f.e.m. $E'_q(0) = E'_{q0}$, o sea dejándolos tales como en el régimen inicial, y los valores de los coeficientes a y A que corresponden al régimen de avería, se pueden hallar las m f.e.m. E_Q y E_q para $t = 0$. Para esto es necesario resolver el sistema de m ecuaciones con m incógnitas. En los cálculos por medio del método de intervalos sucesivos estas ecuaciones deben tener solución en cada intervalo Δt , ya que sus coeficientes varían con el tiempo. En cada intervalo los valores de las f.e.m. E'_q y los coeficientes a deben variar de acuerdo a las fórmulas correspondientes. Sin embargo, dicha resolución, que requiere grandes gastos de tiempo, es posible sólo en los ordenadores. En los cálculos que se realizan a mano o en los simuladores, la solución del sistema se limita sólo a los primeros intervalos después de ser perturbado el régimen, por ejemplo, durante la aparición de un cortocircuito y su liquidación. En los demás intervalos de tiempo, cuando las variaciones de las f.e.m. no son grandes, el cálculo se lleva a cabo de manera aproximada, resolviendo la primera de las ecuaciones (7.72) con relación a E_{Q1} , la segunda, respecto de E_{Q2} , etc. Las ecuaciones adquieren pues la forma

$$E_{Qj} = \frac{A_j}{a_{jj}} E'_{qj} - \frac{1}{a_{jj}} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq j}}^m a_{jn} E_{Qn}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (7.73)$$

En el segundo miembro de las ecuaciones (7.73) los primeros términos tienen valores dominantes, que son proporcionales a las f.e.m. E'_q transitorias. Todos los demás términos comúnmente no son grandes en comparación con el primero. Por eso, la f.e.m. E_{Q1} se puede calcular con suficiente exactitud directamente basándose en la primera ecuación de (7.73), tomando para las restantes f.e.m. (E_{Q2} , E_{Q3} , etc.), excepto las f.e.m. transitorias, sus valores en el intervalo de tiempo anterior. Los valores de las f.e.m. E'_q y los coeficientes a_{12} , a_{13} , etc., (que dependen de los ángulos) deben tomarse correspondientes al intervalo de tiempo dado (y no al anterior).

De manera similar la f.e.m. E_{Q2} se puede hallar basándose en la segunda ecuación del sistema (7.73), al tomar los valores para E_{Q1} , E_{Q3} , etc., del intervalo de tiempo anterior; la f.e.m. E_{Q3} , a base de la tercera ecuación, etc.

Si la diferencia entre los primeros y los demás términos en el segundo miembro de la ecuación (7.73) es insignificante, los valores de cálculo de la f.e.m. E_Q se deben tomar como la primera aproximación. Sustituyéndolos en los segundos miembros se puede hallar nuevos valores, ya más exactos, de la f.e.m. E_Q . De esta manera, el cálculo se lleva a cabo mediante aproximaciones sucesivas, lo cual es más sencillo que la resolución del sistema de ecuaciones.

Si por alguna razón una parte de las centrales del sistema se pueden representar por una f.e.m. constante (comúnmente es la f.e.m. E'_q aplicada detrás de x'_d), entonces el número de incógnitas y de ecuaciones se reduce, respectivamente. El número de ecuaciones se obtiene igual al número de máquinas para las cuales es deseable tener en cuenta la variación en el tiempo de la reacción de inducido y las características de las excitatrices. El número de términos en el segundo miembro de cada ecuación es siempre igual al número total de máquinas en el sistema. A la vez, en vez de E_Q se incluye la f.e.m. E'_q en las ecuaciones que corresponden a las máquinas con una f.e.m. constante.

Para las demás máquinas, la variación de las f.e.m. transitorias E'_q en el transcurso del intervalo de tiempo dado se determina para cada central por separado con ayuda de la expresión tipo

$$\Delta E'_{qj(i)} = (E_{qe(j)} - E_{qj(i-1)}) \Delta t / T_{d0j}, \quad (7.74)$$

donde $j = 1, 2, \dots, m$ es el número de la central; i el número del intervalo.

Las diferentes etapas del cálculo de un proceso transitorio de un sistema complejo se reducen a lo siguiente:

a) se hallan las f.e.m. $E'_{q1}, E'_{q2}, \dots, E'_{qm}$ y $E_{q1}, E_{q2}, \dots, E_{qm}$, también los ángulos $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$, los cuales predeterminan las posiciones de los rotores de las centrales del sistema en las condiciones de su régimen normal;

b) se calculan las reactancias de la secuencia negativa y cero del shunt equivalente en el punto del cortocircuito; se confecciona el circuito equivalente del sistema para el régimen de avería;

c) para el circuito equivalente del régimen de avería se calculan las admitancias propias y mutuas;

d) se trazan las curvas de variación de la f.e.m. E_{qe} en función del tiempo, reflejando así de manera aproximada la influencia de los reguladores de excitación;

e) se elabora el circuito para el régimen posterior a la avería, o sea el circuito del sistema con la sección averiada desconectada, y para dicho circuito se determinan las admitancias propias y mutuas del sistema.

Luego se lleva a cabo la integración numérica y el cálculo por el método de los intervalos sucesivos.

Ejemplo 7.1. En la transmisión mostrada en la fig. 7.45, en uno de los circuitos tiene lugar un cortocircuito de dos fases a tierra. La transmisión suministra al sistema la potencia $P_s =$

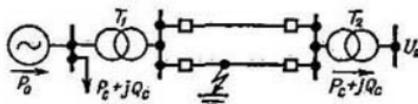


Fig. 7.45. Sistema en estudio

$= 225$ MW, $\cos \varphi_s = 0,9$. La tensión en las barras del sistema $U_s = 118$ kV se mantiene constante. Los neutros de los transformadores elevador y reductor están ciegamente conectados a tierra.

Los elementos de la transmisión tienen los siguientes parámetros: generador, $S_{nom} = 400$ MV·A; $U_{nom} = 10,5$ kV; $\cos \varphi_{nom} = 0,85$; $x'_d = 0,235$; $x_2 = 0,164$; $T_J = 7$ s; transformador T_1 , $S_{nom} = 360$ MV·A; $\epsilon_K = 12\%$; $K_1 = 10,5/248$; transformador T_2 , $S_{nom} =$

= 340 MV·A, $\epsilon_K = 12\%$; $K_2 = 220/124$; línea de transmisión (dos circuitos), $l = 225$ km; $x_1 = 0,4 \Omega/\text{km}$; $x_0 = 3x_1 = 1,2 \Omega/\text{km}$; carga $P_C = 50$ MW; $\cos \varphi_C = 0,85$.

Determinar el tiempo límite de desconexión del cortocircuito, realizando el cálculo aproximado sin tener en cuenta las resistencias y la carga potencial (de condensador) de la línea. Considerar que la f.e.m. transitoria durante la perturbación del régimen se mantiene constante.

Solución. El cálculo lo llevamos a cabo por unidad. Como potencia y tensión base tomamos $S_b = 255$ MV·A y $U_b = 215$ kV en el nivel de 220 kV. Entonces la tensión en las barras del sistema expresada por unidad es

$$U_{*s} = (U_g/U_b) K_2 = (118/215) (220/121) = 1.$$

La potencia transmitida al sistema es

$$P_{*s} = P_g/S_b = 225/255 = 0,882; \quad Q_{*s} = P_g \operatorname{tg} \varphi_g = 0,882 \cdot 0,483 = 0,427,$$

donde $\varphi_g = \arccos 0,9 = 25,8^\circ$.

La potencia consumida por la carga es

$$P_{*C} = P_C/S_b = 50/255 = 0,196; \quad Q_{*C} = P_{*C} \operatorname{tg} \varphi_C = 0,196 \cdot 0,62 = 0,122,$$

donde $\varphi_C = \arccos 0,85 = 31,8^\circ$.

Llevamos los parámetros de todos los elementos de la transmisión a las condiciones de

$$\text{base:} \quad x'_{*d} = x'_d \frac{U_{\text{nom}}^2 S_b}{S_{\text{nom}} U_b^2} \left(\frac{1}{K_1} \right)^2 = 0,235 \frac{10,5^2 \cdot 255}{400 \cdot 215^2} \left(\frac{248}{10,5} \right)^2 = 0,199.$$

De manera similar,

$$x_{*2} = 0,164 \frac{10,5^2 \cdot 255}{400 \cdot 215^2} \left(\frac{248}{10,5} \right)^2 = 0,139;$$

$$x_{*T1} = \frac{\epsilon_K}{100} \frac{S_b}{S_{\text{nom}}} \frac{U_{a,t}^2}{U_b^2} = \frac{12}{100} \frac{255}{360} \frac{248^2}{215^2} = 0,113;$$

$$x_{*T2} = \frac{12}{100} \frac{255}{340} \frac{220^2}{215^2} = 0,094; \quad x_{*L} = \frac{1}{2} x_1 l \frac{S_b}{U_b^2} = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 225 \cdot \frac{255}{215^2} = 0,281;$$

$$T_{*J} = T_J \frac{S_{\text{nom}}}{S_b} = 7 \frac{400}{255} = 10,98 \text{ s.}$$

En los cálculos posteriores se emplean los parámetros reducidos a las condiciones bases, el asterisco en los símbolos se omite para simplificar. En la Fig. 7.46 se muestra el circuito equiva-

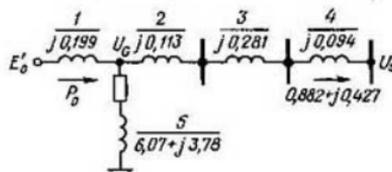


Fig. 7.46. Circuito equivalente

lente para el régimen normal. Determinemos la f.e.m. del generador detrás de la reactancia transitoria. La reactancia total entre las barras del generador y las barras de potencia infinita es

$$x_g = x_2 + x_3 + x_4 = 0,113 + 0,281 + 0,094 = 0,488.$$

La tensión en las barras del generador es

$$U_{G0} = \sqrt{(1 + 0,427 \cdot 0,488/1)^2 + (0,882 \cdot 0,488/1)^2} = \sqrt{1,209^2 + 0,431^2} = 1,284;$$

$$\operatorname{tg} \delta_g = 0,431/1,209 = 0,356; \quad \delta_g = 19,6^\circ.$$

La impedancia de la carga es

$$Z_C = \frac{U_C^2}{S_C} (P_C + jQ_C) = \frac{1,284^2}{0,196^2 + j0,122^2} (0,196 + j0,122) = 6,07 + j3,78.$$

Las pérdidas de potencia reactiva en la red hasta las barras de generación de la tensión son

$$\Delta Q_s = \frac{P_s^2 + Q_s^2}{U_s^2} x_s = \frac{0,882^2 + 0,427^2}{1^2} 0,488 = 0,469.$$

La potencia, entregada por la planta central generadora es

$$\dot{S}_0 = \dot{S}_G + \dot{S}_s + j \Delta Q_s = 0,196 + j0,122 + 0,882 + j0,427 + j0,469 = 1,078 + j1,018.$$

La f.e.m. detrás de la reactancia transitoria del generador es

$$E'_0 = \sqrt{\left(1,284 + \frac{1,018 \cdot 0,199}{1,284}\right)^2 + \left(\frac{1,078 \cdot 0,199}{1,284}\right)^2} = \sqrt{1,442^2 + 0,167^2} = 1,452;$$

$$\operatorname{tg}(\delta'_0 - \delta_s) = 0,167/1,442 = 0,116; \quad \delta'_0 - \delta_s = 6,6^\circ.$$

El ángulo entre la f.e.m. E'_0 y la tensión U_s es

$$\delta'_0 = 19,6 + 6,6 = 26,2^\circ.$$

Por el método de transformación determinemos las admitancias propias y mutuas del circuito equivalente para el régimen normal (fig. 7.46):

$$Z_{11}^I = Z_1 + \frac{Z_s Z_s}{Z_s + Z_s} = j0,199 + \frac{j0,488(6,07 + j3,78)}{j0,488 + 6,07 + j3,78} = 0,027 + j0,669 = 0,670 \angle 87,7^\circ;$$

$$Y_{11}^I = 1/Z_{11}^I = 1/0,67 \angle 87,7^\circ = 1,49 \angle -87,7^\circ,$$

a la vez, el ángulo adicional es $\alpha_{11}^I = 2,3^\circ$;

$$Z_{12}^I = Z_1 + Z_s + Z_1 Z_s / Z_s = j0,199 + j0,488 + j0,199 \cdot j0,488 / (6,07 + j3,78) =$$

$$= -0,012 + j0,694 = 0,694 \angle 91^\circ;$$

$$Y_{12}^I = 1/0,694 \angle 91^\circ = 1,44 \angle -91^\circ,$$

el ángulo adicional es $\alpha_{12}^I = -1^\circ$.

El circuito equivalente de la transmisión para la secuencia positiva en el régimen de cortocircuito de dos fases a tierra se diferencia del circuito equivalente en el régimen normal por

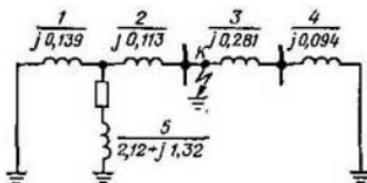


Fig. 7.47. Circuito equivalente de la secuencia negativa

la conexión en el punto de cortocircuito de un shunt de avería, cuya impedancia es igual a la suma en paralelo de las impedancias resultantes (con respecto al punto de cortocircuito) de los circuitos de las secuencias negativa y cero.

Los valores de las impedancias de los elementos de la transmisión para las corrientes de la secuencia negativa se aducen en la fig. 7.47. La impedancia de la carga se toma igual a 0,35 de la impedancia de la secuencia positiva.

Las impedancias resultantes del circuito para las corrientes de la secuencia negativa con respecto al punto de cortocircuito son

$$Z_{22} = [Z_2 + Z_1 Z_s / (Z_1 + Z_s)] \parallel (Z_3 + Z_4),$$

donde

$$Z_2 + \frac{Z_1 Z_s}{Z_1 + Z_s} = j0,113 + \frac{j0,139(2,12 + j1,32)}{j0,139 + 2,12 + j1,32} = 0,006 + j0,248;$$

$$Z_3 + Z_4 = j0,281 + j0,094 = j0,375.$$

A la vez

$$Z_{2\Sigma} = (0,006 + j 0,248) / j 0,375 / (0,006 + j 0,248 + j 0,375) = + 0,003 + j 0,149.$$

Las impedancias resultantes del shunt de avería para las corrientes de la secuencia cero con respecto al punto de cortocircuito (fig. 7.48) son

$$Z_{0\Sigma} = Z_2 \parallel (Z_3 + Z_4),$$

donde

$$Z_3 + Z_4 = j 0,843 + j 0,094 = j 0,937; Z_{0\Sigma} = j 0,113 \cdot j 0,937 / (j 0,113 + j 0,937) = j 0,101.$$

La impedancia resultante del shunt de avería en el punto de cortocircuito es

$$Z_h = Z_0 = \frac{Z_{2\Sigma} Z_{0\Sigma}}{Z_{2\Sigma} + Z_{0\Sigma}} = \frac{(0,003 + j 0,149) j 0,101}{0,003 + j 0,149 + j 0,101} \approx j 0,06.$$

El circuito equivalente del sistema eléctrico de potencia para el cortocircuito de dos fases a tierra se muestra en la fig. 7.49.

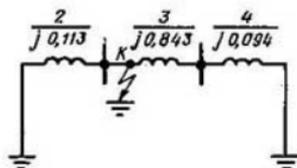


Fig. 7.48. Circuito equivalente de la secuencia cero

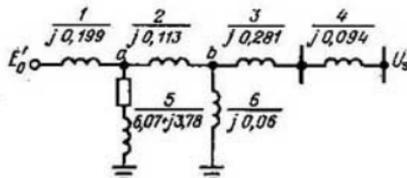


Fig. 7.49. Circuito equivalente del régimen de avería

Por el método de corrientes unitarias hallemos las admitancias propias y mutuas. Supongamos que la corriente en la impedancia Z_4 es igual a la unidad:

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_3 = 1 + j 0.$$

La tensión en el punto b es

$$\dot{U}_b = (1 + j 0) j 0,375 = j 0,375.$$

La corriente que circula por el shunt de avería es

$$\dot{I}_0 = \dot{U}_b / Z_0 = j 0,375 / j 0,06 = 6,25.$$

La corriente y caída de tensión en la impedancia de la rama 2 es

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_4 + \dot{I}_0 = 1 + 6,25 = 7,25; \Delta \dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = 7,25 \cdot j 0,413 = j 0,819.$$

La tensión en el punto a es

$$\dot{U}_a = \dot{U}_b + \Delta \dot{U}_2 = j 0,375 + j 0,819 = j 1,194.$$

La corriente en las ramas 5 y 1, respectivamente, es

$$\dot{I}_5 = \dot{U}_a / Z_5 = j 1,194 / (6,07 + j 3,78) = 0,088 + j 0,141;$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_5 = 7,25 + 0,088 + j 0,141 = 7,338 + j 0,141.$$

La caída de tensión en la impedancia en la rama 1 es

$$\Delta \dot{U}_1 = \dot{I}_1 Z_1 = (7,338 + j 0,141) j 0,199 = -0,028 + j 1,460.$$

La f.e.m. en el punto de conexión de la planta generadora es

$$\dot{E} = \dot{U}_a + \Delta \dot{U}_1 = j 1,194 + (-0,028 + j 1,460) = -0,028 + j 2,654.$$

La admitancia propia del circuito de cortocircuito con respecto a la central generadora es $Y_{11}^{III} = 1/Z_{11}^{III}$, donde

$$Z_{11}^{III} = \dot{E}/\dot{I}_1 = (-0,028 + j 2,654)/(7,338 + j 0,141) = 0,003 + j 0,362 = 0,362 \angle 89,5^\circ.$$

El ángulo adicional es $\alpha_{11}^{III} = 0,5^\circ$.

La admitancia mutua del circuito de cortocircuito es

$$Y_{12}^{III} = 1/Z_{12}^{III}, \text{ donde } Z_{12}^{III} = \dot{E}/\dot{I}_4 = (-0,028 + j 2,654)/(1 + j 0) = -0,028 + j 2,654 = 2,654 \angle 90,6^\circ.$$

El ángulo adicional es $\alpha_{12}^{III} = -0,6^\circ$.

En el circuito equivalente del circuito eléctrico para el régimen posterior a la avería, el shunt de avería está desconectado, la impedancia de la línea de transmisión está aumentada a

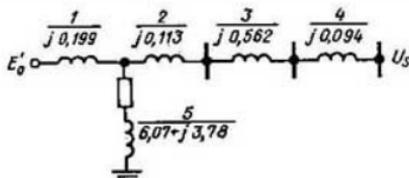


Fig. 7.50. Circuito equivalente del régimen posterior a la avería

doble (fig. 7.50). Las admitancias mutuas y propias para ella se determinan de la misma manera que para el circuito del régimen normal:

$$Y_{11}^{II} = 1,083 \angle -86,1^\circ; \alpha_{11}^{II} = 3,9^\circ; Y_{12}^{II} = 1,021 \angle -91,1^\circ; \alpha_{12}^{II} = -1,1^\circ.$$

Las características de la potencia eléctrica de los generadores de la central para los diferentes regímenes las hallamos de las siguientes expresiones:

Régimen normal

$$P^I = 1,452^2 \cdot 1,49 \text{ sen } 2,3^\circ + 1,452 \cdot 1 \cdot 1,44 \text{ sen } (\delta' + 1^\circ) = 0,126 + 2,09 \text{ sen } (\delta' + 1^\circ);$$

$$P_m^I = 0,126 + 2,09 = 2,216.$$

Régimen de avería (cortocircuito de dos fases a tierra)

$$P^{II} = 1,452^2 \cdot 2,763 \text{ sen } 0,5^\circ + 1,452 \cdot 1 \cdot 0,377 \text{ sen } (\delta' + 0,6^\circ) = 0,051 + 0,547 \text{ sen } (\delta' + 0,6^\circ); P_m^{II} = 0,051 + 0,547 = 0,598.$$

Régimen posterior a la avería

$$P^{III} = 1,452^2 \cdot 1,083 \text{ sen } 3,9^\circ + 1,452 \cdot 1 \cdot 1,021 \text{ sen } (\delta' + 1,1^\circ) = 0,155 + 1,483 \text{ sen } (\delta' + 1,1^\circ);$$

$$P_m^{III} = 0,155 + 1,483 = 1,638.$$

Partiendo de la condición de que las áreas de aceleración y de frenado son iguales*) (fig. 7.51) determinemos el ángulo límite de desconexión del cortocircuito. Según la expresión $\delta_{cr} = 180 - \arcsen (P_0/P_m^{III}) = 180 - \arcsen (1,078/1,638) = 138,8^\circ$ obtenemos

$$\cos \delta'_{desc} = \frac{1,078 (138,8 - 26,2) \pi / 180 + 1,638 \cos 138,8^\circ - 0,598 \cos 26,2^\circ}{1,638 - 0,598} = 0,341; \delta'_{desc} = 70^\circ.$$

Para hallar el tiempo límite de desconexión del cortocircuito, es necesario trazar la dependencia $\delta' = f(t)$, la cual puede ser determinada de la ecuación de movimiento del rotor. Resolvemos esta ecuación por el método de los intervalos sucesivos (integración numérica).

La duración de los intervalos de cálculo Δt la tomamos igual a 0,05 s. En la ecuación (7.47)

$$K = 360/\Delta t^2/T_J = 360 \cdot 50 \cdot 0,05^2/10,98 = 4,1.$$

*) Despreciamos el desplazamiento de las curvas con relación al origen de coordenadas.

Primer intervalo (0—0,05 s)

La potencia eléctrica entregada por el generador en el primer momento después de que aparezca el cortocircuito, es

$$P_{(0)} = 1,452^2 \cdot 2,763 \sin 0,5^\circ + 1,452 \cdot 1 \cdot 0,377 \sin (26,2^\circ + 0,6^\circ) = 0,051 + 0,547 \cdot 0,451 = 0,297.$$

El exceso de potencia al comienzo del intervalo es

$$\Delta P_{(0)} = P_0 - P_{(0)} = 1,078 - 0,297 = 0,781.$$

El incremento del ángulo en el intervalo es

$$\Delta \delta'_1 = K \Delta P_{(0)} / 2 = 4,1 \cdot 0,781 / 2 = 1,6^\circ.$$

El ángulo al final del primer intervalo es

$$\delta'_{(1)} = \delta'_{(0)} + \Delta \delta'_1 = 26,2 + 1,6 = 27,8^\circ.$$

Segundo intervalo (0,05—0,1 s)

$$P_{(1)} = 0,051 + 0,547 \sin (27,8^\circ + 0,6^\circ) = 0,311; \Delta P_{(1)} = 1,078 - 0,311 = 0,767;$$

$$\Delta \delta'_{(2)} = 1,6 + 4,1 \cdot 0,767 = 1,6 + 3,14 = 4,74^\circ \quad \delta'_{(2)} = 27,8 + 4,74 = 32,54^\circ.$$

Realicemos el cálculo para el tercero y los siguientes intervalos. Conforme a los resultados reunidos en la tabla construyamos la curva $\delta^* = f(t)$ (fig. 7.52). Sabiendo que $\delta'_{desc} = 70^\circ$, según la curva hallamos $t_{desc} = 0,27$ s:

t, s	δ' , grad	P , p.u.*	ΔP , p.u.	$\Delta \delta'$, grad	t, s	δ^* , grad	P , p.u.	ΔP , p.u.	$\Delta \delta'$, grad
0,00	26,20	0,297	0,781	1,60	0,20	50,73	0,47	0,600	12,93
0,05	27,80	0,311	0,767	4,74	0,25	63,66	0,543	0,535	15,12
0,10	32,54	0,350	0,728	7,72	0,30	78,78	—	—	—
0,15	40,26	0,409	0,669	10,47					

*) Por unidad.

Ejemplo 7.2. En una de las líneas de transmisión mostrada en la fig. 7.53, a, se analizan cortocircuitos trifásicos, distanciados del comienzo de la línea en $l_{*1} = l_1/L = 0,5$ y $l_{*2} = l_2/L =$

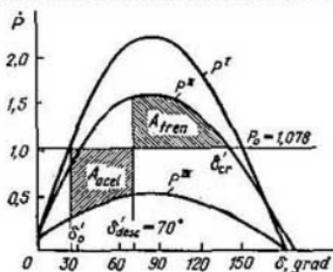


Fig. 7.51. Curvas angulares y áreas de aceleración A_{accel} y frenado A_{fren}

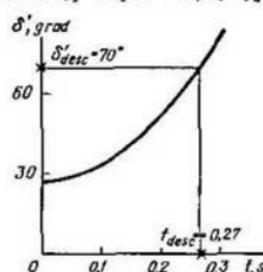


Fig. 7.52. Variación del ángulo y cálculo del tiempo de desconexión

$= 0,75$. La duración de los cortocircuitos es 0,25 s. El circuito equivalente de la transmisión y sus parámetros se dan en la fig. 7.63, b.

Empleando la ecuación centrada calcular el movimiento relativo del rotor del generador y trazar las curvas angulares de la potencia en caso de un cortocircuito en el punto k_2 , elegir en calidad de proceso de apoyo el proceso con cortocircuito en el punto k_1 .

Solución. Determinemos la reactancia mutua en el régimen inicial:

$$x_{\Sigma} = x_1 + 0,5x_2 + x_3 = 0,385 + 0,5 \cdot 0,68 + 0,15 = 0,875.$$

La admitancia mutua es

$$b^I = 1/x_{\Sigma} = 1,14.$$

La f.e.m. detrás de la reactancia transitoria es

$$E' = \sqrt{\left(U_0 + \frac{Q_0 x_{\Sigma}}{U_0}\right)^2 + \left(\frac{P_0 x_{\Sigma}}{U_0}\right)^2} = \sqrt{\left(1 + \frac{0,1 \cdot 0,875}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,6 \cdot 0,875}{1}\right)^2} = 1,2.$$

El ángulo entre la f.e.m. E' y la tensión U_0 es

$$\delta_0 = \arcsen \frac{P_0 x_{\Sigma}}{E' U_0} = \arcsen \frac{0,6 \cdot 0,875}{1,2 \cdot 1} = 26^\circ.$$

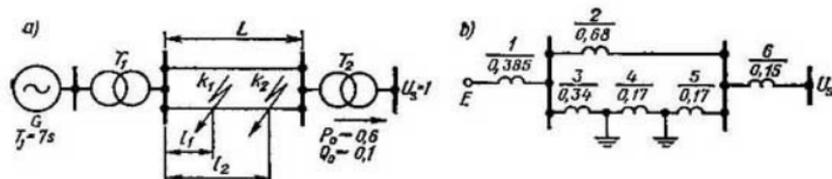


Fig. 7.53. Transmisión eléctrica (a) y su circuito equivalente (b)

El proceso transitorio de apoyo con cortocircuito en el punto k_1 lo calculemos por el método de los intervalos sucesivos. La admitancia mutua en el régimen de avería se determina según el circuito equivalente:

$$(b_{k1}^{III}) = 0,34.$$

El máximo de la potencia eléctrica de la central generadora es

$$\langle P_{mk1}^{III} \rangle = E U_0 \langle b_{k1}^{III} \rangle = 1,2 \cdot 1 \cdot 0,34 = 0,41.$$

La duración de los intervalos de cálculo Δt la tomamos igual a 0,05 s. Entonces

$$K = 360 f \Delta t^2 / T_J = 360 \cdot 50 \cdot 0,05^2 / 7 = 6,43.$$

Primer intervalo (0—0,05 s)

El exceso de potencia en el eje del generador en el primer momento después de la aparición del cortocircuito es

$$\langle \Delta P_{(0)} \rangle = P_0 - \langle P_{mk1}^{III} \rangle \text{ sen } \delta_{(0)} = 0,6 - 0,41 \text{ sen } 26^\circ = 0,42.$$

El incremento del ángulo en el primer intervalo es

$$\langle \Delta \delta_{(1)} \rangle = K \langle \Delta P_{(0)} \rangle / 2 = 6,43 \cdot 0,42 / 2 = 1,35^\circ.$$

El valor del ángulo al final del primer intervalo es

$$\langle \delta_{(1)} \rangle = \delta_{(0)} + \langle \Delta \delta_{(1)} \rangle = 26^\circ + 1,35^\circ = 27,35^\circ.$$

Segundo intervalo (0,05—0,1 s)

$$\langle \Delta P_{(1)} \rangle = 0,6 - 0,41 \text{ sen } 27,35^\circ = 0,412;$$

$$\langle \Delta \delta_{(2)} \rangle = \langle \Delta \delta_{(1)} \rangle + K \langle \Delta P_{(1)} \rangle = 1,35 + 6,43 \cdot 0,412 = 4^\circ;$$

$$\langle \delta_{(2)} \rangle = 27,35 + 4 = 31,35^\circ.$$

Los resultados de los cálculos para los intervalos siguientes se muestran en la tabla:

t, s	$\langle \delta \rangle, \text{grad}$	$-L$	$\delta^{\circ}, \text{grad}$	$\tilde{\delta} = \langle \delta \rangle + \delta^{\circ}, \text{grad}$	δ, grad
0,05	27,35	1,69	0,21	27,56	27,56
0,10	31,35	6,84	0,83	32,19	32,20
0,15	37,84	15,71	1,92	39,76	39,80
0,20	46,58	28,68	3,50	50,08	50,18
0,25	57,25	46,39	5,67	62,92	63,13
0,30	67,95	61,32	7,50	75,45	76,36
0,35	76,83	73,61	9,00	85,83	87,27
0,40	82,99	83,68	10,20	93,19	95,74
0,45	86,99	92,39	11,30	98,29	101,77
0,50	88,49	100,82	12,30	100,79	105,48
0,55	87,49	109,61	13,30	100,79	106,94
0,60	83,99	116,18	14,20	98,19	106,15

Luego calculemos el proceso transitorio en el punto k_2 , que representamos como la suma de los procesos de apoyo y centrado:

$$\delta(t) = \langle \delta(t) \rangle + \delta^{\circ}(t).$$

El proceso centrado se puede escribir de la forma

$$\delta^{\circ}(t) = L(t) \delta^{\ast},$$

donde los valores de los coeficientes $L(t)$ se toman en los momentos de tiempo que corresponden a los intervalos de la integración numérica.

δ, grad

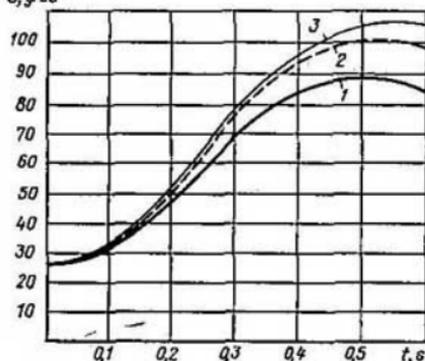


Fig. 7.54. Movimiento del rotor del generador:

$$1, \langle \delta(t) \rangle; 2, \tilde{\delta}(t) = \langle \delta(t) \rangle + \delta^{\circ}(t); 3, \delta(t)$$

La admitancia mutua en caso del cortocircuito en el punto k_2 es

$$b_{k_2}^{III} = 0,218.$$

Por consiguiente,

$$\tilde{b} = 0,218 - 0,34 = -0,122.$$

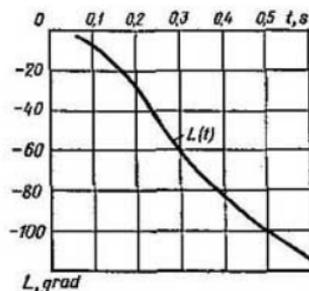


Fig. 7.55. Variación del coeficiente L en el tiempo

) La expresión para $\delta^{\circ}(t)$ puede obtenerse en dependencia de la distancia del cortocircuito L_ .

Determinemos los valores de los coeficientes L .

Primer intervalo (0—0,05 s)

$$T_0 = KEU \operatorname{sen} \delta_{(0)} = 6,43 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot \operatorname{sen} 26^\circ = 3,38; L_1 = -0,5T_0 = -1,69.$$

La desviación del ángulo con respecto al de apoyo es

$$\delta_{(1)} = L_1 \tilde{\delta} = -1,69 (-0,122) = 0,206.$$

Segundo intervalo (0,05—0,1 s)

$$S_1 = 2 - \frac{\pi}{180} KEU \langle b \rangle \cos \delta_{(1)} = 2 - \frac{\pi}{180} 6,43 \cdot 1,2 \cdot 0,34 \cos 27,35^\circ = 1,96;$$

$$T_1 = KEU \operatorname{sen} \delta_{(1)} = 6,43 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot \operatorname{sen} 27,35^\circ = 3,54;$$

$$L_2 = S_1 L_1 - T_1 = 1,96 (-1,69) - 3,54 = -6,84;$$

$$\delta_{(2)} = L_2 \tilde{\delta} = -6,84 (-0,122) = 0,835^\circ.$$

Los resultados de los cálculos de la función $L(t)$ y las desviaciones de los ángulos $\tilde{\delta}(t)$ se muestran en la tabla. En esta misma tabla se aducen los resultados de los cálculos del proceso

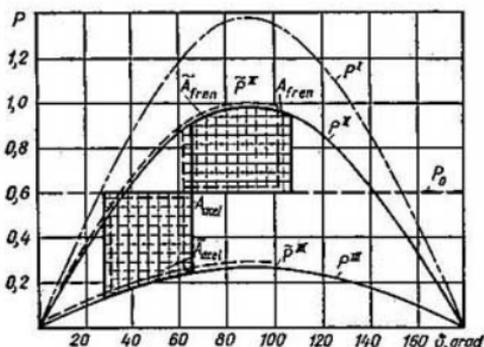


Fig. 7.56. Curvas de la potencia $P = \varphi(\delta)$

transitorio $\delta(t)$ en caso del cortocircuito en el punto k_2 obtenidos por resolución de la ecuación de movimiento por el método de los intervalos sucesivos. Las diferencias entre los ángulos δ y $\tilde{\delta}$ (fig. 7.54) predeterminan el error del método. La fig. 7.55 nos da el gráfico de la función $L(t)$.

Para la construcción de las curvas angulares de la potencia se emplean las fórmulas:

Régimen normal. $P^I = EUb^I \operatorname{sen} \delta$.

Régimen de avería (cortocircuito en el punto k_2)

$$P^{III} = EUb^{III} \operatorname{sen} \delta.$$

La potencia eléctrica del generador, cuando el movimiento del rotor se representa en forma de suma de los movimientos de apoyo y centrado, es

$$\tilde{P}^{III} = EU \langle b^{III} \rangle \operatorname{sen}(\delta) + EU \langle b^{II} \rangle \frac{\pi}{180} \cos(\delta) \tilde{\delta} + EU \operatorname{sen}(\delta) \tilde{\delta}.$$

Cabe notar que a cada valor $\langle \delta \rangle$ le corresponde un solo valor $\langle \tilde{\delta} \rangle$ predeterminado por la desviación de la admitancia mutua con respecto a la de apoyo $\tilde{\delta}$.

Régimen posterior a la avería

$$P^{II} = EUb^{II} \operatorname{sen} \delta; P^{II} = EU \langle b^{II} \rangle \operatorname{sen}(\delta) + \frac{\pi}{180} EU \langle b^{II} \rangle \cos(\delta) \tilde{\delta}.$$

Las curvas angulares, las áreas de aceleración y de frenado se muestran en la fig. 7.56.

Preguntas de control

- 7.1. Enumere las causas de las perturbaciones grandes (acciones perturbadoras) en los sistemas eléctricos de potencia.
- 7.2. ¿Cuál es el problema de estudio de la estabilidad dinámica?
- 7.3. ¿Cuáles son los supuestos básicos en los estudios de la estabilidad dinámica?
- 7.4. ¿Cuáles son las premisas básicas para la integración numérica de las ecuaciones de movimiento del sistema?
- 7.5. ¿Cómo influye el amortiguamiento (\pm) en el carácter del proceso transitorio?
- 7.6. ¿Cómo influye la regulación de la excitación en el carácter del proceso transitorio (explicar según las figs. 7.24 y 7.25)?
- 7.7. ¿Cómo aparecen y se desarrollan las oscilaciones del rotor del generador bajo influencia de una fuerza exterior?
- 7.8. Defina qué son las oscilaciones forzadas grandes y enumere sus tipos.
- 7.9. ¿Qué diferencia puede esperarse en los cálculos de la estabilidad dinámica realizados cuando $E_q = \text{var}$, $E'_q = \text{const}$, $E' = \text{const}$? ¿Cuál es (aproximadamente) el carácter de la variación de estas f.e.m. en el momento del cortocircuito y en el momento de su desconexión?
- 7.10. ¿Qué supuestos se hacen con relación a la variación de la potencia eléctrica en un sistema en caso de variaciones de su régimen?
- 7.11. ¿De qué manera se tiene en cuenta el carácter probabilístico de la resistencia del arco en el sitio del cortocircuito durante los cálculos de estabilidad?
- 7.12. ¿Qué es un histograma de los parámetros del proceso transitorio?
- 7.13. Enumere las particularidades de la obtención de las expresiones de cálculo en el análisis del sistema mediante el método de los intervalos sucesivos.
- 7.14. ¿Cómo influye la toma en consideración de los reguladores de velocidad y de excitación en la elección del intervalo de cálculo?
- 7.15. Enumere las particularidades al tener en cuenta la regulación de la velocidad en los hidrogenadores. ¿Qué limitaciones hay que tener en cuenta?
- 7.16. ¿Cuáles son los cambios en las expresiones de cálculo cuando se tienen en cuenta los reguladores de excitación de acción reforzada en vez de los reguladores de acción proporcional?
- 7.17. ¿Qué varía en la evaluación de la estabilidad de los regímenes normal y transitorio del sistema cuando se hace mayor su complejidad?
- 7.18. Nombre dos métodos para tener en cuenta las cargas de los sistemas eléctricos de potencia y determine la influencia del método escogido en la metodología de estudio de un sistema complejo.
- 7.19. ¿En qué consiste la particularidad del análisis de la estabilidad del sistema cuando en ella no hay barras de tensión y frecuencia constantes?
- 7.20. ¿Qué da el método de resolución aproximada de las ecuaciones diferenciales de movimiento del rotor cuando hay desviaciones de los parámetros?
- 7.21. ¿Qué características probabilísticas de los procesos transitorios se tienen en cuenta durante el análisis?

Temas para las ponencias

1. Naturaleza del amortiguamiento y su influencia en los procesos transitorios.
2. Evaluación probabilística de los procesos transitorios.
3. Empleo de las ecuaciones en sus variaciones para el estudio de los procesos transitorios.

Capítulo 8

Estabilidad estática de un sistema eléctrico de potencia. Procesos con perturbaciones pequeñas libres

8.1. Planteamiento del problema

Estabilidad estática o estabilidad del régimen permanente inicial es la *capacidad del sistema eléctrico de potencia de regresar al estado inicial* (régimen inicial) *después de una perturbación pequeña* (desviación de los parámetros del régimen).

En cualquier sistema eléctrico de potencia el régimen permanente no significa invariabilidad de todos sus parámetros. El sistema eléctrico de potencia tiene una gran cantidad de cargas que varían constantemente con la particularidad de que estas variaciones aparecen y desaparecen estocásticamente. En relación con esto en los generadores del sistema surgen ciertos momentos adicionales ΔM bastante pequeños, también estocásticos, que aumentan o disminuyen los momentos que actúan sobre los ejes de los generadores y desplazan sus rotores en ángulos pequeños $\Delta\delta$. Por cuanto el cambio de la velocidad $\Delta\omega = \varphi(\Delta P)$ con relación a la velocidad de sincronismo es bastante pequeña, se puede tomar en todos los análisis y cálculos que $\Delta M = \Delta P$.

De este modo en los sistemas eléctricos de potencia constantemente tienen lugar pequeñas perturbaciones, cuya causa y sitio de aparición no se registran. Estas *perturbaciones libres* conllevan, por consiguiente, a *movimientos libres* los cuales pueden ser crecientes o decrecientes, oscilatorios o aperiódicos. El carácter de dichos movimientos predetermina la estabilidad estática, que es condición necesaria para el funcionamiento del sistema. La estabilidad estática se prueba para proyectos a largo y corto plazo, diseño de dispositivos especiales de regulación automática (cálculos y experimentos), puesta en operación de nuevos elementos del sistema, cambios de condiciones de operación (interconexión de sistemas, puesta en marcha de nuevas centrales eléctricas, subestaciones intermedias, líneas de transmisión, etc.).

Los estudios de estabilidad estática se pueden llevar a cabo ya sea para la solución de problemas de análisis, ya sea de síntesis.

En la solución de los **problemas de análisis** se prueba la estabilidad de un régimen permanente dado, se determina el régimen límite estable del sistema eléctrico de potencia con todos sus parámetros prefijados, se valoran ciertos índices de calidad del proceso transitorio.

En la solución de los **problemas de síntesis** se determina el tipo del sistema de excitación y de su regulación, ley de regulación, parámetros del sistema de excitación y de los reguladores. En este caso parten de las exigencias dadas con relación al régimen límite estable o con relación a la calidad de la energía eléctrica en el régimen permanente (exactitud de mantenimiento de la tensión y otros parámetros del régimen).

Física de los procesos transitorios que predeterminan la estabilidad estática. A diferencia de los procesos transitorios que se analizan en los estudios de estabilidad dinámica, las perturbaciones que constantemente aparecen en el sistema y que conllevan a pequeñas desviaciones (estabilidad estática), no se determinan

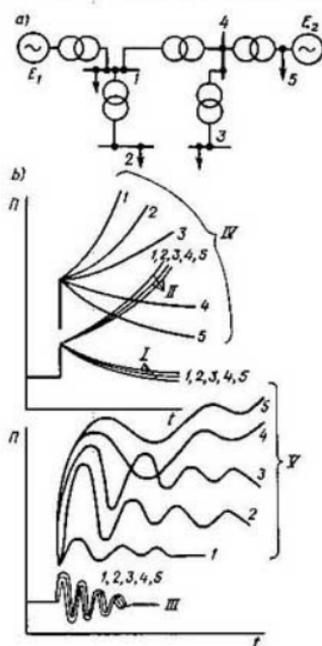


Fig. 8.1. Carácter comparativo de los procesos en presencia de perturbaciones grandes y pequeñas:

a, esquema del sistema en estudio en el cual tienen lugar las perturbaciones en los puntos 1, 2, 3, 4, 5; b, carácter aproximado de la variación de parámetro Π que predetermina la estabilidad. En presencia de perturbaciones pequeñas en diferentes puntos: I, para un proceso aperiódico estable; II, para un proceso aperiódicamente inestable; III, para un proceso periódicamente estable.

En presencia de perturbaciones de gran magnitud en diferentes puntos: IV, para procesos aperiódicamente estables e inestables; V, para procesos oscilatorios estables e inestables

variables x_i que caracterizan el estado del sistema en cada momento de tiempo; $F_j(t)$ son fuerzas externas (perturbadoras) variables en el tiempo, que reflejan el cambio de las condiciones exteriores del sistema.

Cuando $F_j(t) = F_{j0}$ el sistema tiene la solución

$$x_i(t) = x_{i0}; \quad dx_i/dt = 0; \quad d^2x_i/dt^2 = 0; \quad \sum_{j=1}^m C_{ji}x_{j0} = F_{j0}.$$

ni por su sitio de aparición ni por su magnitud. De este modo se supone de antemano que el mismo origen de la perturbación es tal que es imposible hallar el valor absoluto de las variaciones de los parámetros del régimen cuando aparecen desviaciones de las magnitudes permanentes (iniciales). El problema de estudio de estabilidad estática se reduce, por consiguiente, al problema de determinar sólo el carácter de la variación de los parámetros del régimen.

Cuando se establecen las condiciones simples de la estabilidad estática (criterios prácticos) la respuesta se obtiene sólo en forma de «sí»—«no», «sale»—«no sale» del estado inicial en caso de una pequeña perturbación del régimen en el sistema. Al establecer los criterios de estabilidad basados en el estudio de las ecuaciones de movimiento, ecuaciones de oscilaciones pequeñas (desviaciones pequeñas), la naturaleza física de los fenómenos que tienen lugar se aclara de una forma más completa: en cualquier caso (estabilidad, inestabilidad), se establece cuál va a ser el carácter del movimiento (aperiódico, oscilatorio: creciente o decreciente).

El análisis de la fig. 8.1 nos da a entender la influencia de diferentes magnitudes de la perturbación surgida en distintos puntos del sistema en el carácter del proceso transitorio, muestra que esta influencia es insignificante, siendo pequeñas las perturbaciones, y considerable, para perturbaciones grandes.

* **Formulación matemática del problema.** En el estudio de los procesos transitorios el sistema eléctrico de potencia se describe por un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales tipo

$$\sum_{j=1}^m \left(A_{ji} \frac{d^2x_j}{dt^2} + B_{ji} \frac{dx_j}{dt} + C_{ji}x_j \right) = F_j(t).$$

Los coeficientes A_{ji} , B_{ji} , C_{ji} son reales. Ellos son predeterminados por los parámetros del sistema y las funciones no lineales $\Phi(x_i)$ de las variables

x_i que caracterizan el estado del sistema en cada momento de tiempo; $F_j(t)$ son fuerzas externas (perturbadoras) variables en el tiempo, que reflejan el cambio de las condiciones exteriores del sistema.

Cuando $F_j(t) = F_{j0}$ el sistema tiene la solución

$$x_i(t) = x_{i0}; \quad dx_i/dt = 0; \quad d^2x_i/dt^2 = 0; \quad \sum_{j=1}^m C_{ji}x_{j0} = F_{j0}.$$

Esta solución corresponde al estado de equilibrio, o sea, determina los parámetros del régimen permanente del sistema eléctrico de potencia. En el estudio de estabilidad estática se analizan los procesos transitorios a condición de que la desviación de todas las variables y fuerzas exteriores es pequeña con relación al estado de equilibrio. Matemáticamente esta condición se escribe así:

$$F_j(t) - F_{j0} = f_j(t); \quad x_i(t) - x_{i0} = \Delta x_i; \quad dx_i/dt = d \Delta x_i/dt; \quad d^2 x_i/dt^2 = d^2 \Delta x_i/dt^2.$$

El método de estudio de la estabilidad estática recibió el nombre de estabilidad en pequeño o método de las desviaciones pequeñas (oscilaciones pequeñas). Las funciones no lineales $\Phi(x_i)$ que forman parte de los coeficientes del sistema de ecuaciones inicial, se linealizan en el punto correspondiente al estado de equilibrio. Este procedimiento consiste en el desarrollo de una función no lineal en la serie de Taylor dejando solamente los términos lineales de dicha serie. Cabe notar que con frecuencia $\Phi(x_i)$ es una función de varias variables, entonces

$$\Phi(x_i) = \Phi(x_{i0}) - (\partial\Phi/\partial x_i)_{x_{i0}} \Delta x_i + (\partial\Phi/\partial x_j)_{x_{i0}} \Delta x_j + \dots$$

Llevando a cabo la linealización en la primera aproximación, pasemos de un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales a un sistema linealizado —lineal. La solución de estos sistemas de ecuaciones con ayuda de la llamada *ecuación característica* (a veces se le llama polinomio característico) es conocida de las matemáticas *). En lo sucesivo haremos uso de ella en los estudios de procesos bajo acción de las fuerzas exteriores que varían en el tiempo:

$$\sum_{j, i=1}^m \left(a_{ji} \frac{d^2 x_i}{dt^2} + b_{ji} \frac{dx_i}{dt} + c_{ji} \Delta x_i \right) = f_j(t).$$

Los coeficientes a_{ji} , b_{ji} , c_{ji} incluyen en sí mismos las derivadas parciales $(\partial\Phi/\partial x_i)_{x_{i0}}$ tomadas en el punto del régimen inicial. De esta forma, estos coeficientes dependen del régimen inicial, lo cual refleja las propiedades del sistema real no lineal en estudio.

Con ayuda de las ecuaciones linealizadas se estudian los procesos transitorios: 1) *forzados*, bajo acción de una fuerza perturbadora exterior; 2) *libres*, después de la aparición de las desviaciones iniciales y desaparición de la fuerza exterior que provocó dichas desviaciones. En el primer caso cuando $f_j(t) \neq 0$ el rotor por

*) Véase: Л. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — М.: ГИФМЛ, 1970, с. 311. (L. Pontriaguin. Ecuaciones diferenciales ordinarias).

Recordemos algunas definiciones. Un sistema de ecuaciones diferenciales se llama *lineal* si todas las funciones desconocidas y sus derivadas, tomadas en conjunto, se encuentran en la ecuación del sistema en forma lineal. De esta manera, un sistema de ecuaciones lineales de forma general puede ser escrito de la siguiente manera

$$\sum_{j, k} a_{ijk}(t) (x^j)^{(k)} + b_i(t) = 0; \quad i = 1, \dots, n. \quad (a)$$

Aquí x^1, \dots, x^n son las funciones desconocidas de la variable independiente t , los coeficientes $a_{ijk}(t)$ y los términos independientes $b_i(t)$ son funciones de t . Si todos los términos independientes del sistema (a) son idénticamente iguales a cero, entonces el sistema es *homogéneo*. A cada sistema lineal le corresponde un sistema homogéneo lineal que se obtiene despreciando los términos independientes. De esta manera, al sistema lineal (a) le corresponde el sistema lineal homogéneo:

$$\sum_{j, k} a_{ijk}(t) (y^j)^{(k)} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (b)$$

acción de una fuerza perturbadora constante dada, por ejemplo, sinusoidal pequeña, realiza oscilaciones pequeñas (véase parágrafo 7.3).

En el segundo caso, el rotor del generador después de haberse desviado de la posición de equilibrio, o sea variado el ángulo δ_0 en $\Delta\delta$ por acción de una fuerza exterior (perturbadora) cualquiera (no fijada), y luego expuesto sólo a la acción de las fuerzas interiores, va a realizar ciertos movimientos «regresando» o «saliendo» del estado de equilibrio δ_0 . Cuando está dada la fuerza exterior perturbadora $f_j(t) \neq 0$, las condiciones de estabilidad estática difieren de las de estabilidad dinámica sólo en la pequeñez de la magnitud $f_j(t)$, la cual es tan pequeña, que el proceso prácticamente *no depende ni de su magnitud ni del sitio donde se aplica* (fig. 8.1). Esta circunstancia se refleja en la resolución de ecuación linealizada, ya que en virtud de los supuestos hechos, *de la ecuación característica desaparecen las influencias de la magnitud de la perturbación y del sitio de su aplicación*.

Teorema de Liapunov. En estas investigaciones surge una pregunta: ¿hasta qué punto es legítimo el juicio acerca de la estabilidad del sistema no lineal a base del aspecto de las raíces de las ecuaciones linealizadas? La respuesta fue dada por el célebre matemático ruso A.M. Liapunov. Por él fue propuesto (1893) el llamado método de la primera aproximación, destinado para un estudio argumentado de las ecuaciones lineales (linealizadas) de movimiento del sistema, las cuales se obtienen después del desarrollo en una serie de una función no lineal *) que se encuentra en el segundo miembro de la ecuación inicial.

Cuando se utilizó la linealización (que también tenía lugar antes de Liapunov) siempre aparecían dudas en lo justo de los resultados obtenidos. Los dos teoremas de Liapunov dieron una argumentación rigurosa de las ecuaciones de primera aproximación.

El teorema I afirma que en caso de una ecuación característica de primera aproximación, que tiene raíces sólo con partes reales negativas, el movimiento no perturbado **) es asintóticamente estable cualesquiera que sean las funciones no lineales en el segundo miembro de la ecuación inicial.

El teorema II afirma que si entre las raíces de la ecuación característica de la primera aproximación se tienen raíces cuyas partes reales son positivas, el movimiento no perturbado es inestable, cualesquiera que sean las funciones no lineales en el segundo miembro de la ecuación inicial.

El caso cuando la ecuación característica no tiene raíces con parte real positiva pero tiene aunque sea una sola raíz con la parte real igual a cero, es un caso especial. En los casos especiales, por las raíces de la ecuación característica de un sistema linealizado no se puede sacar la conclusión acerca de la estabilidad o inestabilidad del sistema real (inicial). Para obtener esta conclusión es necesario estudiar adicionalmente el tipo de función no lineal (estudio de los términos despreciados del desarrollo) o valerse de consideraciones físicas en el análisis.

En casos más complejos se exige un estudio especial del comportamiento del sistema en el límite de la región de estabilidad. Este límite puede ser *peligroso*

*) Se supone que esa función no lineal tiene derivadas.

***) Recordemos que el movimiento *no perturbado* del sistema es el condicionado por la acción de fuerzas exteriores y que tiene lugar de acuerdo a una ley de movimiento dada. Por ejemplo, el rotor de un generador se mueve de acuerdo a la ley $x_1 = A \sin \omega t$ por acción de cierto momento giratorio de la turbina y el momento electromagnético que se le opone a él. Si en el sistema actúan, además de las fuerzas dadas, otras exteriores adicionales que luego dejan de actuar, entonces en virtud de estas últimas el sistema pasa a un nuevo movimiento perturbado. Un movimiento no perturbado dado se llama estable si el movimiento perturbado entra con el tiempo en una región dada predeterminada por las magnitudes $\varepsilon_i = x_i(t) - x_{i0}(t)$ (véase: A. Воронов, Основы теории автоматического управления. — М.: Энергия, 1965, ч. I, гл. VI, то же, ч. III, 1970. (A. Воронов. Fundamentos de la teoría del control automático).

en el sentido de que al pasar por éste en el sistema aparecen oscilaciones crecientes, que prácticamente significan la pérdida de la estabilidad. El límite va a ser *no peligroso* si al pasar por éste aparecen oscilaciones que no son crecientes ni decrecientes y las cuales no sacan el sistema por completo de su estado de funcionamiento.

La prueba de los límites de la región de estabilidad y la revelación de sus partes peligrosas y no peligrosas pueden hacerse determinando el signo de la llamada magnitud de Liapunov g . Cuando $g < 0$ el límite de estabilidad no es peligroso. Para la formación de esta magnitud con referencia a diferentes casos críticos (una raíz igual a cero, un par de raíces puramente imaginarias, dos pares de raíces puramente imaginarias, etc.), existen reglas que, sin embargo, no han encontrado una efectiva utilización en la práctica de los estudios de funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia. En estos estudios la división de los límites de la región de estabilidad en peligrosos y no peligrosos se hace simplemente por el método basado en el trazado de las llamadas curvas de igual amplitud de las autooscilaciones [3].

Estudio de los procesos transitorios en caso de desviaciones pequeñas del estado de equilibrio. Escribamos el sistema linealizado de ecuaciones en las imágenes:

$$\sum_{j=1}^m (a_{ji}p^2 + b_{ji}p + c_{ji}) \Delta x_i(p) = \Psi_j(p),$$

donde $\Psi_j(p)$ es la imagen de la fuerza exterior (perturbadora).

La imagen de las variables en caso general es

$$\Delta x_i(p) = \sum_{j=1}^m \frac{D_{ji}(p) \Psi_j(p)}{D(p)},$$

donde $D(p)$ es el determinante principal del sistema, llamado característico; $D_{ji}(p)$ es el complemento algebraico del elemento que se encuentra en la fila j en la columna i del determinante principal.

Si la fuerza perturbadora exterior $\Psi_j(p)$ desapareció ($\Psi_j(p) = 0$) y el movimiento es estudiado como libre, tenemos que

$$\Delta x_i(p) = \sum_{j=1}^m \frac{0}{D(p)},$$

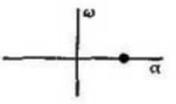
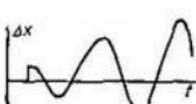
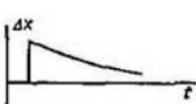
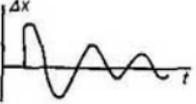
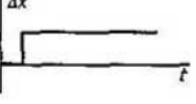
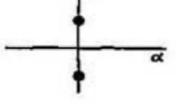
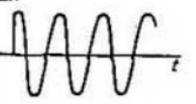
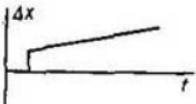
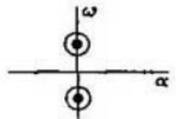
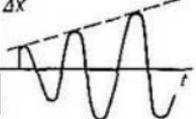
o sea, es imposible obtener cualquier información acerca del movimiento concreto $\Delta x_i(p)$. Si tomamos $D(p) = 0$ y estudiamos sus raíces, por el valor de éstas podemos juzgar acerca del carácter de la variación (movimiento) de $\Delta x_i(t)$.

El análisis se puede llevar a cabo pasando de las imágenes a los originales. Suponiendo que las raíces p_k de la ecuación característica $D(p) = 0$ son sencillas y utilizando el teorema del desarrollo, conocido en la electrotecnia, obtenemos el original:

$$\Delta x_i(t) = \sum_{h=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{D_{ji}(p_h) \Psi_j(p_h)}{D'(p_h)} e^{p_h t}.$$

En el estudio de la estabilidad estática del régimen inicial —capacidad del sistema de regresar a su estado inicial (o cercano a él) después de una perturbación pequeña— se presupone lo siguiente. En un intervalo de tiempo t ($-\infty, t_0$), donde t_0 generalmente se toma como $t_0 = 0$, unas fuerzas exteriores $f_j(t)$ provocan la desviación del sistema de su estado de equilibrio. En el momento t_0 la acción de

Tabla 8.1

Caso	Raíces		Ubicación de las raíces	Tipo del proceso transitorio	
	α	$j\omega$		$\Delta x = f(t)$	Descripción
a	+	0			Exponente creciente con una constante de inercia $T = \frac{1}{\alpha}$
b	+	\pm			Oscilación que crece de manera exponencial
c	-	0			Exponente decreciente con una constante $T = -\frac{1}{\alpha}$
d	-	\pm			Oscilaciones armónicas amortiguadas
e	0	0			La desviación Δx_0 se mantiene constante
f	0	\pm			Oscilaciones armónicas con una amplitud Δx_0 y una frecuencia y constantes
g	0	0			Dependencia que crece linealmente $\Delta x = f(t)$
h	0	\pm			Oscilaciones crecientes linealmente

la fuerza exterior $f_j(t_0)$ desaparece y por acción de la desviación inicial $\Delta x_i(t_0)$, $x_i(t_0)$ comienza un proceso transitorio libre. El carácter de este proceso se define completamente por las raíces de la ecuación característica (tabla 8.1):

$$\Delta x_i(t) = C_{1i}e^{p_1 t} + C_{2i}e^{p_2 t} + \dots + C_{ni}e^{p_n t}.$$

Debido a que los coeficientes de la ecuación característica (predeterminados por los parámetros reales del sistema), son números reales, las raíces pueden ser reales o complejo-conjugadas.

A una raíz real en la solución le corresponde el término $C_{hi}e^{\alpha_h t}$. A un par de raíces complejo-conjugadas en la solución le corresponden dos términos $C_{si}e^{(\alpha_s + j\omega_s)t} + C_{s+1,i}e^{(\alpha_s - j\omega_s)t}$, donde C_{si} y $C_{s+1,i}$ siempre son complejo-conjugados: $C_{si} = A_{si} - jB_{si}$; $C_{s+1,i} = A_{si} + jB_{si}$, por eso

$$\begin{aligned} (C_{si}e^{j\omega_s t} + C_{s+1,i}e^{-j\omega_s t})e^{\alpha_s t} &= [A_{si}(e^{j\omega_s t} + e^{-j\omega_s t}) + B_{si} \left(\frac{e^{j\omega_s t} - e^{-j\omega_s t}}{j} \right)] e^{\alpha_s t} = \\ &= 2[A_{si} \cos \omega_s t + B_{si} \sin \omega_s t] e^{\alpha_s t} = 2 |C_{si}| e^{\alpha_s t} \sin(\omega_s t + \varphi_{si}), \end{aligned}$$

donde

$$|C_{si}| = \sqrt{A_{si}^2 + B_{si}^2}; \quad \varphi_{si} = \arctg(A_{si}/B_{si}).$$

De esta manera, como se deduce de los teoremas de Liapunov, si todas las raíces reales y las partes reales de las raíces complejas son negativas, entonces el módulo de las componentes del proceso transitorio decrece en forma exponencial (si las componentes son oscilatorias en forma exponencial decrece la envolvente). El régimen del sistema en estudio es estáticamente estable.

Si entre las raíces reales aparece aunque sea una sola raíz $\alpha_h > 0$, entonces la componente (su módulo) de la solución que está predeterminada por esta raíz crece ilimitadamente. El régimen inicial del sistema es estáticamente inestable (pérdida en forma aperiódica de la estabilidad o «desprendimiento»).

Si entre las raíces complejas aparece un par que tiene $\alpha_s > 0$, entonces la componente de la solución que está predeterminada por este par, tiene forma de oscilaciones crecientes en el tiempo. El régimen inicial del sistema es estáticamente inestable (pérdida de la estabilidad en forma oscilatoria, o autoimpulsión).

De esa manera, la exigencia de que todas las partes reales de las raíces en la ecuación característica sean negativas es condición necesaria y suficiente para la estabilidad estática del régimen estudiado en un sistema eléctrico de potencia.

Formulemos en forma resumida el orden de las operaciones que son necesarias para el estudio de la estabilidad estática:

- 1) describir matemáticamente los procesos transitorios en el sistema a estudiar en forma de ecuaciones diferenciales no lineales;
- 2) realizar la linealización de las ecuaciones en la primera aproximación y obtener un sistema de ecuaciones linealizadas;
- 3) formar el determinante característico;
- 4) calcular las derivadas parciales para el régimen en estudio;
- 5) determinar la estabilidad por medio de métodos que muestren el signo de las raíces reales y de las partes reales de las raíces complejas de la ecuación característica.

Cuando el orden de la ecuación característica es alto la búsqueda de sus raíces es una operación muy trabajosa, por esta razón generalmente es sustituida por la operación que consiste en encontrar ciertas regularidades que relacionen las raíces con los coeficientes de la ecuación característica o con ciertas funciones de esos coeficientes. Estas regularidades se llaman *criterios de estabilidad*. Matemáticamente

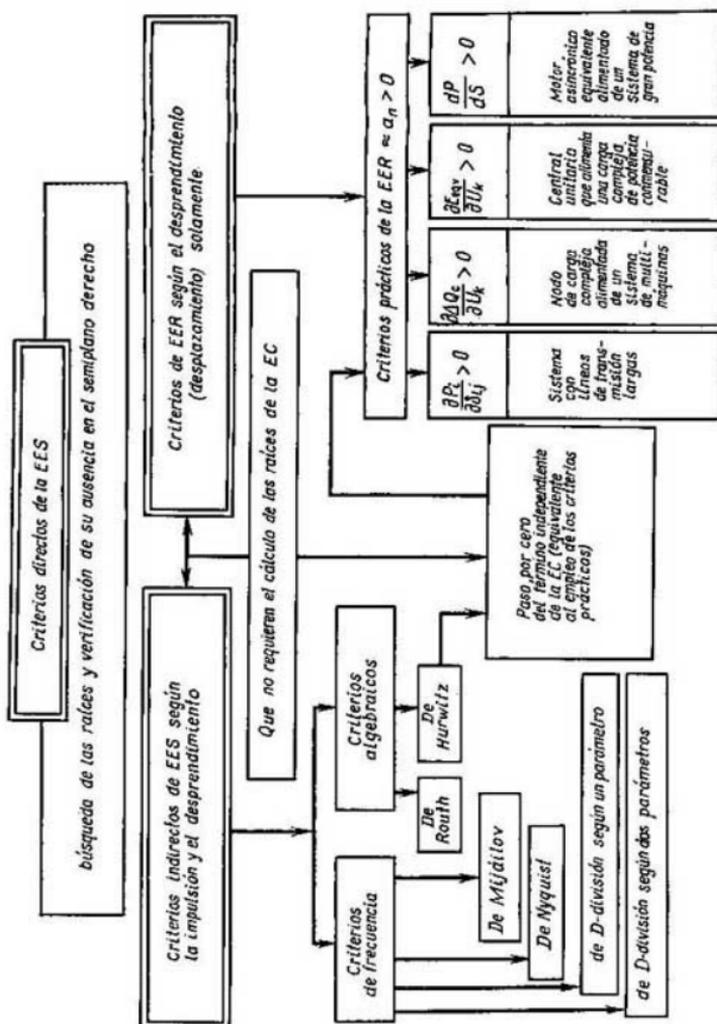


Fig. 8.2. Criterios de la estabilidad estática: EES, estabilidad estática del sistema; EER, estabilidad estática del régimen; EC, ecuación característica

te los criterios (o condiciones) de estabilidad significan ausencia de raíces en la parte derecha del semiplano (véase tabla 8.1).

Los criterios de estabilidad detalladamente expuestos en [3] se clasifican en *directos*, que requieren la búsqueda de las raíces de la ecuación característica, e *indirectos*, que no requieren el cálculo de dichas raíces. Estos criterios son algebraicos (métodos de Roath y Hurwitz) y de frecuencia (método de *D*-división, de Mijáilov, Nyquist). Los criterios de estabilidad formulan las condiciones necesarias y suficientes de estabilidad, basadas en el análisis de las raíces de la ecuación característica, pero sin exigir que éstas sean calculadas.

Para el análisis de estabilidad estática en los sistemas eléctricos de potencia los criterios más usados son el de Hurwitz y el de *D*-división. En ambos casos se escribe la ecuación característica y se determinan las fórmulas para hallar sus coeficientes.

El criterio de Hurwitz *establece la relación entre los coeficientes de la ecuación característica en forma de desigualdades* (todos los determinantes de Hurwitz son positivos), cuyo cumplimiento es condición necesaria y suficiente para la estabilidad estática de un sistema por complejo que sea. Para hacer una evaluación preliminar de la estabilidad, en primera estancia se utilizan las condiciones necesarias: todos los coeficientes de la ecuación característica son positivos. El criterio de Hurwitz da la posibilidad de juzgar acerca del carácter de la pérdida de la estabilidad. Así, el cambio de signo del término independiente de la ecuación característica, cuando se aumentan las cargas del régimen de un sistema estable, corresponde a la pérdida de la estabilidad en forma aperiódica, y el cambio del signo del penúltimo determinante, a la pérdida de la estabilidad en forma oscilatoria (véanse figs. 8.2 y 8.5, 8.6).

El criterio de Hurwitz para casos sencillos (el orden de la ecuación característica $n \leq 4$), permite obtener fácilmente las expresiones analíticas para las condiciones límites de estabilidad, por ejemplo los valores mínimos necesarios y máximos permisibles del coeficiente de regulación para la variación de la tensión en un RAE proporcional (a.p.).

El método de D-división establece la región de estabilidad estática en las coordenadas de los parámetros escogidos. En calidad de tales parámetros con mayor frecuencia escogen el coeficiente de amplificación y la constante de tiempo del RAE. Además, el método de *D*-división determina de qué índole son los límites de la región de estabilidad (aperiódica o oscilatoria, en este último caso se determina la frecuencia de oscilación). Adelantándonos un poco, demos en la fig. 8.2 un resumen y referencias de los criterios que con frecuencia se utilizan en la evaluación de la estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia.

8.2. Estabilidad estática del sistema más sencillo en caso de una regulación de sus generadores mediante un regulador de excitación de acción proporcional

Todos los generadores de los sistemas modernos disponen de reguladores automáticos de excitación ya sean de acción proporcional (RAE a.p.) o de acción reforzada (RAE a.r.). Por eso el estudio de la estabilidad estática de un sistema eléctrico de potencia se debe hacer sólo cuando se emplean dichos reguladores de excitación.

El esquema del sistema eléctrico sencillo para el cual se va a realizar el estudio de la estabilidad estática se muestra en la fig. 8.3. El sistema posee regulación automática de la excitación que se compone de tres elementos cuyos parámetros se muestran en el esquema. La variación de la corriente de excitación del genera-

dor, o sea la variación de E_q , es realizada por el regulador el cual introduce en el devanado de excitación una f.e.m. $\Delta E_{qe} = k_e \Delta i_{e.e}$; a su vez $\Delta i_{e.e} = \frac{\Delta e}{R_e(1+T_{ep})}$ o $\Delta E_{qe} = \frac{k_e \Delta e}{1+T_{ep}}$. Partiendo de un análisis analógico se puede escribir

$$\Delta e = \frac{k_a \Delta v}{1+T_{ap}}; \quad \Delta v = \frac{k_m (-\Delta U_G)}{1+T_{mp}}$$

Es evidente que

$$\Delta E_{qe} = \frac{K_0 (-\Delta U_G)}{(1+T_{mp})(1+T_{ap})(1+T_{ep})} = \gamma(p) \Delta U_G$$

Aquí $K_0 = k_e k_a k_m$;

$$\gamma(p) = \frac{-K_0}{(1+T_{mp})(1+T_{ap})(1+T_{ep})}$$

Durante el proceso transitorio en el generador aparece una f.e.m. libre (véase cap. 6)

$$\Delta E_{q11b} = -T_{do} p \Delta E'_q \quad \text{o bien} \quad \Delta E_{q11b} = \xi(p) \Delta E'_q$$

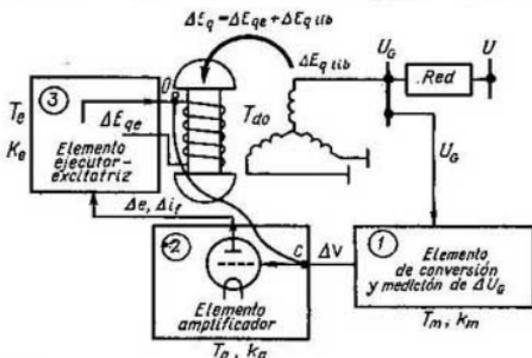


Fig. 8.3. Esquema del sistema eléctrico de potencia más sencillo que posee un regulador de excitación de acción proporcional representado por tres elementos (1, 2, 3):

— — — —, enlace de retroalimentación como resultado de cuya influencia se hace $T_e = T_{exc} \pm T_{ER}$

De esa manera el proceso transitorio electromagnético se puede representar por una ecuación que tiene dos sumandos, forzado y libre:

$$\Delta E_q = \Delta E_{qe} + \Delta E_{q11b} = \gamma(p) \Delta U_G + \xi(p) \Delta E'_q \quad (8.1)$$

La ecuación del proceso transitorio electromecánico, siendo pequeñas las desviaciones de δ , tiene la siguiente forma

$$T_J \frac{d^2 \delta}{dt^2} + P_d \frac{d\delta}{dt} = P_0 - P_{e1} = P_0 - P_m \text{ sen } \delta$$

Desarrollando $P_m \text{ sen } \delta$ en la serie de Taylor con respecto a la magnitud pequeña $\Delta \delta$ en cercanías de δ_0 (o sea suponiendo que $\delta = \delta_0 + \Delta \delta$) y dejando sólo los dos primeros términos de la serie, escribamos

$$T_J p^2 \Delta \delta + P_d p \Delta \delta = P_m \text{ sen } \delta_0 - P_m \text{ sen } \delta_0 - \frac{dP}{d\delta} \Delta \delta = -\Delta P,$$

donde ΔP es la variación de la potencia cuando el ángulo varía en $+\Delta \delta$.

Por consiguiente, la ecuación del proceso transitorio electromecánico se puede presentar como

$$\Delta P = -T_J p^2 \Delta \delta - P_d p \Delta \delta. \quad (8.2)$$

Como resultado para describir el proceso transitorio se obtuvieron dos ecuaciones con cinco incógnitas (δ , E'_q , E_q , U_G , ΔP). Es evidente que para resolver el problema de la estabilidad son necesarias tres ecuaciones más. Estas ecuaciones se pueden obtener si se representa un mismo valor de la variación de la potencia ΔP en función de las f.e.m. E_q , E'_q y de la tensión U_G :

$$\Delta P_1 = \varphi(E_q, \delta) = \frac{\partial P_{E_q}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_{E_q}}{\partial E_q} \Delta E_q; \quad (8.3)$$

$$\Delta P_2 = \varphi(E'_q, \delta) = \frac{\partial P_{E'_q}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_{E'_q}}{\partial E'_q} \Delta E'_q; \quad (8.4)$$

$$\Delta P_3 = \varphi(U_G, \delta) = \frac{\partial P_{U_G}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial P_{U_G}}{\partial U_G} \Delta U_G. \quad (8.5)$$

Al sustituir en (8.2) el valor de ΔP de (8.3), (8.4), (8.5), y en (8.3) el valor de ΔE_q de (8.1), después de simplificaciones elementales obtenemos tres ecuaciones fundamentales:

$$[T_J p^2 + c_1(p)] \Delta \delta + b_1 E'_q(p) \Delta E'_q + b_1 \gamma(p) \Delta U_G = 0; \quad (8.3a)$$

$$[T_J p^2 + c_2(p)] \Delta \delta + b_2 \Delta E'_q + 0 = 0; \quad (8.4a)$$

$$[T_J p^2 + c_3(p)] \Delta \delta + 0 + b_3 \Delta U_G = 0. \quad (8.5a)$$

Aquí se designa:

$$c_1(p) = c_1 + P_d p; \quad c_1 = \frac{\partial P_{E_q}}{\partial \delta}; \quad b_1 = \partial P_{E_q} / \partial E_q;$$

$$c_2(p) = c_2 + P_d p; \quad c_2 = \frac{\partial P_{E'_q}}{\partial \delta}; \quad b_2 = \partial P_{E'_q} / \partial E'_q;$$

$$c_3(p) = c_3 + P_d p; \quad c_3 = \frac{\partial P_{U_G}}{\partial \delta}; \quad b_3 = \partial P_{U_G} / \partial U_G.$$

Todos los coeficientes c son, por consiguiente, las derivadas parciales de las potencias expresadas a través de E_q , E'_q , U_G respecto al ángulo; los coeficientes b son las derivadas parciales de las mismas potencias con respecto a las mismas f.e.m., a través de las cuales se expresan dichas potencias. Los coeficientes c_1 , c_2 , c_3 , b_1 , b_2 , b_3 son magnitudes constantes en un régimen dado (en estudio) en los alrededores de δ_0 , pero variables si el régimen varía. El sentido de estas magnitudes se ilustra claramente en la fig. 8.4.

Los valores de cálculo de estos y otros coeficientes adicionales se dan en la tabla 8.2; la resistencia del estator se tomó como despreciablemente pequeña: $r_{est} \approx 0$. El sistema de ecuaciones homogéneas (8.3a), (8.4a) y (8.5a) no tiene una solución determinada, lo cual corresponde a la formulación del problema de la estabilidad estática (el valor y el sitio de la perturbación no están dados). Cualquier parámetro que se busca de un régimen (por ejemplo, $\Delta \delta$) se le puede representar de la forma $\Delta \delta = 0/D_1(p)$, el determinante del sistema (8.3a), (8.4a) y (8.5a) $D_1(p) = 0$ nos da un polinomio que es la ecuación característica, por cuyas raíces se puede juzgar acerca de la estabilidad del sistema y acerca de la naturaleza

de los procesos que tienen lugar:

$$D_1(p) = \begin{vmatrix} T_J p^2 + c_1(p) & b_1 \xi(p) & b_1 \gamma(p) \\ T_J p^2 + c_2(p) & b_2 & 0 \\ T_J p^2 + c_3(p) & 0 & b_3 \end{vmatrix} = \\ = (T_J p^2 + c_1(p)) b_2 b_3 - (T_J p^2 + c_2(p)) b_1 b_3 \xi(p) - (T_J p^2 + c_3(p)) b_1 b_2 \gamma(p).$$

Después de reemplazar las funciones de transferencia $\xi(p)$ y $\gamma(p)$ tenemos

$$D_1(p) = D(p)/W(p),$$

donde $W(p) \neq 0$ y, por consiguiente, $D(p) = 0$.

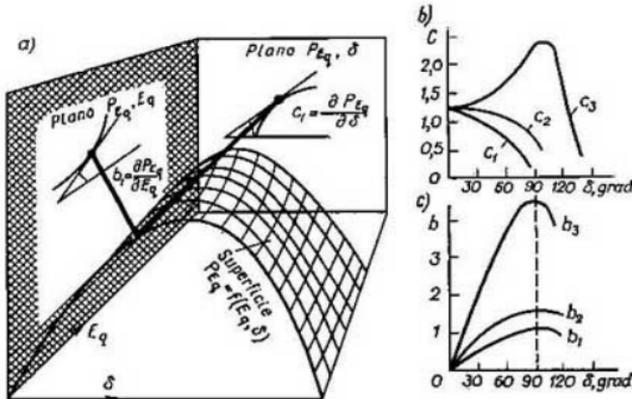


Fig. 8.4. Naturaleza y carácter aproximado de la variación de los coeficientes c y b :

a, ejemplo para determinar b_1 y c_1 como derivadas parciales de P_{Eq} ; b, dependencias del régimen [$c = f(\delta)$] para el caso concreto cuando $r_{est} = 0$; c, lo mismo para la dependencia $b = f(\delta)$

Llevando la expresión obtenida a un denominador común, desarrollando los valores de $c_1(p)$, $c_2(p)$, $c_3(p)$ e introduciendo $T'_d = (b_1/b_2) T_{d0}$, obtenemos la siguiente ecuación característica de sexto orden:

$$D(p) = T_m T_a T_e T_J T'_d p^6 + [T_J T'_d (T_m T_a + T_m T_e + T_a T_e) + T_m T_a T_e (T_J + P_d T'_d)] p^5 + \\ + [T_J T'_d (T_m + T_a + T_e) + (T_m T_a + T_m T_e + T_a T_e) (T_a + P_d T'_d) + \\ + T_m T_a T_e (P_d + c_2 T'_d)] p^4 + [T_J T'_d + (T_m + T_a + T_e) (T_J + P_d T'_d) + \\ + (T_m T_a + T_m T_e + T_a T_e) (P_d + c_2 T'_d) + T_m T_a T_e c_1] p^3 + \\ + [T_J \left(1 + \frac{b_1}{b_2} K_{0U}\right) + P_d T'_d + (T_m + T_a + T_e) (P_d + c_2 T'_d) + \\ + (T_m T_a + T_m T_e + T_a T_e) c_1] p^2 + [P_d \left(1 + \frac{b_1}{b_2} K_{0U}\right) + c_2 T'_d + \\ + (T_m + T_a + T_e) c_1] p + \left(c_1 + c_3 \frac{b_1}{b_2} K_{0U}\right) = 0$$

Tabla 8.2

Designaciones	Expresiones analíticas de las derivadas parciales para el sistema más sencillo con una máquina sincrónica de polos no salientes
$\frac{\partial P_{E_q}}{\partial \delta} = c_1$	$\frac{E_q U}{x_d \Sigma} \cos \delta$
$\frac{\partial P_{E'_q}}{\partial \delta} = c_2$	$\frac{E'_q U}{x'_d \Sigma} \cos \delta - U^2 \frac{x_d - x'_d}{x_d \Sigma x'_d \Sigma} \cos 2\delta$
$\frac{\partial P_{U_G}}{\partial \delta} = c_3$	$\frac{U U_G}{x_\theta} \left(\cos \delta_G \cos \delta + \sin \delta \frac{\partial \cos \delta_G}{\partial \delta} \right) - \frac{U^2 x_d}{x_\theta x_d \Sigma} \cos 2\delta = c_1 +$ $+ U^2 \frac{x_d}{x_d \Sigma x_\theta} (\sin \delta - \operatorname{tg} \delta_G \cos \delta) \sin \delta$
$\frac{\partial P_{E_q}}{\partial E_q} = b_1$	$\frac{U}{x_d \Sigma} \sin \delta$
$\frac{\partial P_{E'_q}}{\partial E'_q} = b_2$	$\frac{U}{x'_d \Sigma} \sin \delta$
$\frac{\partial P_{U_G}}{\partial U_G} = b_3$	$\frac{U}{x_\theta} \sin \delta \frac{1}{\cos \delta_G}$
$\frac{\partial E'_q}{\partial \delta}$	$-U \frac{x_d - x'_d}{x_d \Sigma} \sin \delta$
$\frac{\partial E'_q}{\partial E_q}$	$\frac{x'_d \Sigma}{x_d \Sigma}$
$\frac{\partial U_G}{\partial \delta}$	$\frac{U}{U_G} \frac{x_d}{x_d \Sigma_1} (U_{Gd} \cos \delta - U_{Gq} \sin \delta)$
$\frac{\partial U_G}{\partial E_q}$	$\frac{U_{Gq}}{U_G} \frac{x_\theta}{x_d \Sigma}$
$\frac{\partial I}{\partial \delta}$	$\frac{U}{x_d \Sigma} \frac{I_q}{I} \cos \delta + \frac{U}{x_d \Sigma} \frac{I_d}{I} \sin \delta$
$\frac{\partial I}{\partial E_q}$	$\frac{I_d}{I x_d \Sigma}$
$\frac{\partial \delta}{\partial \delta}$	1
$\frac{\partial \delta}{\partial \delta}$	0
$\frac{\partial \delta}{\partial E_q}$	$1 - \frac{U}{U_G^2} \frac{x_d}{x_d \Sigma} (U_{Gd} \sin \delta + U_{Gq} \cos \delta)$
$\frac{\partial \delta_\theta}{\partial \delta}$	$\frac{U_{Gd}}{U_G^2} \frac{x_\theta}{x_d \Sigma}$

Observación. Aquí $\delta_G = \angle(\dot{E}_q, \dot{U}_G)$; $\cos \delta_G = \sqrt{1 - \left(\frac{U x_d \sin \delta}{U_G x_d \Sigma} \right)^2}$; $\delta_\theta = \delta - \delta_G = \delta - \arctg U_{Gd} / U_{Gq}$.

o bien *)

$$D(p) = a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0. \quad (8.6)$$

La prueba de la estabilidad se puede hacer por el método de Hurwitz (véase parágrafo 8.1). Recordemos que el criterio de Hurwitz se formula de la siguiente manera: *para que un sistema, en el que hay regulación automática, sea estable es necesario y suficiente que todos los determinantes $\Delta_1, \Delta_2, \dots$, formados por los coeficientes de la ecuación característica hasta el de n -ésimo grado inclusive, sean positivos, además debe cumplirse $a_0 > 0$.*

Si se cumple el criterio de que todos los coeficientes de la ecuación característica sean positivos, no es obligatorio verificar el último determinante (matriz) de Hurwitz Δ_n , ya que de la igualdad $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$ cuando $\Delta_{n-1} > 0$ siempre se deduce que $\Delta_n > 0$.

Los determinantes de Hurwitz son:

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_n \end{vmatrix}.$$

Para la formación de un determinante de Hurwitz de n -ésimo orden se guían por las siguientes reglas:

- 1) se escriben en la diagonal principal todos los coeficientes desde a_1 hasta a_n en orden ascendente de los índices;
- 2) se complementan todas las columnas del determinante con coeficientes cuyos índices crecen sucesivamente si están arriba de la diagonal y decrecen si están debajo de la diagonal;
- 3) se establece el orden de la ecuación característica, encontrando el orden más alto del determinante de Hurwitz;
- 4) en lugar de los coeficientes cuyos índices deberían ser mayores a n o menores que cero se escriben ceros;
- 5) se halla el último determinante de Hurwitz $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}$ (y el penúltimo Δ_{n-1}).

Conforme a los problemas de estudio de los sistemas eléctricos de potencia son importantes ciertas condiciones que se desprenden de las propiedades generales del método de Hurwitz.

1. Para la ausencia de la inestabilidad aperiódica es condición necesaria y suficiente que todos los coeficientes de la ecuación característica sean positivos.

2. Para la ausencia de la inestabilidad oscilatoria es condición necesaria y suficiente que los menores diagonales de la matriz de Hurwitz Δ_n (o el penúltimo determinante Δ_{n-1}) sean positivos.

Introduzcamos la noción de sobrecarga de un régimen, o sea el aumento de cualquier parámetro Π (potencia, ángulo, etc.), cuyo incremento empeora la estabilidad. Junto con esto es esencial llamar la atención sobre lo siguiente (véase fig. 8.5).

*) Aquí y en adelante por a^{\dagger} se representa el coeficiente que refleja la influencia por parte del regulador de excitación: $a^{\dagger} = a + \Delta a$, donde Δa es la «ración suplementaria» condicionada por la acción del RAE.

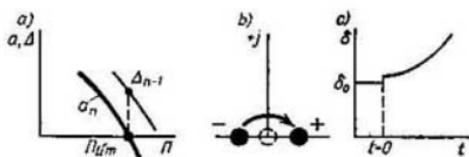


Fig. 8.5. Aparición de la inestabilidad aperiódica:

a, paso de a_n por el cero, siendo $\Delta_{n-1} > 0$; b, paso de una raíz al semiplano derecho; c, $\delta = f(t)$; Π_{lim} , valor límite del parámetro aumentado

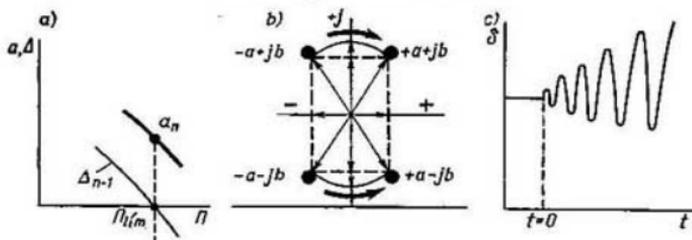


Fig. 8.6. Aparición de la inestabilidad oscilatoria:

a, paso de Δ_{n-1} por el cero cuando $a_n > 0$; b, paso de las raíces complejas al semiplano derecho; c, $\delta = f(t)$; Π_{lim} , valor límite del parámetro aumentado

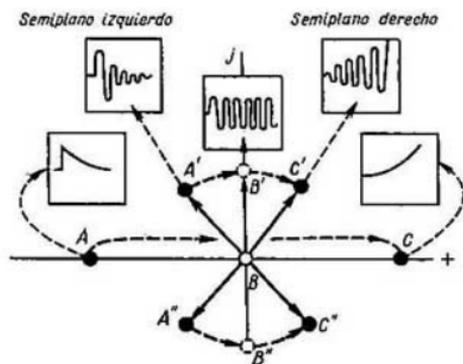


Fig. 8.7. Paso del punto de operación del semiplano izquierdo al derecho y variación de las raíces de la ecuación característica:

A, proceso aperiódico estable; C, lo mismo, pero inestable; A', A'', proceso oscilatorio estable; C', C'', lo mismo, pero inestable; B', B'', proceso en el límite (eje j)

Cuando se sobrecarga un régimen, el paso por cero del coeficiente a_n para $\Delta_{n-1} > 0$ (fig. 8.5, a) significa que hay paso de una raíz real del semiplano izquierdo al derecho (fig. 8.5, b), lo cual indica la **pérdida** de la estabilidad en forma **aperiódica** (fig. 8.5, c).

Cuando se sobrecarga un régimen, el paso por cero de Δ_{n-1} , siendo $a_n > 0$ (fig. 8.6, a), significa que un par de raíces complejas con parte real negativa pasa del semiplano izquierdo al derecho (fig. 8.6, b), lo cual indica la **pérdida** de la estabilidad en forma **oscilatoria** (fig. 8.6, c).

En ambos casos el paso del punto imagen (de operación) a través del eje j indica el límite de estabilidad donde aparecen oscilaciones no amortiguadas (fig. 8.7).

De acuerdo con lo señalado anteriormente la prueba de estabilidad de los regímenes se realiza en dos direcciones:

1) se prueba la **estabilidad del régimen normal dado**. La estabilidad de éste se puede perder al no cumplirse las condiciones de estabilidad en virtud de la aparición de valores negativos de T'_d , P_d , ciertas proporciones de los coeficientes c_1 , c_2 , c_3 y otros que entran en combinación con ellos. La determinación de esta manera de los coeficientes a_0, \dots, a_5 de la ecuación característica y los determinantes de Hurwitz $\Delta_2, \dots, \Delta_5$ requiere mucho trabajo;

2) se prueba la **estabilidad del régimen (que a ciencia cierta se sabe es estable)** mediante la sobrecarga del mismo. Para ello se aumenta la potencia transmitida y de acuerdo con las figs. 8.5 y 8.6 es necesario establecer el valor límite de $P = \Pi$, para el cual pasa por cero a_n o Δ_{n-1} . Es evidente que esta tarea requiere mucho trabajo y da resultado sólo para un caso concreto, además no permite obtener resultados lo suficientemente claros. Con el fin de obtener algunas ideas generales simplifiquemos la ecuación (8.6), tomando $T_m = T_a = 0$, o sea despreciemos la inercia electromagnética del elemento amplificador y de medición, lo que se puede hacer ya que estas constantes son en un orden menores que T_e , T'_d . Después de esta simplificación obtenemos una ecuación característica de cuarto grado, que tiene la forma

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + (a_2 + \Delta a_2) p^2 + (a_3 + \Delta a_3) p + a_4 + \Delta a_4 = 0. \quad (8.7)$$

Aquí se designa:

$$a_0 = T_J T'_d T_e c; \quad a_1 = T'_d T_e P_d + T_J (T'_d + T_e); \quad a_2 + \Delta a_2 = T_J + T'_d T_e c_2 + P_d (T'_d + T_e) + T_J K_{0U} b_1 / b_3; \\ a_3 + \Delta a_3 = P_d + T_e c_1 + T'_d c_2 + P_d K_{0U} b_1 / b_3; \\ a_4 + \Delta a_4 = c_1 + c_3 K_{0U} b_1 / b_3.$$

Las condiciones de estabilidad se reducen a las siguientes exigencias:

- 1) $a_0 > 0$ cuando $P_d > 0$;
- 2) $a_1 > 0$ cuando $T'_d > 0$ y $P_d > 0$; si $P_d < 0$ es necesario que

$$|P_d| < \frac{T_J (T'_d + T_e)}{T'_d T_e};$$

- 3) $a_2 > 0$ cuando $P_d > 0$, $c_2 > 0$, $K_{0U} > 0$;
 - 4) $a_3 + \Delta a_3 > 0$ cuando $P_d > 0$, $c_2 > 0$, $c_1 > 0$;
- si $c_1 < 0$ es necesario que

$$|c_1| = \frac{P_d (1 + K_{0U} b_1 / b_3) + T'_d c_2}{T_e};$$

5) $a_4 + \Delta a_4 > 0$ significa exigir que $K_{0U} > K_{0U \text{ mfn}}$, donde el valor $K_{0U \text{ mfn}} = (| -c_1 / c_3 |) (b_3 / b_1)$.

Posteriormente se determina el coeficiente $K_{0U \text{ máx}}$. Para hallar el valor máximo permisible del coeficiente de amplificación según la variación de la tensión K_{0U} , es necesario igualar a cero el determinante de Hurwitz ($\Delta_{\text{Hur}} = 0$), desarrollar los valores de los coeficientes a_i y Δa_i , donde $i = 1, 2, 3, 4$, de acuerdo con las fórmulas obtenidas para ellos:

$$\Delta_{\text{Hur } n} = \begin{vmatrix} a_1 a_3 + \Delta a_3 & 0 & 0 \\ a_0 a_2 + \Delta a_2 & a_4 + \Delta a_4 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 + \Delta a_3 \\ 0 & a_0 & a_2 + \Delta a_2 & a_4 + \Delta a_4 \end{vmatrix} = (a_4 + \Delta a_4) \begin{vmatrix} a_1 a_3 + \Delta a_3 & 0 \\ a_0 a_2 + \Delta a_2 & a_4 + \Delta a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 + \Delta a_3 \end{vmatrix} = 0.$$

O, debido a que $(a_i + \Delta a_i) > 0$, escribimos

$$\Delta_{\text{Hurwitz}} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 + \Delta a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 + \Delta a_2 & a_4 + \Delta a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 + \Delta a_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (8.8)$$

Desarrollando la escritura del determinante (8.8) y sustituyendo los valores de los parámetros en las fórmulas de los coeficientes a_i , Δa_i , $i = 0, 1, 2, 3, 4$, obtenemos una ecuación de la forma

$$AK_{0U}^2 + BK_{0U} + C = 0.$$

Para determinar el coeficiente K_{0U} es necesario resolver la ecuación cuadrática escrita anteriormente.

Introduzcamos las siguientes designaciones:

$$\begin{aligned} K_1 &= P_d + T_e c_1 + T'_d c_2; \quad K_2 = T_J (T'_d + T_e) + T'_d T_e P_d; \quad K_3 = T_J + P_d (T'_d + T_e) + \\ &+ T'_d T_e c_2; \quad A = (b_1^2/b_3^2) \{ [T_J (T'_d + T_e) + T'_d T_e P_d] P_d T_J - T_J T'_d T_e P_d^2 \} = \\ &= (b_1^2 P_d T_J / b_3^2) (K_2 - T'_d T_e P_d) = (b_1^2/b_3^2) P_d T_J^2 (T'_d + T_e); \\ B &= (b_1/b_3) \{ [P_d T_J (T'_d + T_e) + T'_d T_e P_d^2] [T_J + P_d T'_d + P_d T_e + T'_d T_e c_2] + \\ &+ [T_J^2 (T'_d + T_e) + T_J T'_d T_e P_d] (P_d + T_e c_1 + T'_d c_2) - 2 T_J T'_d T_e P_d (P_d + T_e c_1 + T'_d c_2) - \\ &- c_3 [T_J (T'_d + T_e) + T'_d T_e P_d]^2 \} = (b_1/b_3) (P_d K_2 K_3 + T_J K_2 K_1 - 2 T_J T'_d T_e P_d K_1 - c_3 K_2^2) = \\ &= (b_1/b_3) [K_2 (P_d K_3 - c_3 K_2 + T_J K_1) - 2 K_1 T_J T'_d T_e P_d]; \quad C = [T'_d T_e P_d + T_J (T'_d + T_e)] \times \\ &\times [T_J + T'_d T_e c_2 + P_d (T'_d + T_e)] [P_d + T_e c_1 + T'_d c_2] - T_J T'_d T_e (P_d + T_e c_1 + T'_d c_2) \times \\ &\times (P_d + T_e c_1 + T'_d c_2) - [T'_d T_e P_d + T_J (T'_d + T_e)]^2 c_1 = \\ &= K_1 K_2 K_3 - T_J T'_d T_e K_1^2 - K_2^2 c_1. \end{aligned}$$

De esa manera, el valor máximo permisible del coeficiente de amplificación es

$$K_{0U \text{ máx}} = (-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}) / (2A). \quad (8.9)$$

Desafortunadamente, es imposible obtener reglas generales basándose en la ecuación (8.9), aunque para casos concretos se puede establecer una serie de reglas importantes, como por ejemplo, las expuestas en la fig. 8.8.

Si los criterios de Hurwitz son positivos para el régimen inicial, eso indica que dicho régimen es estable. La prueba posterior para la sobrecarga dada por un parámetro Π permite establecer el valor límite de éste (véanse figs. 8.5, 8.6), al mismo tiempo que se aclara el carácter de la pérdida de la estabilidad.

Simplificaciones ulteriores. Algunas conclusiones generales. Para hacer ciertas conclusiones generales simplifiquemos la ecuación obtenida (8.7), despreciando en ella el efecto del amortiguamiento ($P_d = 0$). Entonces la ecuación característica toma la forma

$$\begin{aligned} T_e T'_d T_J p^4 + T_J (T'_d + T_e) p^3 + (T_J + T'_d T_e c_2 + K_{0U} T_J b_1/b_3) p^2 + \\ + (T'_d c_2 + T_e c_1) p + c_1 + K_{0U} c_3 b_1/b_3 = 0 \quad (8.10) \end{aligned}$$

o bien

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + (a_2 + \Delta a_2) p^2 + a_3 p + (a_4 + \Delta a_4) = 0.$$

Veamos, desde el punto de vista de las proporciones físicas y de los parámetros, qué garantiza que los coeficientes de esta ecuación sean positivos. Es evidente que:

siempre $a_0 > 0$, si $T_d' > 0$;
 $a_1 > 0$, si $T_d' > 0$ ó $T_d' < T_e$ cuando $T_d' < 0$;
 $a_2 = a_2 + \Delta a_2 > 0$, si $c_2 > 0$ ó si $c_2 < 0$

$$(1 + K_{0U} b_1/b_3) T_J > T_d' T_e c_2.$$

El régimen de operación siempre va a existir si $c_2 > 0$ (fig. 8.9), y dicha condición siempre se cumple.

El valor a_3 va a ser > 0 , si $T_e c_2 > T_e c_1$ o si $c_2 > (T_e/T_d') | -c_1 |$ (el valor positivo de c_2 es mayor que el valor negativo de c_1 , multiplicado por T_e/T_d'). De esta condición se deduce que al haber una regulación tal que no hace influencia sobre a_3 , el régimen límite va a ser cuando $c_3 \geq 0$.

Es evidente que obtener el régimen límite se puede aumentando T_e , lo cual, como se dijo anteriormente, se logra con la instalación de un enlace de retroalimentación negativo no rígido (flexible). Todas las proporciones obtenidas, que garantizan que los coeficientes a_0, \dots, a_3 sean positivos, están relacionadas sólo con las limitaciones del régimen (fig. 8.9).

El efecto causado por cualquier regulador automático de excitación se refleja matemáticamente en los incrementos Δa de los coeficientes a de la ecuación característica. Cuando hay regulación de acción proporcional aparecen dos incrementos: Δa_2 y Δa_4 . El primer incremento abre la posibilidad (teórica) de «moverse» por la curva de la potencia $P_{E'}$ hasta su máximo, o sea hasta el punto en que $c_2 = 0$.

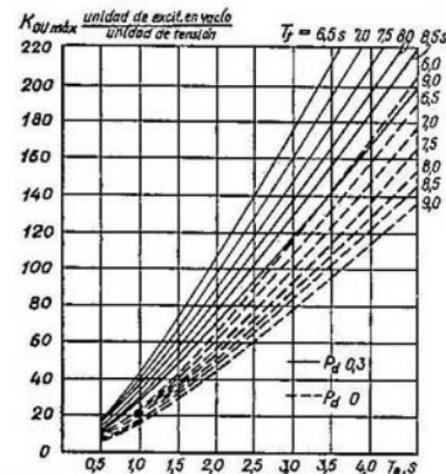


Fig. 8.8. Influencia del amortiguamiento en el coeficiente máximo de amplificación:

$K_{0U} \text{máx} = f(T_e)$; — $P_d = 0,3$; $T_J = 7,0; 8,0; 9,0 \text{ s}$; - - - $P_d = 0$; $T_J = 6,0; 7,0; 8,0; 9,0 \text{ s}$

El segundo incremento permite establecer los requisitos para el coeficiente de amplificación K_{0U} . En realidad, $a_4 = a_4 + \Delta a_4 = c_1 + K_{0U} (b_1/b_3) c_3$, o bien $K_{0U} (b_1/b_3) c_3 \geq |c_1|$ ya que c_1 es negativo (fig. 8.10). Esto significa que el coeficiente de amplificación, que garantiza valores altos de la potencia $P_{E'}$ (cuando $c_1 < 0, c_2 > 0$), debe ser mayor (o igual) a un coeficiente $K_{0U} \text{mín}$, donde $K_{0U} \text{mín} = |c_1| b_3/b_1 c_3$. Cuanto menor sea K_{0U} menos podremos avanzar por la curva $E'_q = \text{const}$ hacia el punto $c_2 = 0$. En el límite cuando $K_{0U} = 0$ el sistema va a funcionar como no regulado de acuerdo con la curva $P_{E'q} = \text{const}$ (fig. 8.10, a), y la tensión irá a disminuir con el aumento de la carga (fig. 8.10, b). Cuando $K_{0U} \text{máx} = 0$ de la ecuación (8.10) se deduce que la pérdida aperiódica de la estabilidad tiene lugar cuando $c_1 = 0$. Si se toma otro caso extremo haciendo $K_{0U} \text{máx} = \infty$, entonces la ecuación (8.9) toma la siguiente forma: $T_J p^2 + c_3 = 0$, donde las raíces de la ecuación son

$$p_{1,2} = \sqrt{-c_3/T_J} = \pm j \sqrt{c_3/T_J}.$$

Eso quiere decir que el sistema es estable cuando $c_3 = 0$ (formalmente se encuentra en el límite de estabilidad, ya que no se tiene en cuenta el amortigua-

miento). Siendo $c_3 = 0$, aparece el régimen límite. Cuando $K_{0U} = \infty$ la tensión del generador U_G bajo cualquier cambio del régimen se mantiene constante (fig. 8.10, b). Esto, por supuesto, llama mucha atención en condiciones de explotación. Sin embargo, tanto desde el punto de vista teórico como de la experiencia

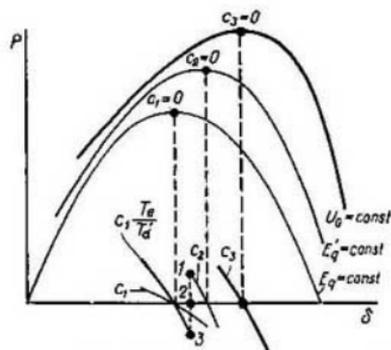


Fig. 8.9. Valores límites de la potencia según las condiciones de estabilidad cuando se mantienen constantes U_G , E_q o bien E'_q (sin regulación)

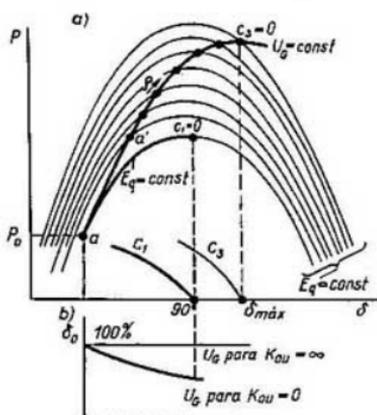


Fig. 8.10. Potencias límites sin regulación de la excitación ($c_1 = 0$) cuando se mantiene $U_G = \text{const}$ ($c_3 = 0$):

a, movimiento del punto de operación a, a', \dots, a_1 con el aumento de la corriente de excitación [E_q] para $K_{0U} = \infty$; b, variación de la tensión U_G

de diseño de los reguladores proporcionales se desprende que es imposible realizar el funcionamiento del sistema cuando $K_{0U} = \infty$ y que para cada sistema existe cierto valor límite de $K_{0U} \text{ máx} < K_{0U} \infty$. ¿Cuál es este valor?

De acuerdo a la fig. 8.6, el paso por cero del penúltimo determinante de Hurwitz [en este caso es el determinante (8.8)] provoca la inestabilidad oscilatoria. A base de (8.8) teniendo en cuenta el amortiguamiento fue encontrada la fórmula (8.9) para hallar el valor máximo posible del coeficiente de amplificación. Si en (8.9) tomar $P_d = 0$, $T_e = 0$, se puede obtener una fórmula sencilla *)

$$K_{0U} \text{ máx} = [(c_2 - c_1)/(c_3 - c_2)] (b_3/b_1). \quad (8.11)$$

Si $T_e \neq 0$ entonces

$$K_{0U} \text{ máx} = K_{0U} \text{ máx } T_e = 0 \xi, \quad (8.12)$$

donde ξ es el coeficiente de corrección (se considera T_e):

$$\xi = \left(1 + \frac{T_c^2}{T_J} \frac{T_d^2 c_2 + T_e c_1}{T_e + T_d}\right) / \left(1 + \frac{T_e}{T_d} \frac{c_3 - c_1}{c_3 - c_2}\right).$$

El valor de $K_{0U} \text{ máx}$ depende del régimen del sistema y del parámetro T_e , cuyo aumento conlleva a que crece el $K_{0U} \text{ máx}$ posible (fig. 8.11). El valor del

*) Se sobreentiende que en lugar de simplificar (8.9), suponiendo que $P_d = 0$, se puede reemplazar en (8.8) los valores de los coeficientes a base de (8.10) y desarrollando (8.8) obtener el mismo resultado.

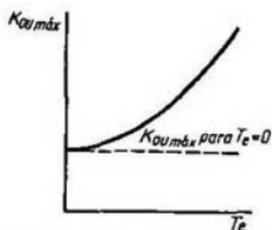


Fig. 8.11. Influencia de la constante de tiempo equivalente del sistema de excitación T_e sobre el coeficiente máximo de amplificación $K_{ou} \text{ máx}$

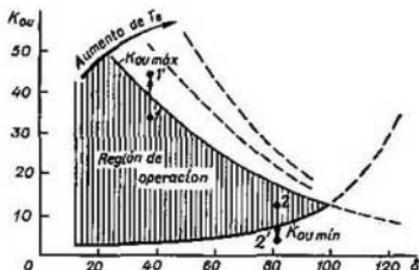


Fig. 8.12. Valores límites del coeficiente de amplificación:

$K_{ou} \text{ máx} = f(\delta)$; $K_{ou} \text{ mín} = \varphi(\delta)$; 1-1', paso de la región de operación a la región de inestabilidad oscilatoria; 2-2', lo mismo pero a la región de inestabilidad aperiódica

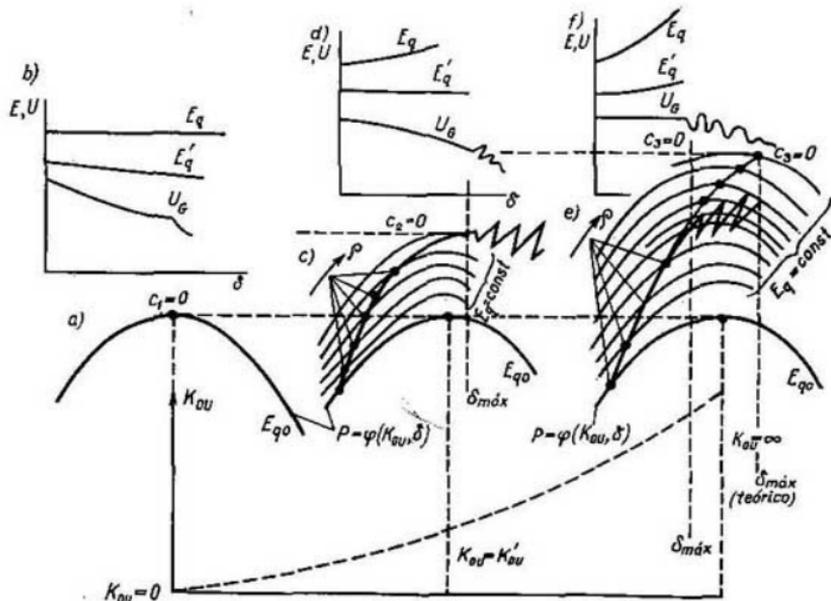


Fig. 8.13. Régimen del sistema regulado más sencillo en dependencia del coeficiente de amplificación K_{ou} :

a, b, sin regulación $K_{ou} = 0$, $E_q = \text{const}$; c, d, regulación cuando $E'_q = \text{const}$ ($K_{ou} = K'_{ou}$), para el movimiento del punto ρ por las curvas crecientes de $E_q = \text{const}$; impulsión para $c_2 \approx 0$; e, regulación cuando se mantiene $U_G \approx \text{const}$ ($K_{ou} = \infty$); f, impulsión para el caso similar al b de movimiento de ρ para P y δ menores que en el caso c; límite teórico cuando $c_2 = 0$

coeficiente de amplificación debe encontrarse entre $K_{0U \text{ mín}}$ y $K_{0U \text{ máx}}$, estas dependencias tienen un aspecto como el que se muestra en la fig. 8.12.

En la práctica el valor admisible del coeficiente de amplificación K_{0U} debe, por consiguiente, corresponder a la desigualdad $K_{0U \text{ mín}} < K_{0U} < K_{0U \text{ máx}}$. La elección de uno u otro valor, como se muestra en la fig. 8.13, influye en el régimen del sistema y en sus potencias máximas transmitidas:

cuando $K_{0U} \approx 0$ el sistema es no regulado. En este sistema el límite de potencia transmitida se predetermina por el punto c_1 (fig. 8.13, a), y la tensión disminuye notoriamente con el aumento de la carga (fig. 8.13, b);

cuando $0 < K_{0U} < K_{0U \text{ máx}}$ existe algún valor del coeficiente para el cual la potencia máxima se predetermina por el punto c_2 (fig. 8.13, c) y la tensión disminuye (en forma relativamente lenta) con el aumento de la carga (fig. 8.13, d);

cuando $K_{0U} < K_{0U \text{ máx}}$ pero tiene un valor mayor que en el caso mostrado en la fig. 8.13, c, la tensión se mantendría mejor, aunque las oscilaciones tendrían lugar un poco antes;

cuando $K_{0U} \approx \infty$ (fig. 8.13, e) el mantenimiento de la tensión va a ser muy bueno (fig. 8.13, f), pero con el aumento de la carga (antes de llegar al límite c_3) aparece la inestabilidad oscilatoria (fig. 8.13, f), lo cual hace imposible el funcionamiento del sistema.

El análisis hecho demuestra que en la práctica el regulador de acción proporcional debe funcionar con un coeficiente de amplificación K_{0U} tal que *aproximadamente corresponda a una potencia transmitida siendo una f.e.m. $E'_g = \text{const}$, aplicada en el circuito equivalente del generador detrás de la reactancia Kx'_d , donde $K > 1$ tiene un valor que depende de las condiciones concretas (véase más adelante).*

De esa manera, los generadores que tienen regulación de acción proporcional se representan en el circuito equivalente por E'_g aplicada detrás de Kx'_d (aproximadamente $E'_g \approx E'$). Aunque esta representación se muy aproximada, cuando se elige correctamente K (véase parágrafo 8.5) el error en la potencia límite no sobrepasa 5—10%.

8.3. Un sistema no regulado analizado sin considerar los procesos electromagnéticos transitorios

Cuando en el sistema se supone la ausencia de regulación de la excitación y no se tienen en cuenta los procesos transitorios, esto es un caso particular que representa interés para establecer la influencia de estos factores en el límite de la potencia transmitida, más aún que el método de áreas estudiado antes (véase cap. 4) presupone precisamente este caso ($E = \text{const}$). Este caso particular permite también revelar el carácter del proceso en dependencia del régimen inicial. En la fig. 8.14, a el sistema está representado por un esquema. El momento de amortiguamiento lo consideramos en forma simplificada: incluyamos en la ecuación de movimiento un término proporcional a la derivada del ángulo y con un coeficiente constante P_d . En esta idealización los procesos transitorios en un sistema eléctrico de potencia se describen por la ecuación diferencial no lineal de segundo orden

$$T_J p^2 \delta + P_d p \delta = P_T - P_{e1}. \quad (8.13)$$

Aquí $P_T = P_0 = P_m \text{ sen } \delta_0$ es la potencia de la turbina, que en un sistema eléctrico de potencia predetermina el régimen permanente inicial (P_0, δ_0) (fig. 8.14), para el cual se realiza la prueba de estabilidad estática; $P_{e1} = P_m \text{ sen } \delta$ es la potencia electromagnética del generador sincrónico, que es una función no lineal de una variable, el ángulo δ .

Desarrollando P_m en δ en la serie de Taylor respecto a la magnitud pequeña $\Delta\delta$ en la región de δ_0 (o sea suponiendo que $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$) y considerando sólo los dos primeros términos del desarrollo o, lo que es lo mismo, reemplazando

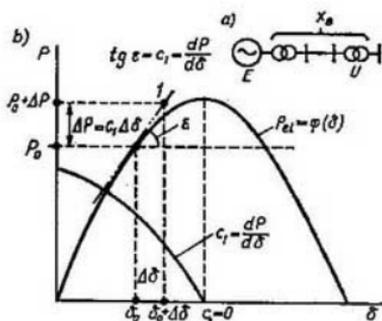


Fig. 8.14. Correlaciones fundamentales en presencia de oscilaciones pequeñas del sistema más sencillo:

a, esquema; b, curva

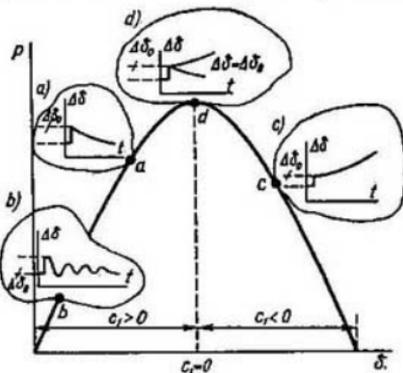


Fig. 8.15. Transcurso del proceso en el sistema más sencillo $\Delta\delta = f(t)$ después de la desviación en $\Delta\delta_0$:

a, b, c, d, curvas $P = \varphi(\delta)$ en los puntos respectivos

una sección de la sinusoide en la región de δ_0 por una tangente, obtenemos [en vez de (8.13)]

$$T_J p^2 \Delta\delta + P_{dP} \Delta\delta = P_m \sin \delta_0 - P_m \sin \delta_0 - (dP_{e1}/d\delta) \Delta\delta. \quad (8.14)$$

Si designamos $c_1 = dP_{e1}/d\delta = (E_{q0}U/x_{d\Sigma}) \cos \delta_0$, *) obtenemos la ecuación (8.13) linealizada en la primera aproximación:

$$T_J p^2 \Delta\delta + P_{dP} \Delta\delta + c_1 \Delta\delta = 0. \quad (8.15)$$

La magnitud c_1 depende del régimen inicial (fig. 8.14) y se hace igual a cero en el régimen que corresponde a P_m ($\delta_0 = 90^\circ$). La ecuación (8.14) tiene la solución

$$\Delta\delta = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \quad (8.15a)$$

La ecuación característica para (8.15)

$$T_J p^2 + P_{dP} + c_1 = 0 \quad (8.16)$$

tiene dos raíces:

$$p_{1,2} = \frac{-P_{dP} \pm \sqrt{P_{dP}^2 - 4T_J c_1}}{2T_J} = \pm \sqrt{-\left[\frac{c_1}{T_J} - \left(\frac{P_{dP}}{2T_J}\right)^2\right]} + \frac{-P_{dP}}{2T_J} = \pm j\gamma + \alpha, \quad (8.17)$$

donde $\gamma = \sqrt{c_1/T_J - \alpha^2}$ es la frecuencia propia (natural) de oscilación del rotor de la máquina sincrónica, y $\alpha = -P_{dP}/(2T_J)$ es el decremento de amortiguación.

Cuando $c_1 > 0$ el sistema siempre va a ser estable. En caso de $c_1/T_J < \alpha^2$ ambas raíces van a ser reales negativas y el proceso tiene la forma que se muestra en la fig. 8.15, a. Cuando $c_1/T_J > \alpha^2$, ambas raíces son complejas con partes reales

*) La magnitud c_1 a veces se llama potencia sincronizante y la representan como SE_q , donde el índice E_q significa que la derivada se toma cuando $E_q = \text{const}$. En este trabajo esta representación no se tiene en cuenta ya que con S se designa la potencia aparente, y con ϵ , el deslizamiento.

negativas; la forma del proceso para este caso se muestra en la fig. 8.15, *b*. Cuando $c_1 < 0$ la relación entre c_1/T_J y α no influye en la forma del proceso. Una raíz siempre será real y positiva ($\sqrt{c_1/T_J + \alpha^2} + \alpha$) y la otra, negativa ($-\sqrt{c_1/T_J + \alpha^2} + \alpha$). El proceso transcurre de acuerdo a la fig. 8.15, *c*. En caso de $c_1 = 0$ aparece una raíz igual a cero y otra raíz igual a $-P_d/T_J$. La presencia de una raíz nula señala el denominado caso crítico (fig. 8.15, *d*), cuando para establecer el verdadero comportamiento del sistema no se puede utilizar la ecuación linealizada en la primera aproximación (8.15) y es necesario llevar a cabo estudios complementarios teniendo en cuenta factores de precisión *) o tomar en forma muy aproximada que un sistema que se acerca al límite de estabilidad, después de un impulso unitario, tiene la probabilidad de perder la estabilidad (para $c_1 < 0$ tan pequeño como se quiera) o de conservarla (para $c_1 > 0$ pequeño). Sin embargo, en la práctica el sistema puede recibir un impulso tal, que conlleva a la pérdida de la estabilidad.

Estudiemos la estabilidad sin tener en cuenta los procesos electromagnéticos transitorios en los circuitos del rotor y el momento de amortiguación ($P_d = 0$). Este caso particular, que corresponde al estudio de un sistema sencillo tomado como conservador, tiene la ecuación característica $T_J p^2 + c_1 = 0$, la cual posee dos raíces que son determinantes en la resolución de la ecuación simplificada (8.15).

El carácter del movimiento depende del signo de c_1 . Si $c_1 > 0$, entonces las dos raíces son imaginarias

$$p_{1,2} = \pm j \sqrt{c_1/T_J}$$

y cualquier perturbación en el sistema provoca oscilaciones no amortiguadas de frecuencia propia

$$\gamma = \sqrt{c_1/T_J}$$

Si los ángulos se expresan en radianes, las potencias, por unidad, el tiempo t y la constante de inercia T_J , en segundos, entonces el valor de la frecuencia propia de oscilación (rad/s) del rotor de una máquina sincrónica se calcula como

$$\gamma = \sqrt{c_1 2\pi f_0 / T_J} \quad (8.18)$$

o en Hz

$$f = \gamma / (2\pi). \quad (8.19)$$

El valor del período de oscilaciones libres

$$T = 2\pi/\gamma \text{ [rad/s]} = \{1/f \text{ [Hz]}\} \quad (8.20)$$

depende del régimen inicial del sistema y de los parámetros del mismo T_J , x_d , x_L , E_{q0} , U . Así pues, si el régimen inicial y los parámetros del sistema están definidos por los valores $\delta_0 = 60^\circ$, $E_{q0} = 1.2$, $U = 1$, $f_0 = 50$ Hz, $T_J = 10$ s, $x_{d2} = 1.2$, entonces

$$c_1 = 1.2 \cdot 1 \cdot 0.5 / 1.2 = 0.5; \quad \gamma = \sqrt{0.5 \cdot 314^2 / 10} = 3.96 \text{ rad/s};$$

$$f = 3.96 / (2 \cdot 3.14) = 0.63 \text{ Hz}; \quad T = 1 / 0.63 = 1.59 \text{ s}.$$

Cuando $c_1 < 0$ ambas raíces de la ecuación característica (8.16) son reales una de ellas siempre es positiva; con cualquier perturbación pequeña en el sistema el ángulo va a tener un crecimiento aperiódico (véase fig. 8.15, *c*).

El ángulo $\delta_0 = 90^\circ$ es el límite de estabilidad estática, o sea la frontera que separa las dos formas de movimiento: oscilatorio cuando $\delta_0 < 90^\circ$ y creciente

*) Estudios especiales que indican el error que se introduce a causa de la linealización, tienen sentido para sistemas más complejos que el que se está estudiando.

aperiódico cuando $\delta_0 > 90^\circ$. Si $\delta_0 > 90^\circ$ en el sistema se pierde la estabilidad estática en forma aperiódica (a veces esta forma de pérdida de la estabilidad se llama desprendimiento).

La región donde $c_1 > 0$ en la práctica se considera estable, suponiendo que la atenuación inevitable que no se tomó en consideración en la ecuación simplificada convierte las oscilaciones no amortiguadas en amortiguadas. La condición $c_1 > 0$ corresponde al criterio práctico obtenido anteriormente $dP/d\delta > 0$.

8.4. Autoimpulsión y autoexcitación

El estudio realizado de estabilidad es aún incompleto, ya que en él no se analizó la pérdida de la estabilidad en forma de autoexcitación y autoimpulsión. Estas pérdidas de la estabilidad tienen un carácter específico. La pérdida de la estabilidad de las formas enunciadas puede aparecer cuando en una red, que enlaza la central en estudio (generador equivalente) con el sistema (por ejemplo, una barra de potencia infinita), existe ya sea una resistencia notoria ($r/x > 0,05$) o una capacitancia ($-T'_d$) significativa. En el primer caso aparecen oscilaciones permanentes o crecientes (*autoimpulsión*), en el segundo caso tiene lugar un crecimiento incontrolable de la corriente y la tensión de los generadores, que consumen potencia reactiva capacitiva ($-Q$), *autoexcitación* *). El análisis de los procesos que tienen lugar se puede llevar a cabo partiendo de la ecuación (8.7). Pero esta ecuación, incluso después de ser simplificada (8.10), al reflejar la influencia de la regulación y los procesos en la excitatriz, oscurece el cuadro físico de los procesos estudiados. Por eso éstos son despreciados, tomando en (8.7) $K_{0U} = 0$ y $T_e = 0$, pero se tiene en cuenta el amortiguamiento ($P_d \neq 0$) y los procesos transitorios ($T'_d \neq 0$). Entonces obtenemos la siguiente ecuación de tercer orden:

$$T_J T'_d p^3 + (T_J + P_d T'_d) p^2 + (c_2 T'_d + P_d) p + c_1 = 0 \quad (8.21)$$

o bien

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0.$$

Autoimpulsión. Si $T'_d > 0$, entonces cuando $P_d < 0$ y existen las condiciones de que $|-P_d| > T_J/T'_d$ (generalmente no se cumple) y $|-P_d| > c_2 T'_d$, pueden aparecer coeficientes negativos (a_1 o a_2), lo que indica la pérdida de la estabilidad relacionada con el amortiguamiento negativo, lo cual en el caso dado, supuestamente, no tiene relación con la resistencia en el circuito del estator sino que con una regulación incorrecta. Sin embargo, es más probable la pérdida oscilatoria de la estabilidad o autoimpulsión (relacionada con r en el circuito del estator), cuya posibilidad se desprende del análisis del determinante de Hurwitz. Representémoslo en la forma siguiente

$$\Delta_{\text{Hur}} = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} T_J + P_d T'_d & c_1 \\ T_J T'_d & c_2 T'_d + P_d \end{vmatrix},$$

o bien

$$\Delta_{\text{Hur}} = (T_J + P_d T'_d) (c_2 T'_d + P_d) - c_1 T_J T'_d \geq 0. \quad (8.22)$$

Es evidente que la condición (8.22) no puede cumplirse en dos casos:

- 1) cuando es negativo P_d ;
- 2) cuando la resistencia en el circuito del estator es notoria, lo cual, a fin de cuentas, es equivalente a que P_d sea negativo.

*) La autoexcitación puede suceder cuando se conecta un generador a una línea de transmisión en vacío (desconectada del sistema).

En el primer caso, considerando que $c_2 \geq c_1$, escribamos (8.22) en la forma

$$\Delta_{\text{Hur}} = c_2 \left(1 + \frac{P_d}{c_1 T_d'} \right) \left(1 + P_d \frac{T_d'}{T_J} \right) - c_1 = 0. \quad (8.23)$$

Obtenemos la condición de la pérdida de la estabilidad: $|-P_d| > c_2 T_d' / T_J$ y $|-P_d| > T_J / T_d'$.

En el segundo caso para obtener la mayor claridad en la física de los procesos tomemos $P_d = 0$, entonces (8.23) adquiere la forma $c_2 - c_1 = 0$, pero de acuerdo a (2.30) cuando $r_{\text{est}} = 0$, $c_2 - c_1 = \frac{x_d - x_d'}{x_{d\Sigma} - x_{d\Sigma}'} U^2 \sin^2 \delta$, o sea en cualquier régimen, excepto para $\delta = 0$, el de valor $c_2 - c_1 > 0$. La presencia de la resistencia

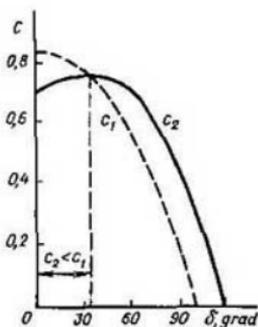


Fig. 8.16. Dependencias aproximadas $c_1 = f(\delta)$, $c_2 = \varphi(\delta)$ cuando se tiene en cuenta la resistencia del estator (véase fig. 8.4)

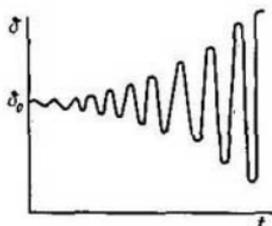


Fig. 8.17. Curva del proceso en la región $c_2 < c_1$ (fig. 8.16)

en el circuito del estator varía bruscamente la relación entre c_2 y c_1 . Las dependencias correspondientes en la fig. 8.16, trazadas a base de (2.28), muestran que en este caso en el intervalo desde 0 hasta 20–35° el valor de $c_2 < c_1$ y la condición (8.22) no se cumple, lo cual indica la posibilidad de autoimpulsión, proceso que teóricamente tiene la forma que se muestra en la fig. 8.17.

Interpretación simple de la autoimpulsión. Sin tener en cuenta los procesos transitorios electromagnéticos y las causas de aparición de un momento de amortiguamiento negativo, el cual, al cambiar de signo, se hace negativo y en forma suplementaria acelera el generador, escribamos la ecuación del proceso transitorio de la siguiente forma:

$$T_J p^2 \Delta \delta - P_d \text{ eqv} P \Delta \delta + c_1 \Delta \delta = 0.$$

En este caso las raíces de la ecuación característica correspondiente (fig. 8.18) son

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{-(c_1/T_J - \alpha^2)} + \alpha, \quad (8.24)$$

donde $\alpha = P_d \text{ eqv} / (2T_J)$ es el decremento de atenuación.

Cuando $c_1 > 0$ y $c_1/T_J > \alpha^2$, el ángulo va a crecer en forma oscilatoria (fig. 8.19, a) en la sección 1-2 de la dependencia $P = \varphi(\delta)$. Cuando $c_1/T_J < \alpha^2$ (el punto 2), las oscilaciones se transforman en un crecimiento aperiódico (fig. 8.19, b). Luego en la sección 3-4 para $c_1 < 0$ tiene lugar el aumento aperiódico

del ángulo (fig. 8.19, c). El proceso ocurre de la misma forma que en ausencia del amortiguamiento (véase fig. 8.5, c), sólo que el crecimiento del ángulo es más lento.

Física de la autoimpulsión. Los procesos físicos en caso de autoimpulsión fueron estudiados a base del método de las áreas. Recordemos que la autoimpulsión tiene lugar cuando en el sistema aparece un momento giratorio adicional que con el aumento de la velocidad acelera el rotor, esto es consecuencia de una u otra causa (una resistencia grande del circuito, elección incorrecta de los parámetros de los reguladores automáticos tanto de excitación como de velocidad, que directa

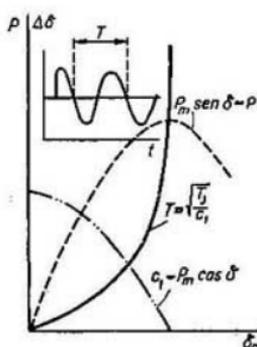


Fig. 8.18. Variación del período de oscilaciones en dependencia del régimen inicial del sistema (δ_0)

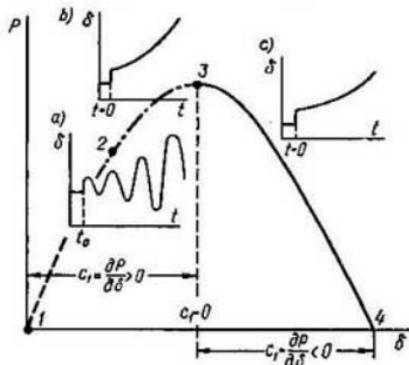


Fig. 8.19. Inestabilidad del sistema:

- a, proceso en la sección 1-2 cuando $c_1 > 0$, $c_1/T_1 > \alpha^2$; b, proceso en la sección 2-3 cuando $c_1 > 0$, $c_1/T_1 < \alpha^2$; c, proceso en la sección 3-4 cuando $c_1 < 0$, $c_1/T_1 \geq \alpha^2$

o indirectamente reaccionan al cambio de velocidad). Este momento puede estar condicionado por la energía adicional que se obtiene del motor primario. En una serie de casos este momento suplementario puede surgir a costa de cierto valor de la energía electromagnética acumulada que se libera durante el proceso electromagnético.

La redistribución de la energía electromagnética se refleja en el movimiento oscilatorio —balanceo— del rotor que es análogo a la autoimpulsión surgida por acción de los reguladores de velocidad o de excitación, los cuales varían el suministro de energía al sistema. La autoimpulsión en especial se manifiesta en caso de cargas pequeñas junto con una excitación grande de los generadores y cuando la resistencia en el circuito del estator es considerable, y será tanto mayor cuanto menor sea la potencia del generador.

Autoexcitación. Si $T'_d < 0$, entonces a_0 en (8.21) se hace negativo, lo que indica la pérdida de la estabilidad. Si $|-T'_d| > T_1/P_d$ y $|-T'_d| > P_d/c_2$, entonces a_1 y a_0 van a ser también negativos. Sin embargo, cuando $a_0 < 0$, esto no tiene importancia y, por consiguiente, la magnitud P_d puede despreciarse al estudiar el fenómeno de la autoexcitación en la primera aproximación.

El determinante de Hurwitz (8.21) no presenta nuevas proporciones, y cuando $P_d = 0$ la condición $c_2 - c_1 \geq 0$ siempre se cumple *). Por lo tanto, para que

*) Se refiere al caso cuando la resistencia del estator es pequeña.

la pérdida de la estabilidad estática tenga la forma de autoexcitación es necesario y suficiente que se cumpla la condición

$$T'_d < 0.$$

Como es sabido [4] el valor de T'_d en caso general se determina por la fórmula

$$T'_d = \frac{(x'_d - x_c)(x_q - x_c) + r^2}{(x_d - x_c)(x_q - x_c) + r^2} T_{d0}. \quad (8.25)$$

Aquí todas las reactancias y resistencias son sumatorias de todo el circuito. El valor de T'_d será negativo si es negativo el numerador o denominador (no al mismo tiempo) del quebrado —factor de [... T_{d0} en (8.25)].

Escribamos las condiciones límites para numerador y denominador, respectivamente, de la aparición de valores negativos

$$(x'_d - x_c)(x_q - x_c) + r^2 = \left(x_c - \frac{x_q + x'_d}{2}\right)^2 + r^2 - \left(\frac{x_q - x'_d}{2}\right)^2 = 0; \quad (8.26)$$

$$\left(x_c - \frac{x_d + x_q}{2}\right)^2 + r^2 - \left(\frac{x_d - x_q}{2}\right)^2 = 0. \quad (8.27)$$

La ecuación de la circunferencia la representemos de la forma

$$(\xi - \xi_0)^2 + \eta^2 = \rho^2,$$

de donde se ve que la ecuación (8.26) se representa en los ejes de coordenadas x_c (análogo a ξ) y r (análogo a η) como una semicircunferencia con radio $\rho_{11} = (x_q - x'_d)/2$, y la igualdad (8.27), con un radio $\rho_2 = (x_d - x_q)/2$.

En la fig. 8.20, *a* se muestran los valores límites y las zonas I, II de variación de los parámetros que pueden hacer negativo el valor de T'_d y, por consiguiente, hacer posible la autoexcitación. La física del proceso de autoexcitación se explica en lo fundamental por el hecho de que una corriente inductiva magnetiza el circuito de excitación del generador, lo cual provoca a su vez el aumento sucesivo de la corriente del estator, etc.

La autoexcitación puede aparecer cuando la velocidad del rotor es sincrónica y no hay variación del ángulo, o sea cuando $\Delta\delta = 0$. Si realmente se supone que en la ecuación (8.1) la magnitud $\gamma(p) = 0$ y $\Delta\delta = 0$, vamos a tener para el análisis, en vez de (8.1), (8.3a), (8.4a) y (8.5a), una sola ecuación

$$\Delta E_q + T_{d0} p \Delta E'_q = 0,$$

pero en este caso a raíz de que x_c es negativo

$$x_{d\Sigma} = x_d - x_c; \quad x'_{d\Sigma} = x'_d - x_c,$$

y, por consiguiente,

$$\Delta E'_q = \frac{x'_d - x_c}{x_d - x_c} \Delta E_q, \quad T_{d0} \frac{x'_d - x_c}{x_d - x_c} = T'_d$$

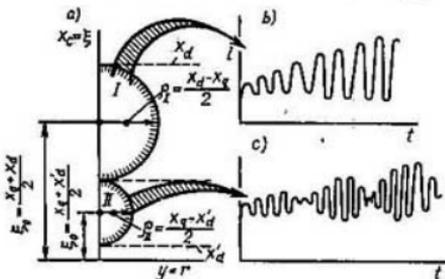


Fig. 8.20. Curvas de la autoexcitación en los ejes x_c, r :

a, zonas de autoexcitación: I, zona de autoexcitación sincrónica; II, zona de autoexcitación asincrónica; *b*, autoexcitación en la zona I (sincrónica); *c*, autoexcitación en la zona II (asincrónica)

y la ecuación inicial va a tener la forma

$$\Delta E_q + T_d' p \Delta E_q = 0.$$

La solución de esta ecuación es conocida:

$$\Delta E_q = \Delta E_{q0} e^{-t/T_d'}.$$

Si la constante de tiempo T_d' es negativa, entonces

$$\Delta E_q = \Delta E_{q0} e^{t/|T_d'|}$$

y, es evidente, que la corriente debe aumentar en forma exponencial:

$$\Delta I_d = \Delta I_{d0} e^{t/|T_d'|}.$$

En la realidad el aumento de la corriente está limitado por la saturación de los circuitos magnéticos de los generadores y transformadores. Además, en el análisis de la naturaleza de la autoexcitación habría que tener en cuenta las particularidades del proceso transitorio electromagnético que tiene lugar cuando hay diferentes correlaciones entre x_d , x_q , x_d' . Estas particularidades conllevan, en particular, a que en la zona I la corriente va a crecer en forma monótona (autoexcitación sincrónica), y en la zona II este crecimiento va a acompañarse de pulsaciones (autoexcitación asincrónica). En la fig. 8.20, *b*, *c* se muestra el carácter aproximado del proceso en las zonas I y II (véase detalladamente [17]).

8.5. Correlaciones simplificadas para determinar la estabilidad estática que se desprenden del método de las oscilaciones pequeñas

El método analizado de las oscilaciones pequeñas es universal para el estudio de la estabilidad estática. Puede utilizarse para los sistemas sencillos lo mismo que para los complejos y permite tener en cuenta todos los procesos transitorios y la influencia de cualquier dispositivo de regulación automática.

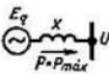
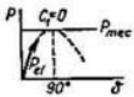
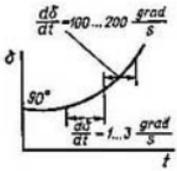
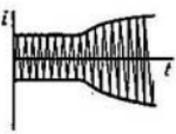
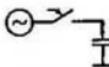
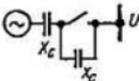
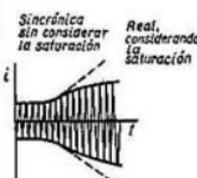
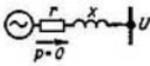
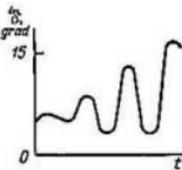
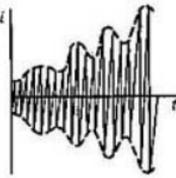
Las desventajas del método de las oscilaciones pequeñas están en que los cálculos son difíciles y requieren bastante trabajo. Esta última desventaja en gran medida se puede eliminar si se utilizan computadoras de acción continua (analógicas) o ordenadores de cálculo discreto. Sin embargo, el problema de simplificaciones razonables en los cálculos prácticos y valoración de la estabilidad de funcionamiento sigue siendo esencial.

Resulta oportuno buscar circuitos equivalentes sencillos que permitan representar de manera similar un generador regulado (para los cálculos de los procesos transitorios) y no regulado (x_d , x_q , x_d'). Esto resulta ser posible, si se considera que el ajuste del sistema de excitación del generador es ideal en el sentido de que la autoimpulsión está completamente eliminada y la pérdida de la estabilidad puede ser sólo en forma aperiódica. Cualquier sistema eléctrico de potencia va a tener las condiciones más favorables de estabilidad (con el mantenimiento de una tensión dada) cuando la autoimpulsión es completamente eliminada de uno u otro modo y el límite de potencia coincide con el límite de estabilidad. La pérdida de la estabilidad en este caso va a tener un carácter aperiódico y en dependencia del grado con el cual se mantiene la tensión se determina por una de las condiciones: $c_1 = 0$; $c_2 = 0$; $c_3 = 0$ (tabla 8.3).

En realidad, la ecuación característica (8.10) de un sistema eléctrico de potencia más simple regulado (cuando $T_e = 0$) tiene la forma

$$T_J T_d' p^3 + (T_J + T_J K_{0V} b_1 / b_3) p^2 + c_2 T_d' p + c_1 + c_3 K_{0V} b_1 / b_3 = 0.$$

Tabla 8.3

Nombre	Esquema típico	Régimen inicial peligroso	Carácter del proceso	
			variación del ángulo δ	variación de la corriente del estator
Desplazamiento del régimen, o desprendimiento (pérdida de la estabilidad estática en forma aperiódica)		Una carga grande del generador y acercamiento a los valores límites de la potencia y el ángulo 		
Autoexcitación	a) Conexión de la línea  b) Aumento de la compensación 	Valor grande de la compensación capacitiva en serie de la reactancia del circuito del estator (para cualquier carga) o conexión a la línea de generadores sin carga (régimen de marcha al vacío). En los casos a y b cuando $x_q < x_c < x_d$ la autoexcitación es sincrónica, cuando $x_d' < x_c < x_q$, asincrónica	No típico (régimen de una máquina aislada (a) y variación de la carga reactiva con oscilaciones del ángulo debidas a las pérdidas)	 
Autoimpulsión		Marcha al vacío (cargas mínimas) a una red con una resistencia grande. La autoimpulsión comúnmente es más intensa en las máquinas de polos salientes al haber excitación grande		

Supongamos que el coeficiente de amplificación K_{0U} es bastante grande ($K_{0U} \rightarrow \infty$), y, por consiguiente, $U_G = \text{const}$, lo que es posible si se elimina la autoimpulsión. Entonces la ecuación del sistema después de haber dividido todos sus términos por el valor de K_{0U} (el cual tiende al infinito) se escribe como sigue

$$p^2 T_J + c_3 = 0.$$

Las raíces de esta ecuación son

$$p_{1,2} = \sqrt{-c_3/T_J}.$$

La condición de estabilidad va a ser

$$c_3 > 0 \text{ o bien } \partial P_{U_G} / \partial \delta > 0.$$

Si la constante de tiempo T'_d es muy grande ($T'_d \rightarrow \infty$) y a raíz de esto la f.e.m. $E'_q = \text{const}$, entonces la ecuación del sistema adquiere la forma

$$p(T_J p^2 + c_2) = 0, \text{ donde } p_{1,2} = \sqrt{-c_2/T_J}.$$

La condición de estabilidad va a ser

$$c_2 > 0 \text{ o bien } \partial P_{E'_q} / \partial \delta > 0.$$

Si la excitación no se regula ($K_{0U} = 0$) y se suministra de una fuente tan potente que la corriente de excitación siempre es constante y si en los devanados del generador no pueden tener lugar procesos transitorios estimuladores del cambio de la corriente de excitación, entonces (tomando $E_q = \text{const}$) se debe suponer $T_{do} = 0$ y $T'_d = 0$. En este caso la ecuación del sistema la representemos en la forma

$$T_J p^2 + c_1 = 0, \quad p_{1,2} = \sqrt{-c_1/T_J}.$$

La condición de estabilidad aquí será

$$c_1 > 0 \text{ o bien } \partial P_{E_q} / \partial \delta > 0.$$

Del análisis expuesto se desprende que *eliminando de cualquier forma el peligro de la autoimpulsión, se puede obtener un enfoque metódicamente único para determinar la potencia para la cual sucede la pérdida de la estabilidad. Esta pérdida será siempre aperiódica, y la potencia será tanto mayor cuanto mejor se mantenga la tensión. Aquí no se tiene en cuenta el hecho de que en la realidad la tendencia a garantizar la tensión constante por medio del aumento del coeficiente de amplificación (disminución del estatismo) conlleva a que sea posible la autoimpulsión, la cual, si no se toman medidas especiales, aparece antes de que se alcance el límite según la estabilidad aperiódica.*

Si se toma que la pérdida de la estabilidad como consecuencia de la autoimpulsión está eliminada, entonces en ese caso para cualquier sistema (regulado y no regulado) se puede asumir que una f.e.m. E_x aplicada detrás de una reactancia $\Delta x = K_1 K_2 x_d$ es constante, y a base de este supuesto llevar a cabo los cálculos para determinar los límites de potencia y estabilidad. Para un sistema no regulado el coeficiente K_1 que refleja el método de regulación es igual a la unidad, cuando hay RAE a.p el coeficiente $K_1 = (x'_d/x_d) K_3$, donde $K_3 = 0,8 \dots 0,95$ si hay líneas largas y $K_3 = 1,05 \dots 1,2$ en caso de las líneas cortas. Cuando hay regulación reforzada $K_1 \approx 0$, o sea se puede partir de que la tensión es constante en los bornes del generador o al comienzo de la línea. En el caso de regulación con zona de insensibilidad, para un coeficiente grande de amplificación, el límite se va a

determinar por la magnitud de $U_G = \text{const}$, pero a condición de que $c_1 = 0$. El coeficiente K_2 que refleja la influencia de los polos salientes y la saturación se puede tomar igual a 0,85—0,95 en dependencia del tipo de máquina y el régimen en el cual ella funciona.

De esta manera, basándose en los supuestos hechos sobre la ausencia de la autoimpulsión (suposiciones bastante inexactas), se puede afirmar que en cualquier sistema eléctrico de potencia, que incluye máquinas con cualquier regulación de excitación, el análisis de los procesos transitorios se puede llevar a cabo de igual manera que para un sistema no regulado. Los generadores se introducen en el circuito equivalente en forma de reactancias ficticias (por lo general disminuidas) con sus correspondientes f.e.m. aplicadas detrás de ellas. Este método se utiliza en adelante al calcular la estabilidad de los sistemas complejos, suponiendo que todos los generadores pueden representarse por reactancias constantes y f.e.m. aplicadas detrás de las mismas.

8.6. Fundamentos de la estabilidad de los sistemas complejos.

Criterios del método de las oscilaciones pequeñas y criterios prácticos

Condiciones de estabilidad del sistema «dos centrales—carga común». Con este esquema comencemos el estudio de los sistemas complejos los cuales no contienen barras de potencia infinita (BPI) y, por consiguiente, una frecuencia fija. En el diagrama (fig. 8.21) se muestran las f.e.m. E de cada una de las centrales y el movimiento con relación al vector que gira a una velocidad constante ω_0 . Las ecuaciones de movimiento, siendo pequeñas las desviaciones con relación a la velocidad de sincronismo, se escriben de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} p(\delta_1 - \delta_2) &= p\delta_{12} \quad \text{ó} \quad p\Delta\delta_{12} - \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2 = 0; \\ p\omega_1 &= -\frac{\Delta M_1}{T_{J1}} \approx -\frac{\Delta P_1}{T_{J1}} \quad \text{ó} \quad T_{J1}p\Delta\omega_1 = -\Delta M_1; \\ p\omega_2 &= -\frac{\Delta M_2}{T_{J2}} \approx -\frac{\Delta P_2}{T_{J2}} \quad \text{ó} \quad T_{J2}p\Delta\omega_2 = -\Delta M_2. \end{aligned} \right\} \quad (8.28)$$

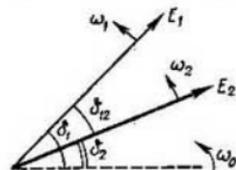


Fig. 8.21. Diagrama vectorial de las f.e.m. de dos centrales de potencia finita

En las ecuaciones (8.28) en principio es más correcto expresar la aceleración a través de ΔM . Sin embargo, en la práctica, debido a la pequeñez de los cambios de las velocidades el reemplazo de ΔM por ΔP no conlleva a un error significativo *).

Tomemos el momento de cada una de las centrales $M = \varphi(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2)$, entonces no es necesario escribir en forma separada la ecuación de desviación del régimen de la carga y es suficiente introducir en (8.28) los valores

$$\Delta M_1 = \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 = c_1' \Delta \delta_{12} + d_{11} \Delta \omega_1 + d_{12} \Delta \omega_2; \quad (8.29)$$

$$\Delta M_2 = \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 = c_2' \Delta \delta_{12} + d_{21} \Delta \omega_1 + d_{22} \Delta \omega_2. \quad (8.30)$$

* Se debe tener en cuenta que, al cambiar la velocidad angular del generador, varían los valores de la f.e.m. (su frecuencia y la corriente que es condicionada por ella), los momentos giratorios y las potencias de las turbinas de las máquinas sincrónicas. Al cambiar la frecuencia, varían todas las reactancias del sistema, incluso las reactancias de las cargas. Estas, por consiguiente, varían su potencia y el régimen de los motores asincrónicos (aunque con relación a éstos se supone comúnmente que la velocidad angular de todos los motores se sujeta a los cambios de velocidad de los generadores, debido a que el valor de las constantes de inercia es pequeña).

De esta manera, cuando se considera la variación de velocidad de los generadores sería necesario tener en cuenta una gran cantidad de procesos relacionados entre sí. Sin embargo, en la mayoría de los casos se limitan a considerar sólo aquellos procesos que en las condiciones dadas desde el punto de vista práctico son los más esenciales.

Cualquier cambio pequeño de un parámetro del régimen se halla de (8.28), (8.29), (8.30) por la fórmula

$$\Delta\delta_{12} = 0/D(p); \quad \Delta\omega_1 = 0/D(p); \quad \Delta\omega_2 = 0/D(p),$$

donde

$$D(p) = \begin{vmatrix} p & -1 & 1 \\ c'_1 T_{J_1} p + d_{11} & d_{12} & \\ c'_1 & d_{21} & T_{J_2} p + d_{22} \end{vmatrix}. \quad (8.31)$$

Desarrollando el determinante $D(p)$ y haciéndolo igual a cero, obtenemos la ecuación característica

$$p^3 + a_1 p^2 + (\alpha_{12} + a'_2) p + a_3 = 0. \quad (8.32)$$

Aquí

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \frac{1}{T_{J_1}} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \frac{1}{T_{J_2}}; \quad \alpha_{12} = \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \frac{1}{T_{J_1}} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \frac{1}{T_{J_2}}; \\ a'_2 &= \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} - \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} \right) \frac{1}{T_{J_1} T_{J_2}}; \\ a_3 &= \left[\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} \right) \right] \frac{1}{T_{J_1} T_{J_2}}. \end{aligned}$$

La ecuación característica (8.32) da la posibilidad de establecer las condiciones de estabilidad utilizando el método de Hurwitz. Sin embargo, debido a la estructura compleja de los coeficientes, es mejor hacerlo para casos particulares cuando se emplean valores numéricos concretos.

Observemos que el paso por cero del término independiente a_3 el cual es función de la frecuencia de cada una de las centrales, no está en dependencia de su inercia (las constantes T_j se excluyen cuando $a_3 = 0$).

Criterios prácticos. El estudio del determinante (8.31) permite sacar conclusiones importantes. Si en vez de establecer la estabilidad de los movimientos lentos, siendo pequeñas las oscilaciones (véase cap. 4), se establece la estabilidad del régimen permanente, entonces haciendo $p = 0$ en (8.31), para el régimen permanente obtenemos

$$\begin{aligned} D_{r.p.} &= \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ c'_1 & d_{11} & d_{12} \\ c'_1 & d_{21} & d_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} & \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_2}{\partial \omega_2} \right) - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial M_1}{\partial \omega_2} \right). \quad (8.33) \end{aligned}$$

La última expresión determina las mismas condiciones que fueron obtenidas en el cap. 4 [véase (4.8a), (4.8b)] cuando se halla la estabilidad del régimen normal* (su inestabilidad o desprendimiento); estas condiciones se denominaron *criterios prácticos*, además, la ecuación (8.33) es el término independiente a_3 de la ecuación característica de oscilaciones pequeñas (8.32). Esto significa que el término independiente a_3 y cualquier criterio práctico pasarán por el cero al mismo tiempo debido a que el criterio práctico se obtuvo basándose en la igualdad $D_{r.p.} = a_3$; por consiguiente,

*) Para el caso se puede tomar que $P = M$ en virtud de la pequeñez de las desviaciones de ω .

[cuando todos los criterios prácticos se hacen iguales a cero, caracterizan sólo el límite de la estabilidad aperiódica y en este sentido cualquiera de ellos equivale a la condición $a_n = 0$ *).

Influencia de la variación de la velocidad. La ecuación (8.32), que es de tercer orden, tiene en cuenta la variación de la velocidad de cada uno de los generadores equivalentes. Esta ecuación tiene tres raíces, una de las cuales (p_3) caracteriza el movimiento aperiódico general del sistema, las otras dos suelen ser complejas e indican la presencia de componentes oscilatorias crecientes ($+\alpha \pm j\gamma$) o decrecientes ($-\alpha \pm j\gamma$). El carácter del proceso se muestra en la fig. 8.22, a. Si se determina sólo la estabilidad de las centrales 1, 2, y no la estabilidad absoluta de cada una de las centrales, entonces su movimiento común (raíz p_3) se puede despreciar y estudiar sólo el movimiento de una central con relación a la otra (fig. 8.22, b). Se puede simplificar el problema, operando en forma aproximada sólo con la velocidad relativa $p \Delta\delta_{12} = \Delta\omega$. Entonces la ecuación de tercer orden pasa a ser cuadrática, ya que $\Delta\omega = d\delta/dt = \partial\omega_1 = \partial\omega_2$. Teniendo esto en cuenta en (8.32)

$$a_3 = \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} dt - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} dt \right) - \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} dt - \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} dt \right) = 0;$$

$$a'_2 = 0; \quad a_2 = \alpha_{12}.$$

La ecuación (8.32) para el caso toma la forma $p^3 + a_1 p^2 + \alpha_{12} p = 0$. Simplificando más adelante p , lo cual significa la pérdida de la raíz que corresponde al movimiento común, obtenemos la ecuación característica sólo para el movimiento relativo del sistema:

$$p^2 + p a_1 + \alpha_{12} = 0,$$

donde

$$\alpha_{12} = \frac{\partial M_1}{\partial \delta_{12}} \frac{1}{T_{J1}} - \frac{\partial M_2}{\partial \delta_{12}} \frac{1}{T_{J2}}.$$

El paso por cero de α_{12} significa la pérdida de la estabilidad aperiódica. Además, es necesario hacer énfasis en que el límite de estabilidad resultó ser dependiente de las constantes de inercia, lo cual está condicionado por el estudio del movimiento relativo en vez del absoluto (véase parágrafo 8.7).

8.7. Estabilidad de un sistema posicional cuando las cargas se representan por impedancias constantes

El problema acerca de la estabilidad del sistema «dos centrales—carga» se resolvió anteriormente teniendo en cuenta la variación de la frecuencia en cada generador. Además, el efecto de amortiguamiento se tuvo en cuenta de una forma

* En la deducción de esta condición se utilizó el sistema simplificado de ecuaciones (8.28), que corresponde a las ecuaciones (4.7). El mismo resultado pudo haber sido obtenido a base de las ecuaciones (4.1), pero sólo después de haber hecho transformaciones más voluminosas.

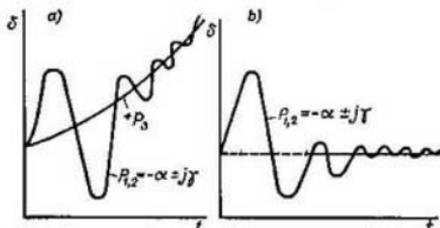


Fig. 8.22. Solución de la ecuación característica (8.32):

a, tomando en cuenta tres raíces; cuando se refleja la variación de la frecuencia del sistema ($+p_3$); b, cuando se tienen en cuenta sólo las raíces complejas, despreciando la variación de la frecuencia

indirecta. Estudiemos ahora un sistema puramente posicional, todos los regímenes del cual dependen sólo de la ubicación (posición) de sus elementos. Consideremos el problema aplicado al sistema de la fig. 8.23. En el sistema dado de la central

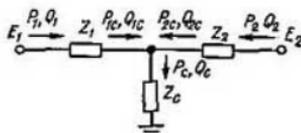


Fig. 8.23. Circuito del sistema

1 se transmite potencia al sistema receptor. Supongamos que al aumentar la potencia de la central 1, la de la central 2 disminuye. Escribamos las relaciones de potencias en forma analítica:

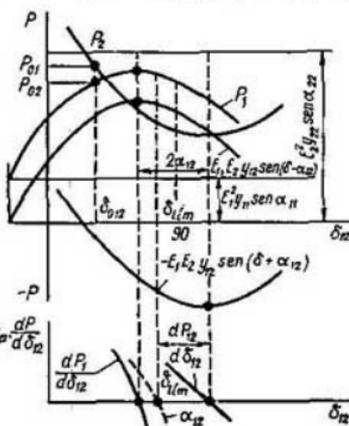


Fig. 8.24. Curvas de la potencia $P = \varphi(\delta_{12})$, de la aceleración relativa $\alpha_{12} = f(\delta_{12})$ y las potencias sincronizantes $\partial P / \partial \delta_{12} = j(\delta_{12})$

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}); \quad (8.34)$$

$$P_2 = E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}); \quad (8.35)$$

y las representamos gráficamente (fig. 8.24).

En los sistemas análogos al representado en la fig. 8.23, el ángulo complementario de la resistencia mutua α_{12} comúnmente es negativo. En la ecuación (8.34) el valor de α_{12} es negativo y, por consiguiente, el máximo de la curva P_1 va a corresponder al ángulo $(90^\circ - |\alpha_{12}|)$, el mínimo de la curva P_2 , al ángulo $(90^\circ + |\alpha_{12}|)$. De esta manera, la divergencia entre los valores extremos de las curvas será la magnitud $2\alpha_{12}$. En esta misma magnitud divergen los valores de los ángulos para los cuales las potencias sincronizantes $\partial P_1 / \partial \delta_{12}$ y $\partial P_2 / \partial \delta_{12}$ son iguales a cero.

Utilizando las ecuaciones simplificadas y suponiendo que los momentos son numéricamente iguales a las potencias, para desviaciones pequeñas se puede escribir

$$T_{J1} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} + \frac{dP_1}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12} = 0; \quad T_{J2} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} + \frac{dP_2}{d\delta_{12}} \Delta \delta_{12} = 0. \quad (8.36)$$

Sustrayendo en (8.36) la segunda ecuación de la primera, obtenemos

$$d^2 \Delta \delta_{12} / dt^2 + \alpha_{12} \Delta \delta_{12} = 0.$$

Aquí

$$\Delta \delta_{12} = \delta_1 - \delta_2; \quad \alpha_{12} = \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta_{12}}.$$

La ecuación característica tiene la forma

$$p^2 + \alpha_{12} = 0.$$

De la fig. 8.24 se deduce que la curva de la aceleración relativa $\alpha_{12} = f(\delta_{12})$ está entre las curvas de las potencias sincronizantes. Cuando $|\alpha_{12}| < 0$ el punto en el eje δ_{12} en que la aceleración relativa pasa por cero está desplazado con relación al máximo de la curva $P_1 = f\delta_{12}$, hacia los ángulos mayores.

El valor del ángulo límite se halla basándose en la condición

$$\delta_{12 \text{ lim}} = \arctg \left(-\frac{\cos \alpha_{12}}{\sin \alpha_{12}} \frac{1+m}{1-m} \right), \quad (8.37)$$

donde $m = T_{J1}/T_{J2}$.

De esta manera, en caso de una idealización posicional el régimen límite depende de la relación $r/x = \sin \alpha_{12} / \cos \alpha_{12} = \operatorname{tg} \alpha_{12}$ y de la relación de las constantes de inercia m .

En la fig. 8.25 se muestra la variación del límite de estabilidad estática $\delta_{12} = f(m, r/x)$.

Por lo tanto, el límite de estabilidad de un sistema que se compone de dos centrales corresponde a los ángulos mayores que el límite de potencia de una

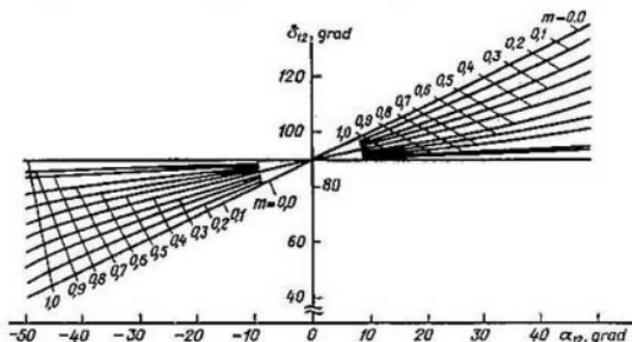


Fig. 8.25. Ángulo límite δ_{12} de los regímenes periódicamente estables de un sistema posicional en dependencia del ángulo α_{12}

central que funciona a unas barras de potencia infinita. El hecho puesto en evidencia podría tener un valor práctico, indicando que un sistema compuesto de dos centrales puede funcionar cerca del límite de potencia sin perder la estabilidad en caso de impulsos pequeños. Pero comúnmente los ángulos α_{12} no son grandes *) y la divergencia de los ángulos que corresponden a los límites de potencia y de estabilidad rara vez es mayor de 5—15°, además la existencia de una serie de factores importantes que no se consideran en el análisis obligan a que se tomen con cuidado las conclusiones que tienen que ver con la posibilidad de operar cerca del límite de potencia.

Notemos que cuando se estudia el movimiento relativo de las centrales, las oscilaciones que aparecen no van a ser decrecientes a no ser que se tenga en cuenta el hecho de que $z_C = \sqrt{R_C^2 + (\omega z_C)^2}$ va a depender del cambio de $\omega = \omega_0 + d\delta/dt$.

*) Se refiere a las líneas de transmisión principales. En las transmisiones con tomas intermedias de potencia y en los enlaces débiles los ángulos α_{12} son mucho mayores y, por consiguiente, es más notorio el efecto descrito.

Cálculo de un sistema posicional complejo por el método de las desviaciones (oscilaciones) pequeñas. El análisis del sistema como conservador y posicional presentado en el párrafo 8.5 es una idealización, en ella las perturbaciones del régimen conllevan a oscilaciones que no tienen atenuación. En estos sistemas la regulación automática se considera de forma idealizada: el generador se reemplaza por una f.e.m. E_x constante aplicada detrás de una reactancia Δx menor que x_d o x_q . La regulación de velocidad de los motores primarios se refleja en el hecho de que los momentos de rotación (potencias) y la frecuencia en el régimen permanente se consideran invariables independientemente de si hay o no barras de potencia infinita.

El análisis de la estabilidad estática, a diferencia de la dinámica y la resultante *) presupone determinar las condiciones de aparición del movimiento relativo entre los rotores de los generadores del sistema y establecer su carácter sólo en la etapa inicial del movimiento de las máquinas (posibilidad de que aparezca la salida de sincronismo en forma monótona u oscilatoria). Un análisis minucioso de cómo se desarrolla más adelante el proceso no se realiza, aunque basándose en los métodos de análisis de la estabilidad estática en algunos casos sería posible establecer el transcurso del proceso en el tiempo.

Para dichos supuestos comúnmente se establece el carácter de variación del régimen eléctrico: posibilidad de que aparezca una baja continua y monótona de la tensión (denominada alud de tensión, véase cap. 11), una autoexcitación que se desarrolle en forma monótona u oscilatoria o bien una autoimpulsión oscilatoria que a veces se convierte en autooscilaciones estables.

8.8. Estabilidad estática de un sistema con regulador automático de excitación de acción reforzada

Una de las tareas más importantes del análisis es la elección de los parámetros de estabilización del RAE a.r que asegure la estabilidad estática del sistema eléctrico de potencia cuando se prefijan las siguientes magnitudes: a) parámetros del sistema; b) sus regímenes y diapasones de sus variaciones; c) exactitud de mantenimiento de la tensión (lo cual se garantiza con una elección preliminar de los coeficientes de amplificación según las desviaciones de los parámetros del régimen). Este problema se puede resolver por el método empleado en el párrafo 8.2, o mediante el método de D -división entre dos parámetros, o sea la elaboración de una serie de regiones de estabilidad estática en las coordenadas de los coeficientes de amplificación según dos derivadas. En el primer caso el sistema de ecuaciones linealizadas de un sistema sencillo (fig. 8.26), cuando en los generadores de la central se instalan RAE a.r, se escribe de la siguiente manera. En vez de (8.1), conforme al esquema estructural (fig. 8.27), obtenemos

$$\Delta E_q = \Delta E_{qe} + \Delta E_{q11b} = \left[\frac{1}{1+pT_e} \sum_j \frac{1}{1+pT_{RNj}} (K_{0\Pi j} + K_{1\Pi j}p + K_{2\Pi j}p^2) \Delta \Pi_j \right] + (-T_{d0}p \Delta E'_q), \quad (8.38)$$

*) Se podrían proponer métodos de análisis iguales para los tres tipos de estabilidad, por ejemplo, en cualquier caso fijar la perturbación y mediante la integración numérica hallar la variación de todos los parámetros del régimen en el tiempo. Se podría también emplear métodos que en cualquier caso establezcan el carácter del movimiento sin realizar la integración numérica, por ejemplo, el método directo de Liapunov. No obstante, en la división asumida hay ciertas comodidades prácticas, y los métodos que eliminan dicha división hasta el momento no han sido lo suficientemente desarrollados.

donde Π , es el parámetro del régimen, elegido para la regulación, $K_{\Pi j}$ y $T_{R\Pi j}$ son los coeficientes de amplificación y las constantes de tiempo de los canales de regulación, respectivamente (fig. 8.27).

Las demás ecuaciones van a ser como en (8.1). Los parámetros del régimen Π , están relacionados con los valores de los coeficientes de la ecuación característica y precisamente esta relación es la que refleja la influencia de los reguladores en la estabilidad.

La elección de los parámetros del régimen Π , con frecuencia está condicionada por la comodidad de medirlos y la comodidad de la explotación (confiabilidad, sencillez

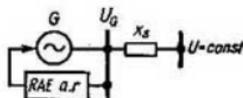


Fig. 8.26. Esquema simplificado de un sistema cuando se analizan RAE a.r

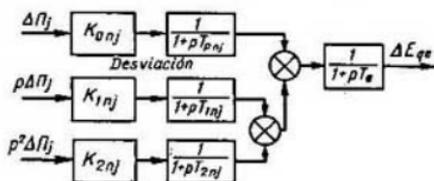


Fig. 8.27. Esquema estructural general de un RAE a.r cuando en el regulador se introducen j desviaciones de los parámetros (coeficiente de amplificación $K_{0\Pi j}$, constante de tiempo de los canales de amplificación $T_{R\Pi j}$) y las primeras y segundas derivadas según cualquier parámetro con coeficientes de amplificación $K_{1\Pi j}$ para la primera derivada, $K_{2\Pi j}$ para la segunda derivada, con las constantes de tiempo de los canales de amplificación $T_{1\Pi j}$ y $T_{2\Pi j}$, respectivamente

de cambio de esquema de conmutaciones, etc.). La suma respecto de j se incluye en aquellos casos cuando el RAE reacciona al mismo tiempo a unos cuantos parámetros del régimen, lo cual se realiza con frecuencia en los RAE a.r. modernos

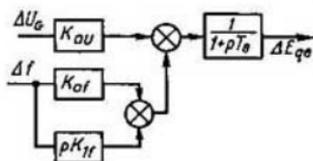


Fig. 8.28. Estructura simplificada del circuito equivalente del RAE a.r. tomada para el análisis

(por ejemplo, se emplean la tensión y la corriente, tensión y frecuencia, tensión y ángulo, etc.).

Supongamos que la regulación se realiza respecto a la desviación de la tensión del generador ΔU_G y la primera y segunda derivadas del ángulo δ ($\rho\delta = \Delta f$; $\rho^2\delta = \rho \Delta f$), entonces el valor de ΔE_{qe} en (8.38) para $T_{R\Pi j} = 0$ tiene la forma

$$\Delta E_{qe} = \frac{1}{1 + \rho T_e} [K_{0U} \Delta U_G + (K_{0f} + \rho K_{1f}) \Delta f]. \quad (8.39)$$

Respectivamente, se simplifica el esquema estructural (fig. 8.27). Realizando exactamente las mismas transformaciones que en el párrafo 8.1, pero considerando en (8.38) el valor de E_{qe} , conforme a (8.39), obtenemos la ecuación caracte-

ristica del sistema que tiene un regulador de acción reforzada con el esquema estructural presentado en la fig. 8.28. Dicha ecuación tiene la forma

$$D(p) = a_0 p^4 + a_1 p^3 + (a_2 + \Delta a_2) p^2 + (a_3 + \Delta a_3) p + (a_4 + \Delta a_4) = 0, \quad (8.40)$$

donde $\Delta a_2 = K_{0U} T_J b_1 / b_3 + K_{1f} b_1$; $\Delta a_3 = K_{0f} b_1$; $\Delta a_4 = K_{0U} c_3 b_1 / b_3$;

$$a_0 = T_J T_e T'_d; \quad a_1 = T_J (T_e + T'_d); \quad a_2 = T_J + T'_d T_e c_2; \quad a_3 = T_e c_1 + T'_d c_2; \quad a_4 = c_1;$$

$$c_1 = \frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos \delta; \quad c_2 = \frac{\partial P E'_q}{\partial \delta} = \frac{E'_q U}{x'_{d\Sigma}} \cos \delta - \frac{U^2 (x_d - x'_d)}{x_{d\Sigma} x'_{d\Sigma}} \cos 2\delta;$$

$$c_3 = c_1 + U^2 \frac{x_d}{x_{d\Sigma} x_s} (\sin \delta - \operatorname{tg} \delta_G \cos \delta) \sin \delta,$$

$$b_1 = \frac{\partial P E_q}{\partial E_q} = \frac{U}{x_{d\Sigma}} \sin \delta; \quad b_3 = \frac{\partial P U_G}{\partial U_G} = \frac{U}{x_s} \sin \delta \frac{1}{\cos \delta_G}.$$

Cuando $T'_d > 0$ todos los coeficientes de la ecuación característica son positivos. La inestabilidad puede aparecer sólo a raíz del paso por el cero del determinante de Hurwitz, que para el sistema dado tiene la forma

$$\Delta_{\text{Hur}} = (a_3 + \Delta a_3) [a_1 (a_2 + \Delta a_2) - a_0 (a_3 + \Delta a_3)] - a_1^2 (a_4 + \Delta a_4) \geq 0,$$

o después de incluir los valores concretos de los parámetros es

$$(T_e c_1 + T'_d c_2 + K_{0f} b_1) [T_J (T_e + T'_d) (T_J + T'_d T_e c_2 + K_{0U} T_J b_1 / b_3 + K_{1f} b_1) - T_J T_e T'_d (T_e c_1 + T'_d c_2 + K_{0f} b_1)] - [T_J (T_e + T'_d)]^2 (c_1 + K_{0U} c_3 b_1 / b_3) \geq 0. \quad (8.41)$$

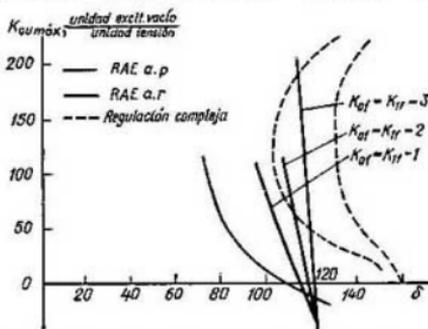


Fig. 8.29. Coeficiente de amplificación máximo en el caso de diferentes métodos de regulación de la excitación en el sistema de la fig. 8.26

Después de transformaciones sencillas pero engorrosas, de (8.41) se halla el coeficiente de amplificación para la tensión, en cuya fórmula se resaltan en grueso los coeficientes que condicionan el efecto de la regulación reforzada:

$$K_{0U \text{ máx}} = \frac{b_3 (T_e c_1 + T'_d c_2 + K_{0f} b_1) \left[T_J + T'_d T_e c_2 + K_{1f} b_1 - T_J b_1 [T_e (c_3 - c_1) + T'_d (c_3 - c_2) - K_{0f} b_1] \right]}{\frac{T_e T'_d}{(T_e + T'_d)} (T_e c_1 + T'_d c_2 + K_{0f} b_1) - b_3 (T_e + T'_d) c_1 T_J} \quad (8.42)$$

Cabe notar que cuando $K_{0j} = K_{1j} = 0$, la fórmula (8.42) adquiere la forma de la ecuación (8.12), obtenida para una RAE a.p. El coeficiente máximo de amplificación, hallado según (8.42), para un RAE a.r resulta mucho mayor que el determinado según (8.12) y permite mantener bien la tensión (véase fig. 8.13).

La dependencia de $K_{0U \max} = f(\delta)$ para un RAE a.r trazada según (8.42) se muestra en la fig. 8.29, donde para comparar se presenta la dependencia de $K_{0U \max}$ para el RAE a.p.

El cálculo se realizó para el esquema que tiene los siguientes parámetros:

generador: $x_d = 2,5$; $x'_d = 0,36$; $T_{d0} = 5$ s; $T_J = 5$ s; $T_e = 5$ s;

sistema: $x_\sigma = 1,0$; $T'_{d\Sigma} = 1,94$ s;

régimen inicial: $U_G = 1,0$; $U = 1,0$; $P = \text{var.}$

Método de D-división. Compliquemos un tanto el problema analizado suponiendo que en (8.39) ΔE_{qe} es una función de las desviaciones de la tensión ΔU_G de la corriente ΔI_G del generador, y también es función de la primera y segunda derivadas de un parámetro Π , que por ahora no va a ser elegido.

Además, supongamos que $T_{RU} = T_{RI} = T_{R\Pi} = T_R$. Después de unas transformaciones similares a las hechas en el párrafo 8.1, obtenemos el determinante característico del sistema de ecuaciones en forma de tres determinantes:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cc} T_J p^2 + c_1 & b_1 \\ (1 + pT_e)(1 + pT_R) T'_d \frac{x_{d\Sigma}}{x'_d} p \frac{\partial E'_q}{\partial \delta} - & (1 + pT'_d)(1 + pT_e)(1 + pT_R) - \\ - \left(K_{0U} \frac{\partial U_G}{\partial \delta} + K_{0I} \frac{\partial I}{\partial \delta} \right) & - \left(K_{0U} \frac{\partial U_G}{\partial E_q} + K_{0I} \frac{\partial I}{\partial E_q} \right) \end{array} \right| + \\ & + \left| \begin{array}{cc} T_J p^2 + c_1 & b_1 \\ -K_{1\Pi p} \frac{\partial \Pi}{\partial \delta} & -K_{1\Pi p} \frac{\partial \Pi}{\partial E_q} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} T_J p^2 + c_1 & b_1 \\ -K_{2\Pi p^2} \frac{\partial \Pi}{\partial \delta} & -K_{2\Pi p} \frac{\partial \Pi}{\partial E_q} \end{array} \right| = \\ & = D_0(p) + K_{1\Pi} D_1(p) + K_{2\Pi} D_2(p). \end{aligned} \quad (8.43)$$

Aquí $D_0(p)$ es un polinomio de quinto orden, cuyos coeficientes se obtienen desarrollando el primer determinante de (8.43) que tiene la forma

$$D_0(p) = a_0 p^5 + a_1 p^4 + a_2 p^3 + (a_3 + \Delta a_3) p^2 + a_4 p + a_5 + \Delta a_5 = 0,$$

donde

$$a_0 = T_J T'_d T_e T_R; \quad a_1 = T_J (T'_d T_e + T'_d T_R + T_e T_R);$$

$$a_2 = T_J (T'_d + T_e + T_R) + T'_d T_e T_R c_2; \quad a_3 = T_J + T_e T_R c_1 + T'_d (T_e + T_R) c_2;$$

$$a_4 = (T_e + T_R) c_1 + T'_d c_2; \quad a_5 = c_1;$$

$$\Delta a_3 = K_{0U} \Delta_{2U} + K_{0I} \Delta_{2I}; \quad \Delta a_5 = K_{0U} \Delta_{0U} + K_{0I} \Delta_{0I}.$$

Los determinantes $D_1(p) = p(\Delta_{2\Pi p^2} + \Delta_{0\Pi})$ y $D_2(p) = p^2(\Delta_{2\Pi p^2} + \Delta_{0\Pi})$ que se incluyen en (8.43) dependen de los coeficientes $\Delta_{0\Pi}$ y $\Delta_{2\Pi}$ cuyas fórmulas para los diferentes parámetros del régimen (diferentes Π_j) se aducen en la tabla 8.4.

Conforme al método de D-división [3] reemplacemos en la ecuación característica $p = j\omega$ y escribamos

$$D(j\omega) = D_0(j\omega) + K_{1\Pi} D_1(j\omega) + K_{2\Pi} D_2(j\omega) = 0.$$

Tabla 8.4

Π_j	$\Delta_{2\Pi}$	$\Delta_{0\Pi}$
δ	0	b_1
$\Delta U = U_0 - U_G$	$T_J \frac{\partial U_G}{\partial E_q} = T_J \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{\partial U_G}{\partial E_q} c_1 - \frac{\partial U_G}{\partial \delta} b_1 = c_2 \frac{b_1}{b_2}$
I	$-T_J \frac{\partial I}{\partial E_q}$	$-\frac{\partial I}{\partial E_q} c_1 + \frac{\partial I}{\partial \delta} b_1$
$\delta_0 = \delta - \delta_G$	$T_J \frac{\partial \delta_G}{\partial E_q}$	$\frac{\partial \delta_G}{\partial E_q} c_1 + \left(1 - \frac{\partial \delta_G}{\partial \delta}\right) b_1$

Cada uno de los polinomios puede representarse en forma de componentes reales e imaginarias:

$$D_0(j\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega); \quad D_1(j\omega) = Q_1(\omega) + jQ_2(\omega); \quad D_2(j\omega) = P_1(\omega) + jP_2(\omega).$$

Aquí

$$\left. \begin{aligned} R_1(\omega) &= a_4\omega^4 - (a_3 + \Delta a_3)\omega^2 + a_5 + \Delta a_5; \\ R_2(\omega) &= a_0\omega^5 - a_2\omega^3 + a_4\omega; \\ Q_1(\omega) &= 0; \quad Q_2(\omega) = -\Delta_{2\Pi}\omega^3 + \Delta_{0\Pi}\omega; \\ P_1(\omega) &= \Delta_{2\Pi}\omega^4 - \Delta_{0\Pi}\omega^2; \quad P_2(\omega) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.44)$$

Escribamos el sistema de dos ecuaciones para los polinomios complejos y reales de tal forma que en la primera columna se ubique el parámetro que en la construcción de la región de estabilidad estática se marca en el eje horizontal (en el caso dado es comúnmente el coeficiente de amplificación para la segunda derivada):

$$\left. \begin{aligned} K_{2\Pi}P_1(\omega) + K_{1\Pi}Q_1(\omega) &= -R_1(\omega); \\ K_{2\Pi}P_2(\omega) + K_{1\Pi}Q_2(\omega) &= -R_2(\omega). \end{aligned} \right\} \quad (8.45)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (8.45) con respecto a $K_{1\Pi}$ y $K_{2\Pi}$, obtenemos

$$K_{1\Pi} = \Delta_{1\Pi}(\omega)/\Delta(\omega); \quad K_{2\Pi} = \Delta_{2\Pi}(\omega)/\Delta(\omega), \quad (8.46)$$

donde el determinante principal es

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ P_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix} = P_1(\omega)Q_2(\omega);$$

debido a que $P_2(\omega) = Q_1(\omega) = 0$, los menores se escriben como

$$\Delta_{1\Pi}(\omega) = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & -R_1(\omega) \\ P_2(\omega) & -R_2(\omega) \end{vmatrix} = -P_1(\omega)R_2(\omega);$$

$$\Delta_{2\Pi}(\omega) = \begin{vmatrix} -R_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ -R_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix} = -R_1(\omega)Q_2(\omega).$$

Sustituyendo las fórmulas de los determinantes en (8.46) obtenemos

$$K_{1\Pi} = -R_2(\omega)/Q_2(\omega); \quad K_{2\Pi} = -R_1(\omega)/P_1(\omega).$$

Reemplazando las fórmulas de los polinomios (8.44), finalmente escribamos

$$\left. \begin{aligned} K_{1\Pi} &= (a_0\omega^4 - a_2\omega^2 + a_4)/(\Delta_{2\Pi}\omega^2 - \Delta_{0\Pi}); \\ K_{2\Pi} &= -[a_1\omega^4 - (a_3 + \Delta a_3)\omega^2 + a_5 + \Delta a_5]/[\omega^2(\Delta_{2\Pi}\omega^2 - \Delta_{0\Pi})]. \end{aligned} \right\} \quad (8.47)$$

Variando ω desde 0 hasta $\pm\infty$ y calculando los valores de $K_{1\Pi}$ y $K_{2\Pi}$, según las ecuaciones (8.47) tracemos la curva de D -división. Al emplear la regla de sombreo [3] hallamos las regiones de estabilidad estática. Estas regiones determinan las correlaciones de los coeficientes de amplificación según las derivadas (parámetros del dispositivo de estabilización), los cuales aseguran la estabilidad estática del régimen inicial del sistema eléctrico de potencia. Construidas las regiones de estabilidad para una serie de regímenes de cálculo, se puede hallar una sección común de dichas regiones, que determina el conjunto de coeficientes de amplificación según las derivadas, el cual garantiza la estabilidad estática en todo el diapasón de los regímenes de cálculo.

Mostremos ejemplos de cómo formar las regiones de estabilidad estática con PAE a.r para una serie de regímenes separando la sección común. Supongamos que en calidad de parámetros, mediante los cuales al RAE se introducen las derivadas, se eligió la corriente:

$$K_{1\Pi} = K_{1I}; K_{2\Pi} = K_{2I}.$$

Según la tabla 8.4 encontramos $\Delta_{2\Pi}$ y $\Delta_{0\Pi}$ y construimos las regiones de estabilidad (8.47). En la fig. 8.30, a se presentan los límites de estas regiones que se obtienen para diferentes regímenes ($\delta = 30, 60, 100^\circ$). Aquí se debe prestar atención a la variación del carácter del proceso

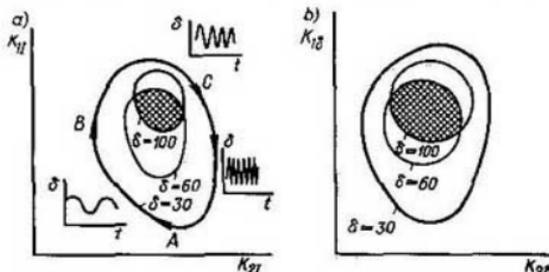


Fig. 8.30. Regiones de estabilidad en caso de regulación reforzada:

a, cuando en el regulador se incluyen la primera K_{1I} y segunda K_{2I} derivadas de la corriente; b, lo mismo para el ángulo $K_{1\delta}, K_{2\delta}$. La región común sombreada corresponde a los regímenes cuando $\delta = 30, \dots, 100^\circ$

$\delta = f(t)$. Durante el avance a lo largo de la frontera de estabilidad desde A en dirección a B y luego en dirección a C la frecuencia de oscilaciones en el límite aumenta constantemente. Al mismo tiempo, la amplitud de las oscilaciones para el ajuste correspondiente del RAE y las oscilaciones pequeñas puede permanecer limitada conservando la estabilidad en la frontera [5, párrafo 8.2]. Mediante la elección de los parámetros de regulación a veces puede ampliarse la región de estabilidad. Así, durante la regulación según el ángulo $K_{1\Pi} = K_{1\delta}, K_{2\Pi} = K_{2\delta}$ obtendremos las regiones que son más ventajosas en la explotación (fig. 8.30, b).

Regulación compleja reforzada. La regulación respecto a la desviación de los parámetros del régimen y a las derivadas de éstos puede realizarse no sólo influyendo sobre la excitación, sino también sobre el motor primario *) [turbina o dispositivos que consumen la potencia excesiva en el régimen transitorio: acumuladores, FPR (fuentes de potencia reactiva), etc.]. Cuando se influye simultá-

*) Se sobreentiende que la influencia sobre la turbina es posible sólo para las turbinas modernas que poseen una regulación con una inercia pequeña.

neamente sobre la excitación y sobre el motor primario, la ecuación (8.1) adquiere la forma

$$\Delta E_q = \xi(p) \Delta E'_q + \gamma(p) \Delta U_G + \gamma_1(p) p \Delta \Pi + \gamma_2(p) p^2 \Delta \Pi. \quad (8.48)$$

La ecuación (8.2) cuando $P_d = 0$ la representamos como

$$\Delta P = -T_J p^2 \Delta \delta - \rho_1(p) p \Delta \Pi - \rho_2(p) p^2 \Delta \Pi. \quad (8.49)$$

La ecuación (8.48) presupone una influencia con respecto a las derivadas, la cual es ejercida mediante el regulador de excitación, mientras que la ecuación (8.49), mediante el regulador de velocidad de la turbina.

Es evidente que, al igual que en el caso analizado de regulación solamente de la excitación del generador, en la ecuación característica aparecen «adiciones» a sus coeficientes. Sea que la influencia sobre ΔP y ΔE_q se escribe en la forma $p \Delta \delta = \Delta f$ y $p^2 \Delta \delta = p \Delta f$, respectivamente, entonces las ecuaciones (8.48) y (8.49) se pueden representar así:

$$\Delta E_q = \xi(p) \Delta E'_q + \gamma(p) \Delta U_G + [\gamma_1(p) p + \gamma_2(p) p^2] \Delta \delta; \quad (8.50)$$

$$\Delta P = -\{T_J + \rho_2(p)\} p^2 + \rho_1(p) p \Delta \delta. \quad (8.51)$$

Asumamos las siguientes designaciones:

$$\xi(p) = -T_{d0} p; \quad \rho_1(p) = \frac{K_1}{1 + pT_\rho};$$

$$\gamma(p) = \frac{-K_{GJ}}{(1 + pT_e)(1 + pT_m)(1 + pT_a)}; \quad \rho_2(p) = \frac{K_2}{1 + pT_\rho};$$

$$\gamma_1(p) = \frac{K_{Jf}}{(1 + pT_e)(1 + pT_m)(1 + pT_a)}; \quad T'_J(p) = T_J + \rho_2(p);$$

$$\gamma_2(p) = \frac{K_{Jf}}{(1 + pT_e)(1 + pT_m)(1 + pT_a)}; \quad T'_{1J}(p) = T'_J(p) p^2 + \rho_1(p) p;$$

$$\gamma_0(p) = \gamma_1(p) p + \gamma_2(p) p^2; \quad T_{1J}(p) = T'_{1J}(p) + b_1 \gamma_0(p).$$

Entonces después de las transformaciones (véase parágrafo 8.1) obtenemos el determinante del sistema en estudio

$$D_1(p) = \begin{vmatrix} T'_{1J}(p) + c_1 & b_1 \xi(p) & b_1 \gamma(p) \\ T'_{1J}(p) + c_2 & b_2 & 0 \\ T'_{1J}(p) + c_3 & 0 & b_3 \end{vmatrix}. \quad (8.52)$$

El estudio de éste para casos concretos se puede realizar de manera similar a como se hizo para el regulador de acción proporcional. Después de obtener expresiones bastante voluminosas (véase parágrafo 8.2), es conveniente reducirlas a una ecuación cuadrática. La solución de dicha ecuación para datos numéricos concretos del RAE a.r permite hallar las dependencias del coeficiente de ampliación máximo (en la fig. 8.29 la línea de trazos) para diferentes métodos de regulación.

De esa manera la regulación adicional de la turbina amplía las posibilidades de la regulación automática tanto de acción proporcional, como reforzada. Un efecto parecido da la regulación de las FPR conectadas a las barras del generador. Las posibilidades de la regulación compleja son bastante grandes, pero hasta el momento no se emplean.

8.9. Síntesis de las estructuras de los sistemas de la regulación automática de alta precisión

Durante el diseño de los RAE a.r de las máquinas sincrónicas con frecuencia se plantea el problema de la síntesis de una estructura en la que no existan contradicciones entre la precisión de mantenimiento de la tensión en las barras del generador y la estabilidad. Surge el problema de crear un sistema que sea estable para un coeficiente de amplificación tan grande como se desee. Como regla, dicha estructura permite también obtener grandes tamaños de las regiones de estabilidad estática en todos los regímenes y elevar la calidad del proceso transitorio para un ajuste invariable. Por *síntesis de la estructura* del RAE se entiende la elección del dispositivo de estabilización y los parámetros de regulación o, de otra forma, la elección de la ley de regulación.

La síntesis de la estructura de los sistemas de regulación automática de alta precisión resuelve matemáticamente el siguiente problema.

Supongamos que tenemos una ecuación característica de n -ésimo grado

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0. \quad (8.53)$$

Escribámosla en forma de la ecuación

$$D(p) = D_0(p) + D_1(p), \quad (8.54)$$

que describe los procesos transitorios en un sistema eléctrico de potencia cuando hay regulación automática de la excitación. Se exige garantizar las condiciones de estabilidad estática al crecer ilimitadamente el coeficiente de amplificación para la desviación de la tensión o sea al mantener la tensión de la máquina sincrónica con alta precisión.

Para resolver este problema es necesario formular las condiciones matemáticas de la estabilidad estática y realizar la síntesis de la estructura del RAE que garantice su cumplimiento.

Condiciones de la estabilidad estática en caso del aumento ilimitado de los coeficientes de amplificación del RAE. Analicemos el aumento del coeficiente de amplificación K_0 de un eslabón que entra sucesivamente en el esquema estructural del RAE a.r. La función de transferencia del RAE a.r es

$$W_{II}(p) = K_0 W_*(p),$$

donde

$$W_*(p) = K_{*0} U + \sum_{i=1}^l K_{*i} p^i; \quad K_{*0} U = K_{0U} / K_0; \quad K_{*i} = K_{iII} / K_0.$$

El problema de síntesis de la estructura del RAE a.r consiste en elegir el número de derivadas l y los parámetros de regulación II (que es una o bien una combinación de unos cuantos parámetros del régimen).

La ecuación característica (8.54) la representemos como

$$D(p) = D_0(p) + K_0 D_{*1}(p) = 0. \quad (8.55)$$

Aquí $D_0(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n$;

$$D_{*1}(p) = K_{*0} U (\Delta_{2U} p^2 + \Delta_{0U}) + (\Delta_{2II} p^2 + \Delta_{0II}) \sum_{i=1}^l K_{*i} p^i.$$

Las fórmulas para Δ_{2II} y Δ_{0II} se dan en la tabla 8.4.

Cuando $K_0 \rightarrow \infty$, parte de los coeficientes del polinomio característico $D(p) \rightarrow \infty$, lo cual es posible sólo cuando una parte de las raíces de la ecuación característica $D(p) = 0$ vayan al infinito. Para la estabilidad de un sistema cuando $K_0 \rightarrow \infty$ es necesario y suficiente que todas las raíces de la ecuación $D(p) = 0$ se encuentren en el semiplano izquierdo de las raíces. Para que se cumplan dichas exigencias procedamos de la siguiente manera. Dividamos (8.55) entre K_0 y designemos $1/K_0 = m$. Aquí m es un parámetro pequeño ya que cuando $K_0 \rightarrow \infty$, el valor de $m \rightarrow 0$. El sistema va a ser estable para cualquier coeficiente K_0 , por grande que sea, si la ecuación

$$m D_0(p) + D_{*1}(p) = 0 \quad (8.56)$$

satisface la condición de estabilidad.

Siendo $m = 0$, la ecuación (8.56) degenera en ecuación de n_1 -ésimo grado:

$$D_{*1}(p) = b_0 p^{n_1} + b_1 p^{n_1-1} + \dots + b_{n_1} = 0. \quad (8.57)$$

La ecuación 8.57, que caracteriza el sistema cuando $K_0 \rightarrow \infty$, se denomina *degenerada*. En virtud de la dependencia constante de las raíces de la ecuación algebraica con respecto a sus coeficientes, se puede afirmar que cuando $m \rightarrow 0$, entonces n raíces de la ecuación $D(p) = 0$ tienden a n_1 raíces de la ecuación $D_{*1}(p) = 0$. Las restantes $n - n_1$ raíces de la ecuación $D(p) = 0$ tienden al infinito.

Si las raíces que tienden al infinito para $m \rightarrow 0$ se ubican a la izquierda del eje imaginario, entonces la estabilidad va a determinarse por la ecuación transformada. El número de raíces que tienden al infinito cuando $m \rightarrow 0$ depende de la diferencia de los órdenes $n - n_1$. Interés práctico presenta el caso cuando $n_1 < n$.

Analicemos el caso cuando la ecuación degenerada satisface las condiciones de estabilidad, o sea todas sus n_1 raíces se ubican en el semiplano izquierdo de las raíces. Si $m \rightarrow 0$ entonces las n_1 raíces de la ecuación $D(p) = 0$ tienden a n_1 raíces de la ecuación $D_{*1}(p) = 0$, los cuales en este caso se ubican a la izquierda del eje imaginario del plano complejo de raíces. Las demás $n - n_1$ raíces de $D(p) = 0$ se dirigen hacia el infinito.

Formulemos las condiciones cuyo cumplimiento indica que las $n - n_1$ raíces se dirigirán al infinito por la izquierda del eje del plano de raíces.

Sea $n - n_1 = 1$. En este caso la ecuación (8.56) se escribe como

$$m(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) + b_0 p^{n-1} + b_1 p^{n-2} + \dots + b_{n-2} = 0.$$

Hagamos el reemplazo de las variables $p = q/m$:

$$a_0 \frac{q^n}{m^{n-1}} + a_1 \frac{q^{n-1}}{m^{n-2}} + \dots + b_0 \frac{q^{n-1}}{m^{n-1}} + b_1 \frac{q^{n-2}}{m^{n-2}} + \dots + b_{n-1} = 0.$$

Multiplicando por m^{n-1} , obtenemos

$$a_0 q^n + a_1 m q^{n-1} + \dots + b_0 q^{n-1} + b_1 m q^{n-2} + \dots + b_{n-1} m^{n-1} = 0.$$

Cuando $m \rightarrow 0$, esta ecuación tiende a la forma

$$a_0 q^n + b_0 q^{n-1} = q^{n-1} (a_0 q + b_0) = 0.$$

La ecuación cuyos coeficientes son los términos superiores de los polinomios $D_0(p)$ y $D_1(p)$ se escribe como

$$a_0 q + b_0 = 0 \quad (8.58)$$

y se denomina ecuación auxiliar de primer género.

La solución de la ecuación (8.58) será

$$q = -b_0/a_0 \text{ o bien } p = -b_0/(ma_0).$$

Cuando $m \rightarrow 0$ el valor $p \rightarrow -\infty$, si $b_0/a_0 > 0$. De esta manera, cuando $n - n_1 = 1$ la única raíz que se va al infinito cuando $m \rightarrow 0$ estará ubicada a la izquierda del eje imaginario en el plano de las raíces si $b_0/a_0 > 0$.

Analicemos el caso de $n - n_1 = 2$. La ecuación (8.56) la escribimos como

$$m(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) + b_0 p^{n-2} + b_1 p^{n-3} + \dots + b_{n-2} = 0.$$

Sustituyendo las variables $p = m^{-1/2} q$, obtenemos

$$a_0 \frac{q^n}{m^{\frac{n}{2}-1}} + a_1 \frac{q^{n-1}}{m^{\frac{n-1}{2}-1}} + \dots + a_n + b_0 \frac{q^{n-2}}{m^{\frac{n-2}{2}}} + b_1 \frac{q^{n-3}}{m^{\frac{n-3}{2}}} + \dots + b_{n-2} = 0.$$

Multipiquemos por $m^{\frac{n-2}{2}}$:

$$a_0 q^n + a_1 q^{n-1} m^{1/2} + \dots + b_0 q^{n-2} + b_1 q^{n-3} m^{1/2} + \dots = 0.$$

Cuando $m \rightarrow 0$ esta ecuación tiende a la forma

$$a_0 q^n + b_0 q^{n-2} = q^{n-2} (a_0 q^2 + b_0) = 0.$$

La ecuación

$$a_0 q^2 + b_0 = 0 \quad (8.59)$$

se denomina ecuación auxiliar de segundo género.

La solución de (8.59) será

$$q = \sqrt{-b_0/a_0} \text{ o bien } p = \sqrt{-(b_0/a_0)/m}.$$

Para $b_0/a_0 > 0$ el valor de $p_{1,2} = \pm j\sqrt{b_0/(ma_0)}$.

Cuando $m \rightarrow 0$ las raíces $p_{1,2}$ tienden a $\pm j\infty$, lo que corresponde a la condición para la cual el sistema se encuentra en límite de estabilidad.

La estabilidad o inestabilidad de un sistema depende de qué lado del eje imaginario del plano de raíces se acercan las raíces al eje imaginario cuando $m \rightarrow 0$. Para establecerlo y hallar las condiciones para las cuales las raíces se acercan al eje imaginario por la izquierda, considere-mos la primera aproximación a la magnitud pequeña m :

$$a_0 q^n + a_1 q^{n-1} m^{1/2} + b_0 q^{n-2} + b_1 q^{n-3} m^{1/2} = 0.$$

Dividamos por q^{n-3} . Obtenemos

$$a_0 q^3 + a_1 m^{1/2} q^2 + b_0 q + b_1 m^{1/2} = A_0 q^3 + A_1 q^2 + A_2 q + A_3 = 0.$$

Escribamos las condiciones de estabilidad según Hurwitz:

$$\Delta_{\text{Hur}} = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & 0 \\ A_0 & A_2 & 0 \\ 0 & A_1 & A_2 \end{vmatrix} = A_2 (A_1 A_2 - A_0 A_2) > 0$$

o bien

$$a_1 m^{1/2} b_0 - a_0 b_1 m^{1/2} = m^{1/2} (a_1 b_0 - a_0 b_1) > 0.$$

Dividamos la última ecuación por $a_0 b_0$, como resultado obtenemos

$$a_1/a_0 - b_1/b_0 > 0.$$

De esta manera, cuando $n - n_1 = 2$, dos raíces se dirigen al infinito por la izquierda del eje imaginario del plano de raíces si se cumple la condición

$$a_1/a_0 - b_1/b_0 > 0.$$

Analicemos el caso cuando $n - n_1 = 3$. Procediendo de igual forma a como lo hicimos en los dos casos anteriores, obtenemos la ecuación auxiliar $a_0 p^3 + b_0 = 0$ cuyas raíces son

$$p_{1,2,3} = \sqrt[3]{-b_0/a_0}.$$

Cabe notar que al extraer la raíz cúbica de menos uno, que se puede representar mediante el vector $-1 = e^{j(\pi+2\pi)}$, en el plano complejo de las raíces se obtiene una estrella unitaria con las componentes $p_1 = e^{j\pi/3}$, $p_2 = e^{j2\pi/3}$, $p_3 = e^{j4\pi/3}$. Cuando se extrae la raíz cúbica de más uno, que se puede representar mediante un conjunto de tres vectores $1 = e^{j(0+2\pi)}$, en el plano complejo de raíces se forma una estrella unitaria con las componentes $p_1 = e^{j0}$, $p_2 = e^{j2\pi/3}$, $p_3 = e^{j4\pi/3}$.

El movimiento de las raíces cuando $m \rightarrow 0$ se determina por la ecuación $p_{1,2,3} = \sqrt[3]{-b_0/(ma_0)}$. Cuando $b_0/a_0 > 0$, tres raíces de la ecuación inicial tienden a la asíntota de la estrella $\sqrt[3]{-1}$ cuando $m \rightarrow 0$, y cuando $b_0/a_0 < 0$, a la asíntota de la estrella $\sqrt[3]{+1}$.

De esa manera, cuando $n - n_1 = 3$, independientemente del signo de b_0/a_0 , siempre se encontrarán raíces (dos complejas o una real) que para $m \rightarrow 0$ tienden al más infinito, o sea se acercan al eje imaginario por la parte derecha.

Por consiguiente, en el caso de la ecuación auxiliar de tercer grado el sistema inicial siempre será inestable cuando $K_0 \rightarrow \infty$.

En análisis realizado permite formular las condiciones suficientes y necesarias de la estabilidad de un sistema descrito por la ecuación $D(p) = 0$ al aumentar K_0 ilimitadamente:

1) la ecuación degenerada debe indicar sobre la estabilidad;

2) $n - n_1 \leq 2$;

3) las raíces de la ecuación auxiliar deben ubicarse en el semiplano izquierdo o bien en el eje imaginario del plano complejo de raíces de la ecuación $D(p) = 0$.

Elección de la estructura de los RAE según la condición $n - n_1 \leq 2$. 1. RAE a.p para la desviación de la tensión. La ecuación característica es

$$D(p) = D_0(p) + K_{0U} (\Delta_{2U} p^2 + \Delta_{0U}), \quad (8.60)$$

donde $n = 5$, $n_1 = 2$, $n - n_1 = 3$.

El incumplimiento de la condición necesaria $n - n_1 \leq 2$ muestra que un sistema con un RAE a.p instalado, de principio, no puede tener estabilidad estática cuando hay un aumento ilimitado del coeficiente de amplificación para la desviación de la tensión.

De esta manera, la estructura del RAE a.p no satisface las exigencias para los sistemas automáticos de regulación de alta precisión.

La resolución de la ecuación auxiliar $ma_0p^2 + \Delta_{2U} = 0$

$$p^2 = -\Delta_{2U}/(ma_0), \quad p_{1,2,3} = \sqrt[3]{-\Delta_{2U}/(ma_0)}$$

cundo $\Delta_{2U}/a_0 > 0$ muestra que con el aumento de K_{0U} dos raíces tienden hacia el semiplano derecho, o sea la pérdida de estabilidad en ese caso tiene la forma de autoimpulsión.

2. RAE a.r con regulación según la desviación de la tensión y con estabilización según las derivadas del ángulo δ . En este caso la elección de la estructura consiste en determinar el número de derivadas del ángulo δ . La ecuación característica de un sistema regulado sencillo tiene la forma

$$D(p) = D_0(p) + K_{0U}(\Delta_{2U}p^2 + \Delta_{0U}) + \Delta_{0\delta}(K_{1\delta}p + K_{2\delta}p^2 + K_{3\delta}p^3) = 0.$$

La condición $n - n_1 \leq 2$ se cumple sólo para la estructura con dispositivo de estabilización del RAE a.r que contiene la primera, segunda y tercera derivadas del ángulo δ .

3. RAE a.r con regulación según la desviación de la tensión y las derivadas del parámetro del régimen II. La ecuación característica de un sistema sencillo con regulación según la desviación de la tensión y las derivadas de los parámetros del régimen II tiene la forma

$$D(p) = D_0(p) + K_{0U}(\Delta_{2U}p^2 + \Delta_{0U}) + (K_{1\Pi}p + K_{2\Pi}p^2 + K_{3\Pi}p^3)(\Delta_{2\Pi}p^2 + \Delta_{0\Pi}) = 0.$$

Debido a que para todos los parámetros de regímenes considerados, excepto δ , $\Delta_{2\Pi} \neq 0$, entonces la condición $n - n_1 = 2$ se cumple al haber estabilización solamente para la primera derivada del parámetro II, o también para la primera y segunda derivadas.

Elección de los parámetros del régimen para el dispositivo de estabilización del RAE a.r. La condición $n - n_1 \leq 2$ permitió formular las exigencias con respecto al número de derivadas en dependencia de los parámetros del régimen. Esta condición es sólo condición necesaria de estabilidad del sistema cuando $K_0 \rightarrow \infty$.

El siguiente problema de la síntesis es la elección de los parámetros del régimen, los cuales es necesario introducir al dispositivo de estabilización del RAE a.r. Este problema se resuelve con ayuda de la condición de estabilidad de la ecuación degenerada. Analicemos dicha

ecuación para el caso de la regulación según la desviación de la tensión, primera y segunda derivadas del parámetro del régimen II (para las condiciones $\Delta_{2\Pi} \neq 0$, $\Delta_{0\Pi} \neq 0$):

$$D_1(p) = K_{*0U}(\Delta_{2U}p^2 + \Delta_{0U}) + (pK_{*1\Pi} + p^2K_{*2\Pi})(\Delta_{2\Pi}p^2 + \Delta_{0\Pi}) = K_{*2\Pi}\Delta_{2\Pi}p^4 + K_{*1\Pi}\Delta_{2\Pi}p^3 + (K_{*0U}\Delta_{2U} + K_{*2\Pi}\Delta_{0\Pi})p^2 + K_{*1\Pi}\Delta_{0\Pi}p + K_{*0U}\Delta_{0U} = \Delta a_1p^4 + \Delta a_2p^3 + \Delta a_3p^2 + \Delta a_4p + \Delta a_5 = 0.$$

Aquí

$$\Delta a_1 = K_{*2\Pi}\Delta_{2\Pi}; \quad \Delta a_2 = K_{*1\Pi}\Delta_{2\Pi}; \quad \Delta a_3 = K_{*0U}\Delta_{2U} + K_{*2\Pi}\Delta_{0\Pi}; \quad \Delta a_4 = K_{*1\Pi}\Delta_{0\Pi};$$

$$\Delta a_5 = K_{*0U}\Delta_{0U}.$$

La condición necesaria de estabilidad de una ecuación degenerada (que sean positivos los coeficientes), formula la exigencia a los signos de las adiciones unitarias (a condición de que sean positivos todos los coeficientes de regulación), en todos los regímenes desde el inicial (δ_0) hasta el límite (δ_{lim}) la estabilidad estática de los cuales debe ser garantizada ($0 \leq \delta_0 \leq \delta_{lim}$):

1) $\Delta_{2\Pi} > 0$; 2) $\Delta_{0\Pi} > 0$, $\Delta_{0U} > 0$.

Las fórmulas para estas adiciones se dan en la tabla 8.4. Las dependencias cualitativas de las adiciones unitarias con respecto al régimen (fig. 8.31, a) muestran que a la primera condición (condición necesaria de estabilidad de una ecuación degenerada) se satisface sólo por la tensión ($\Pi = U_0 - U_G$). Los demás parámetros del régimen no cumplen dicha condición:

$$\Delta_{2\delta} = 0, \quad \Delta_{2\delta} < 0, \quad \Delta_{2I} < 0.$$

La segunda condición necesaria la cumplen todos los parámetros analizados del régimen.

Las condiciones necesarias y suficientes de estabilidad de una ecuación transformada las determinamos según el criterio de Hurwitz. Escribamos el determinante para una ecuación de-

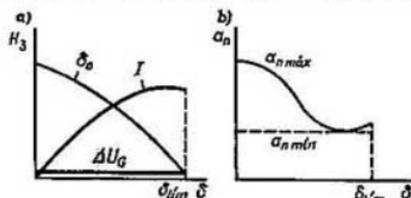


Fig. 8.31. Curvas de la ecuación auxiliar: a) enlace del determinante H_3 con los parámetros del régimen inicial; b) variación de los coeficientes porcentuales

generada de cuarto orden:

$$H_4 = \begin{vmatrix} \Delta a_2 & \Delta a_4 & 0 & 0 \\ \Delta a_1 & \Delta a_3 & \Delta a_5 & 0 \\ 0 & \Delta a_2 & \Delta a_4 & 0 \\ 0 & \Delta a_1 & \Delta a_3 & a_5 \end{vmatrix} = \Delta a_5 H_3.$$

Para $\Delta a_5 > 0$ se exige que $H_3 > 0$, donde

$$H_3 = \begin{vmatrix} \Delta a_2 & \Delta a_4 & 0 \\ \Delta a_1 & \Delta a_3 & \Delta a_5 \\ 0 & \Delta a_2 & \Delta a_4 \end{vmatrix} = \Delta a_4 H_2 - \Delta a_5^2 \Delta a_3.$$

Obtenemos la expresión para el determinante:

$$H_2 = \begin{vmatrix} \Delta a_2 & \Delta a_4 \\ \Delta a_1 & \Delta a_3 \end{vmatrix} = \Delta a_2 \Delta a_3 - \Delta a_1 \Delta a_4 = \\ = K_{*0U} \Delta_{2\Pi} (K_{*0U} \Delta_{2U} + K_{*2\Pi} \Delta_{0\Pi}) - K_{*2\Pi} \Delta_{2\Pi} K_{*1\Pi} \Delta_{0\Pi} = K_{*0U} K_{*1\Pi} \Delta_{2\Pi} \Delta_{2U}.$$

Cuando $K_{*0U} > 0$, $K_{*1\Pi} > 0$, $\Delta_{2U} > 0$, $\Delta_{2\Pi} > 0$, se cumple la exigencia $H_2 > 0$. Sustituyendo la expresión H_2 en H_3 , obtenemos

$$H_3 = K_{*1\Pi}^2 K_{*0U} \Delta_{2\Pi} (\Delta_{0\Pi} \Delta_{2U} - \Delta_{0U} \Delta_{2\Pi}).$$

El análisis de las dependencias de H_3 con respecto al régimen, dadas en la fig. 8.31, muestra que la condición $H_3 > 0$ se cumple para todos los parámetros, excepto la tensión (para $\Pi = \Delta U_G H_3 = \Delta_{0U} \Delta_{2U} - \Delta_{0U} \Delta_{2U} \equiv 0$).

El cumplimiento de las tres condiciones de estabilidad de una ecuación degenerada para diferentes parámetros del régimen se ilustra en la tabla 8.5, donde con el signo «+» se indica el cumplimiento y con el signo «-» el incumplimiento de la condición correspondiente.

Tabla 8.5

Condición	Parámetros				
	ΔU_G	I	δ_0	δ_{lim}	$\Pi_c = -U_G + a_n \Pi$
$\Delta_{2\Pi} > 0$	+	-	-	-	+
$\Delta_{0\Pi} > 0$	+	+	+	+	+
$H_3 > 0$	-	+	+	+	+ a condición de que $0 < a_n < a_{n\max}$

Como se ve de la tabla 8.5, todas las condiciones de estabilidad se cumplen simultáneamente sólo al incluir en la ley de regulación un parámetro combinado Π_c que es una combinación lineal de los parámetros del régimen

$$\Pi_c = -U_G + a_n \Pi,$$

donde a_n es el coeficiente de participación del segundo parámetro, Π , cualquier parámetro del régimen excepto la tensión.

La condición $\Delta_{2\Pi_c} = \Delta_{2U} + a_n \Delta_{2\Pi} > 0$ como consecuencia de la desigualdad $\Delta_{2U} > 0$, $\Delta_{2\Pi} > 0$ conlleva a la exigencia

$$a_n < \Delta_{2U} / |\Delta_{2\Pi}|.$$

Debido a que $H_{3U} = 0$, la condición $H_{3\Pi_c} = H_{3\Pi} > 0$ se cumple para cualquier $a_n > 0$. Por eso las exigencias hacia a_n se formulan en forma de la desigualdad

$$0 < a_n < a_{n\max} = \Delta_{2U} / |\Delta_{2\Pi}|.$$

Debido a que Δ_{2U} y $\Delta_{2\Pi}$ dependen del régimen, a_n también depende del régimen (fig. 8.31, b). Para que el parámetro combinado Π_c satisfaga a todos los regímenes calculados ($0 \leq \delta_0 < \delta_{lim}$), éste debe ser hallado de la condición

$$0 < a_n < (a_{n\max})_{\min} = [\Delta_{2U} / |\Delta_{2\Pi}|]_{\min}.$$

Después de elegir la estructura de la estabilización (número de derivadas, tipo del parámetro combinado de régimen, participación de cada uno de los parámetros del régimen en el parámetro combinado elegido) hay que calcular las regiones de estabilidad estática para determinar el ajuste de operación. La experiencia mostró que el RAE a.r con una ley de regulación sintetizada garantiza no sólo la estabilidad estática con alta precisión de mantenimiento de la

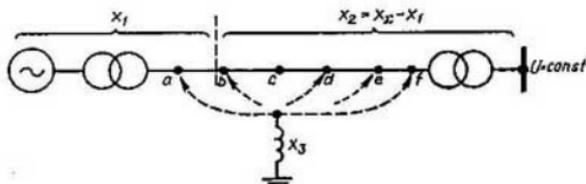


Fig. 8.32. Esquema del sistema en estudio

tensión, sino también una sección grande de la región de estabilidad común para todos los regímenes, lo cual simplifica la elección del ajuste y mejora la calidad de los procesos transitorios.

Ejemplo 8.1. En una línea de transmisión que une una central con un sistema de potencia infinita (fig. 8.32) tienen lugar cortocircuitos en los puntos a, b, \dots, e, f .

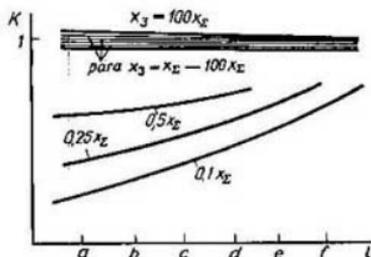


Fig. 8.33. Influencia del alejamiento (x_3) y el sitio (a, b, \dots, e, f) del cortocircuito en la línea de longitud l

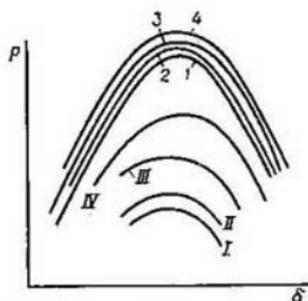


Fig. 8.34. Curvas de $P = \varphi(\delta)$ en presencia de perturbaciones grandes (I-IV) y pequeñas (1-4) en diferentes puntos

Establecer cómo va a variar el carácter del proceso transitorio $\delta = f(t)$ en dependencia del sitio del cortocircuito (puntos a, b, \dots, e, f) y de los valores de la reactancia x_3 detrás de la cual sucede el cortocircuito.

Solución. El proceso transitorio va a predeterminarse por las condiciones iniciales y la correlación de las curvas de la potencia en los regímenes normal PI y de avería PIII:

$$P^I = \frac{EU}{x_{\Sigma}} \sin \delta; \quad P^{III} = \frac{EU}{x_{12av}} \sin \delta = \frac{EU}{x_{\Sigma}} k \sin \delta,$$

donde

$$k = 1 / [1 + x_1(x_2 - x_1) / (x_2 x_3)].$$

Supongamos que x_3 varía tomando los valores 0; $0,1x_2$; $0,25x_2$; $0,5x_2$; x_2 ; $5x_2$; $10x_2$; $100x_2$. Construyamos la dependencia de k con respecto a x_3 y al sitio de su conexión l (fig. 8.33). Las curvas de la potencia $P = \varphi(\delta)$ respectivas se muestran en la fig. 8.34, y la dependencia $\delta = f(t)$, en la fig. 8.35.

El análisis de las correlaciones obtenidas muestra que al disminuir la perturbación (x_3 grandes) la influencia del sitio de aplicación en el carácter de la perturbación decrece y para perturbaciones pequeñas prácticamente desaparece.

Ejemplo 8.2. Una central funciona mediante una línea de transmisión a un sistema receptor de potencia infinita (fig. 8.36). Los parámetros de la central y la línea de transmisión son los siguientes (por unidad): $x_{d\Sigma} = 1,5$; $E_q = 1,07$; $U = 1$; $T_J = 15$ s.

1. Hacer la prueba de la estabilidad del sistema, hallar la frecuencia y el período de las oscilaciones propias (naturales) en diferentes regímenes sin considerar el momento de amortiguamiento.

2. Trazar la dependencia de variación del ángulo en el tiempo para una desviación del rotor en 1° con respecto a la posición del régimen permanente y $\delta_0 = 0, 60, 90$ y 100° .

Solución. Establecer el carácter del proceso transitorio, al averiguar si el sistema es estable o inestable en presencia de una perturbación pequeña, al igual que trazar las curvas del proceso transitorio es posible empleando el método de las oscilaciones pequeñas.

Analicemos primero el transcurso del proceso sin considerar el momento de amortiguamiento [$P_d = 0$]. Para determinar la variación del ángulo en el tiempo hallemos las raíces de la ecuación (8.15) que van a ser (para $c_1 > 0$)

$$p_{1,2} = \pm j \sqrt{c_1/T_J} = \pm j\gamma.$$

Las constantes arbitrarias A_1 y A_2 en la ecuación (8.15a) se determinan de las condiciones iniciales: $\Delta\delta_{t=0} = \Delta\delta_0$, $(d\delta/dt)_{t=0} = 0$. La primera y segunda condiciones, respectivamente, permiten determinar que

$$A_1 + A_2 = \Delta\delta_0; p_1 A_1 + p_2 A_2 = 0.$$

Resolvámoslas conjuntamente: $A_1 = A_2 = \Delta\delta_0/2$. Obtenemos que

$$\Delta\delta = \Delta\delta_0 (e^{j\gamma t} + e^{-j\gamma t})/2 = \Delta\delta_0 \cos \gamma t,$$

o sea que el sistema es estable.

Cuando $\delta > 90^\circ$, $c_1 < 0$ y $p_{1,2} = \pm \gamma$

$$\Delta\delta = \Delta\delta_0 (e^{\gamma t} + e^{-\gamma t})/2,$$

el sistema es inestable; $\delta = 90^\circ$ es el caso crítico, o sea el límite se encuentra entre los regímenes estable e inestable.

Analicemos regímenes concretos. Supongamos que el ángulo $\delta_0 = 0$. La potencia sincronizante es

$$c_1 = \frac{E_q U}{x_{d\Sigma}} \cos \delta_0 = \frac{1,07 \cdot 1}{1,5} \cos 0^\circ = 0,713.$$

Conforme a (8.18) la frecuencia angular de las oscilaciones es

$$\gamma = \sqrt{0,713 \cdot 314/15} = 3,86 \text{ rad/s, además } f = 0,614 \text{ Hz.}$$

Conforme a (8.20) el período de las oscilaciones es

$$T = 1/0,614 = 1,63 \text{ s.}$$

La ecuación de movimiento del rotor del generador es

$$\Delta\delta = \Delta\delta_0 \cos 3,86 t,$$

donde t se expresa en segundos.

La gráfica de $\Delta\delta_* = f(t)$ para $\delta_0 = 0$ se muestra en la fig. 8.37 (curva 1). Para $\delta_0 = 60^\circ$ tenemos los siguientes valores: $c_1 = 0,356$, $\gamma = 2,73 \text{ rad/s}$, $f = 0,435 \text{ Hz}$, $T = 2,3 \text{ s}$, $\Delta\delta = \Delta\delta_0 \cos 2,73 t$, donde t se expresa en segundos. La gráfica $\Delta\delta_* = f(t)$ también se muestra en la fig. 8.37 (curva 2).

Para $\delta_0 = 90^\circ$ el análisis del régimen desde el punto de vista práctico no tiene sentido, ya que es límite y la perturbación más pequeña lleva el sistema a ángulos $\delta > 90^\circ$ o bien $\delta < 90^\circ$.

Analicemos el régimen para $\delta_0 = 91^\circ$. En este régimen la potencia sincronizante es cercana a cero y, por consiguiente, $\gamma \approx 0$, $p_{1,2} \approx 0$, $T \approx \infty$. Después de reemplazar $p_{1,2} = 0$ en la ecuación de movimiento obtenemos

$$\Delta\delta = \Delta\delta_0 (e^{0t} + e^{0t})/2.$$

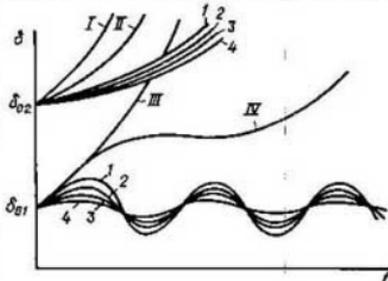


Fig. 8.35. Curvas $\delta = f(t)$ para las condiciones que corresponden a las figs. 8.33 y 8.34

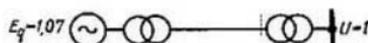


Fig. 8.36. Esquema del sistema

De esta manera, cuando $\delta_0 \approx 90^\circ$ el ángulo δ varía tan lentamente que en el primer momento se puede considerar que conserva su valor inicial (fig. 8.37, curva 3).

Comparando las curvas $\Delta\delta_*(t)$ para distintos ángulos iniciales δ_0 , se puede observar que con el aumento de δ_0 , o sea la potencia transmitida, el período de las oscilaciones propias aumenta, alcanzando un valor infinitamente grande cuando $\delta_0 = 90^\circ$.

Para $\delta_0 = 100^\circ$ la potencia sincronizante es

$$c_1 = (1,07/1,5) \cos 100^\circ = -0,124.$$

Las raíces de la ecuación característica son

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{0,124 \cdot 314/15} = \pm 1,61.$$

La variación del ángulo $\Delta\delta(t)$ en este caso se describe por la ecuación

$$\Delta\delta_* = \Delta\delta_0 (e^{1,61t} + e^{-1,61t})/2,$$

donde t se expresa en segundos. La gráfica $\Delta\delta_* = f(t)$ se da también en la fig. 8.37 (curva 4). El ángulo aumenta continuamente, lo cual está condicionado por el primer sumando de la ecuación

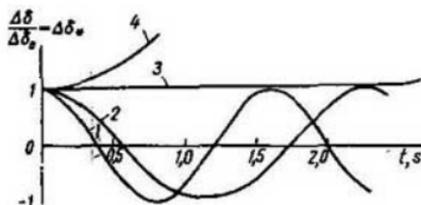


Fig. 8.37. Variación del ángulo $\Delta\delta_* = f(t)$ sin tener en cuenta el devanado de amortiguamiento: 1, para $\delta_0 = 0^\circ$; 2, $\delta_0 = 60^\circ$; 3, $\delta_0 = 90^\circ$; 4, $\delta_0 = 100^\circ$

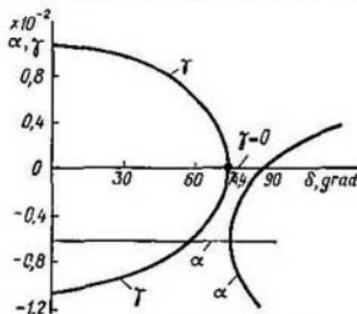


Fig. 8.38. Variación de las raíces $r_{1,2} = -\alpha \pm j\gamma$

ción de movimiento. El segundo sumando decrece en forma exponencial con una constante de tiempo $T = 1/1,61 = 0,62$ s, ejerciendo una influencia notoria sólo en la etapa inicial del proceso.

Analicemos el proceso considerando el momento de amortiguamiento. Cuando $P_d \neq 0$, las raíces de la ecuación (8.15) se determinan de la expresión (8.17). El carácter de la variación de las partes real e imaginaria de las raíces para el caso dado se muestra en la fig. 8.38. La parte imaginaria se hace cero en el régimen cuando las expresiones subradicales en (8.17) cambian de signo, o sea cuando

$$c_1/T_j = P_d^2/(4T_j) \text{ o bien } \delta_0 = \arccos \{ (P_d^2/4T_j)(x_d \Sigma/E_Q U) \}.$$

En el caso analizado la parte imaginaria se hace igual a cero cuando $\delta_0 = 74,4^\circ$. Para ángulos δ_0 menores que $74,4^\circ$, el carácter de la atenuación de $\Delta\delta_*$ es periódico, ya que $\gamma \neq 0$; para ángulos mayores que $74,4^\circ$, es aperiódico, ya que $\gamma = 0$.

Para un proceso periódico la ecuación (8.15a) se puede transformar a una forma que es más cómoda para realizar los cálculos:

$$\Delta\delta_* = (\Delta\delta_0/\gamma) e^{-\alpha t} \sqrt{\alpha_0} \operatorname{sen}(\gamma t + \psi_0),$$

donde

$$\psi_0 = \arctg(\gamma/\alpha); \alpha_0 = c_1/T_j.$$

Las curvas del proceso transitorio trazadas para los regímenes con diferentes δ_0 se muestran en la fig. 8.39. En los regímenes cuando $\delta_0 = 0$ y $\delta_0 = 60^\circ$ el carácter del proceso es periódico, sin embargo, el período de oscilación es mayor que en los mismos regímenes pero analizados sin considerar el momento de amortiguamiento. Para $\delta_0 = 80^\circ$ el proceso es aperiódico. Cuando $\delta_0 \approx 90^\circ$ el ángulo se mantiene casi invariable durante el tiempo analizado, al igual que en au-

sencia del momento de amortiguamiento. Para $\delta_0 = 100^\circ$, el ángulo crece continuamente, sin embargo, la acción del momento de amortiguamiento conlleva a un crecimiento más lento del ángulo.

Ejemplo 8.3. En una central que funciona a través de una línea de transmisión a un sistema de potencia infinita, se instalan reguladores de excitación de tipo proporcional con regula-

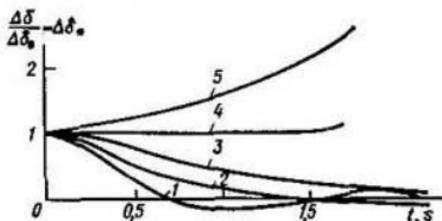


Fig. 8.39. Variación del ángulo $\Delta\delta_0 = f(t)$ calculado teniendo en cuenta el devanado de amortiguamiento:

1, para $\delta_0 = 0^\circ$; 2, $\delta_0 = 60^\circ$; 3, $\delta_0 = 80^\circ$; 4, $\delta_0 = 90^\circ$; 5, $\delta_0 = 100^\circ$

ción según la desviación de la tensión. Los parámetros del sistema y del régimen inicial son los siguientes: $x_{d\Sigma} = 1,486$; $x'_{d\Sigma} = 0,848$; $x_s = 0,504$; $T_f = 7,5$ s; $T'_d = 2,85$ s; $T_e = 2$ s; $K_{OU} = 30$; $\hat{P}_0 = 1$; $E_{q0} = 1,972$; $U_s = 1$; $\delta_0 = 49^\circ$.

Hallar el límite de estabilidad estática.

Solución. Simplifiquemos el problema, sustituyendo la tensión total por su componente en cuadratura ($U_{G0} \approx U_{Gq0}$):

$$U_{Gq0} = \frac{x_s}{x_{d\Sigma}} E_{q0} + \frac{x_{d\Sigma} - x_s}{x_{d\Sigma}} U_s \cos \delta_0 = \frac{0,504}{1,486} 1,972 + \frac{1,486 - 0,504}{1,486} \cdot 1 \cdot 0,656 = 1,102.$$

Luego escribamos [después de la transformación de (8.12)]

$$K_{OU \text{ máx}} = \frac{x_{d\Sigma} - x'_{d\Sigma}}{x'_{d\Sigma} - x_s} \frac{1 + T_e^2 \omega_0 (c_2 T'_d + c_1 T_e) / [T_f (T'_d + T_e)]}{1 + T_e (x_{d\Sigma} - x_s) x'_{d\Sigma} / [(T'_d (x'_{d\Sigma} - x_s) x_{d\Sigma}]}$$

Igualando este valor al dado ($K_{OU} = 30$), abriendo los paréntesis para c_1 , c_2 y reemplazando en ellas

$$E_q = E_{q0} - K_{OU} (U_{Gq} - U_{Gq0}) = \frac{E_{q0} + K_{OU} \{U_{Gq0} - [(x_{d\Sigma} - x_s) / x_{d\Sigma}] U_s \cos \delta\}}{1 + K_{OU} x_s / x_{d\Sigma}}$$

obtenemos una ecuación cuadrática con respecto al $\cos \delta$, de donde hallamos el ángulo límite permisible (según las condiciones de autoimpulsión) $\delta_{lím}$. Reemplacemos los valores de los parámetros del sistema y el régimen dado:

$$\begin{aligned} & \left[30 \frac{(1,486 - 0,504) \cdot 1^2 \cdot (2,85 + 2)}{(1,486 + 0,504 \cdot 30) \cdot 1,486} + 1^2 \frac{1,486 - 0,848}{1,486 \cdot 0,848} \cdot 2,85 \right] \cos^2 \delta_{lím} - \\ & \frac{1(1,972 + 30 \cdot 1,102)(2,85 + 2)}{1,486 + 0,504 \cdot 30} \cos \delta_{lím} - 1^2 \frac{1,486 - 0,848}{1,486 \cdot 0,848} \cdot 2,85 + \\ & + \left[30 \left(1 + \frac{2}{2,85} \cdot \frac{1,486 - 0,504}{0,848 - 0,504} \cdot \frac{0,848}{1,486} \right) \frac{0,848 - 0,504}{1,486 - 0,848} - 1 \right] \frac{7,5(2,85 + 2)}{2^2 \cdot 314} = 0, \end{aligned}$$

o bien

$$\cos^2 \delta_{lím} - 1,41 \cos \delta_{lím} - 0,0176 = 0,$$

de donde $\cos \delta_{lím} = -0,046$ y $\delta_{lím} = 92,6^\circ$.

La curva de $P = f(\delta)$ se define por la expresión

$$P = (E_q U_s / x_{d\Sigma}) \sin \delta = (E_q / 1,486) \sin \delta.$$

Luego obtenemos

$$E_q = \frac{1,972 + 30 \left(1,102 - \frac{1,486 - 0,504}{1,486} \cdot 1 \cdot \cos \delta \right)}{1 + (0,504/1,486) 30} = \frac{35,03 - 19,8 \cos \delta}{11,2}$$

Variando los valores de δ hallamos una serie de valores de E_q y trazamos la dependencia $P = \varphi(\delta)$ según la cual al valor límite del ángulo $\delta_{\text{lim}} = 92,6^\circ$ le corresponde la potencia $P_{\text{lim}} \approx 2,18$.

Ejemplo 8.4. En una central que funciona a través de una transmisión larga a un sistema de potencia infinita para garantizar el cumplimiento de las condiciones de estabilidad estática se realiza el ajuste de los RAE a.p. los cuales reaccionan a la desviación de la tensión y tienen para la estabilización un enlace de retroalimentación flexible que abarca la excitatriz.

Hallar la región de los parámetros de ajuste $T_e = T_{e0} + K_{\text{ERF}}$, K_{0U} que aseguran la estabilidad estática del sistema regulado que funciona en el régimen $\delta_0 = 90^\circ$, $U_G = U = 1$ y que tiene los siguientes parámetros (la máquina sincrónica es de polos no salientes): $x_d = 0,7$; $x'_d = 0,3$; $T_{d0} = 5$ s; $T_J = 17$ s; $x_B = 1,5$.

Solución. Empleemos el método de D -división expuesto detalladamente más arriba. Asumamos la forma de escritura de las ecuaciones iniciales en la que el tiempo se expresa en segundos, los ángulos, en radianes, la potencia, tensión, impedancias, por unidad. En este caso el valor numérico de T_J (segundos) que se incluye en la ecuación se determina como

$$T_J = \frac{1}{2\pi f} T_J = 17/314 = 0,054.$$

Los cálculos de la curva de D -división los vamos a realizar conforme a las ecuaciones de los parámetros. Las derivadas parciales que entran en dicha ecuación se calculan mediante las expresiones simplificadas para $U_G = U = 1$, $\delta_0 = 90^\circ$:

$$c_1 = 0; \quad c_2 = (x_d - x'_d)/(x_d x'_d) = (0,7 - 0,3)/(2,2 \cdot 1,8) = 0,101;$$

$$c_3 = x_d/(x_d x_B) = 0,7/(2,2 \cdot 1,5) = 0,212; \quad b_1/b_3 = (x_B/x_d) \cos \delta_G = (1,5/2,2) \cdot 0,943 = 0,647;$$

$$\cos \delta_G = \sqrt{1 - (x_d/x_B)^2} = \sqrt{1 - (0,7/2,2)^2} = 0,948; \quad T'_d = T_{d0} x'_d x_J / x_d x_B = 5 \cdot 1,8/2,2 = 4,1.$$

Reemplazando estos valores, obtenemos las expresiones

$$T_e = -4,1 [1 - 0,101/(0,054\omega^2)];$$

$$K_{0U} = - \frac{(0,054^2 \omega^4 + 4,1^2 \omega^2)(0,054\omega^2 - 0,101)^2}{0,647 \cdot 0,054\omega^2 (0,054\omega^2 - 0,212)} = - \frac{0,0834\omega^3 + 482(0,054\omega^2 - 0,101)^2}{0,054\omega^2 - 0,212}.$$

Tracemos la curva de D -división cuando ω varía desde 0 hasta $\pm \infty$ para los siguientes puntos típicos:

- $\omega = 0$; $T_e \rightarrow \infty$; $K_{0U} = 23,2$;
- $\omega_1^2 = 0,101/0,054 = 1,87$, ($\omega_1 = 1,37$); $T_e = 0$; $K_{0U} = -0,0834 \cdot 1,87/(0,054 \times 1,87 - 0,212) = 1,4$;
- punto de rotura $\omega_2^2 = 0,212/0,054 = 3,93$, ($\omega_2 = 1,98$); $T_e = -4,1 [1 - 0,101/(0,054 \cdot 3,93)] = -2,15$; $K_{0U} \rightarrow \pm \infty$;
- $\omega \rightarrow \infty$; $T_e = -4,1$; $K_{0U} \rightarrow -\infty$;
- las frecuencias correspondientes a los extremos de la curva de D -división, cuando $0 < \omega < \omega_2$ y $\omega_2 < \omega < \infty$ se encuentran de la condición $d^2 K_{0U}(\omega)/d\omega^2 = 0$;

$$\omega_3^2 = 1,77, (\omega_3 = 1,33); \quad \omega_4^2 = 6,08, (\omega_4 = 2,46).$$

Hallemos las coordenadas de los puntos de la curva de D -división para ω_3 y ω_4 : cuando $\omega_3 = 1,33$ $T_e = -4,1 [1 - 0,101/(0,054 \cdot 1,77)] = 0,226$;

$$K_{0U} = -[0,0834 \cdot 1,77 + 482(0,054 \cdot 1,77 - 0,101)^2]/(0,054 \cdot 1,65 - 0,212) = 1,4;$$

cundo $\omega_4 = 2,46$ $T_e = -4,1 [1 - 0,101/(0,054 \cdot 6,08)] = -2,84$;

$$K_{0U} = -[0,0834 \cdot 6,08 + 482(0,054 \cdot 6,08 - 0,101)^2]/(0,054 \cdot 6,08 - 0,212) = -218.$$

Destaquemos las rectas singulares en los puntos $\omega = 0$ y $\omega \rightarrow \infty$ y marquemoslas en el plano de los parámetros de ajuste conjuntamente con los puntos típicos:

- $\omega = 0$, $a_n = 0$, $K_{0U} = -(c_1/c_3)(b_3/b_1) = 0$; b) $\omega \rightarrow \infty$, $a_0 = 0$, $T_e = 0$.

El sombreado de la curva de D -división se realiza según las reglas [3] en dependencia del signo del determinante principal:

$$\Delta = -(b_1/b_0) \omega (T_J \omega^2 - c_1) (T_J \omega^2 - c_2) = -0,0347 \omega^3 (0,054 \omega^2 - 0,212).$$

En virtud de que para $0 < \omega < \omega_2$ la magnitud $\Delta > 0$, con el aumento de ω desde 0 hasta ω_2 la curva de D -división se sombrea por la izquierda. Cuando $\omega > \omega_2$ el signo del determinante principal cambia y parte de la curva de D -división para $\omega_2 < \omega < \infty$ se sombrea por la derecha *). Las rectas singulares se sombrea de acuerdo a las reglas, como se muestra en la fig. 8.40. La marcación de las regiones de D -división (el número entre paréntesis significa el número de raíces en el semiplano derecho de las raíces de la ecuación característica) resalta la región $D(0)$ que es la región de estabilidad estática dentro de la cual se ubican los valores de los parámetros de ajuste del regulador.

Notemos que la frontera de la región de estabilidad estática dada en la sección $0 < \omega < \omega_2$ es aproximada y en caso de si es necesario precisarla hay que realizar cálculos adicionales, tomando unos cuantos valores intermedios en dicho diapasón (en la fig. 8.40 sobre la curva de D -división se anotan los puntos con las frecuencias $\omega=0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,5; 1,6$).

Ejemplo 8.5. Una central funciona mediante una transmisión a un sistema de potencia infinita.

Elejir el ajuste del RAE a.r que reacciona a la desviación de la primera y segunda derivadas de la corriente de la línea.

Solución. Supongamos que la ecuación característica del sistema y sus coeficientes son conocidos:

$$D(p) = a_5 p^5 + a_4 p^4 + a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 + (\Delta_{2I} p^2 + \Delta_{0I}) (K_{0I} + K_{1I} p + K_{2I} p^2) = 0.$$

Supongamos que los valores de los coeficientes están prefijados en dependencia del régimen, es decir $a_i = \varphi_i(\delta_L)$, donde $i = 1, \dots, 5$; $\Delta_{2I} = \varphi_{2I}(\delta_L)$ y $\Delta_{0I} = \varphi_{0I}(\delta_L)$, donde δ_L es el ángulo entre los vectores de la tensión al comienzo de la línea y el sistema receptor.

El coeficiente de amplificación mínimo para la desviación de la corriente se elige partiendo de las condiciones que garantizan que el término independiente de la ecuación característica

$$a_0 + K_{0I} \Delta_{0I} \geq 0 \text{ o bien } K_{0I \min} = -a_0 / \Delta_{0I} = -\varphi_0(\delta_L) / \varphi_{0I}(\delta_L).$$

Para cualquier valor de δ_L se puede calcular el valor de K_{0I} . Cuando se dan los parámetros del sistema para el ángulo $\delta_L = 90^\circ$, el valor de $K_{0I \min} = 0,5$.

Si K_{0I} es conocido, entonces en $D(p)$ se tienen sólo dos incógnitas: K_{2I} y K_{1I} . Después de reemplazar $p = j\omega$ y transformaciones similares a las mostradas en el ejemplo (8.4), obtenemos:

$$K_{1I} = (a_0 \omega^4 - a_2 \omega^2 + a_4) / (\Delta_{2I} \omega^2 - \Delta_{0I});$$

$$K_{2I} = -(a_1 \omega^4 - a_3 \omega^2 + a_5) / [\omega^2 (\Delta_{2I} \omega^2 - \Delta_{0I}) + K_{0I} \omega^2].$$

Las fronteras de D -división calculadas se ven en la fig. 8.41. La prueba según el criterio de Routh mostró que la zona limitada por la curva de D -división es la región de estabilidad. El ajuste del regulador debe ser elejido dentro de la región común para todos los regímenes (en la fig. 8.41 está sombreada).

Ejemplo 8.6. Una transmisión larga tiene una subestación intermedia en la cual hay instalados compensadores sincrónicos (fig. 8.42). El circuito equivalente tiene los siguientes pa-

* Devido a que el determinante principal es una función impar $\Delta(\omega) = -\Delta(-\omega)$, entonces al haber variación del signo ω (desde $-\infty$ hasta 0), el sentido del sombreado cambia y la curva de D -división resulta sombreada dos veces.

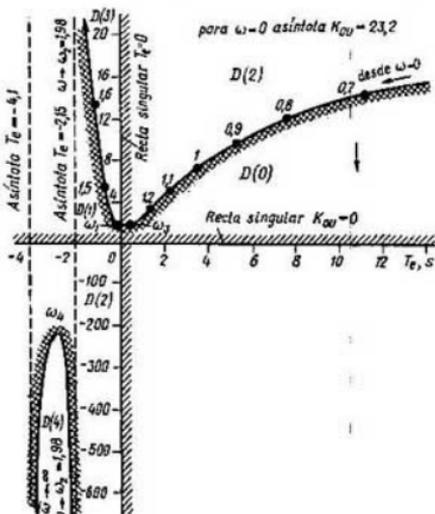


Fig. 8.40. Construcción de las regiones de estabilidad

rámetros (fig. 8.43): $x_L = 0,552$; $x_s = 4$; $y_{13} = y_{23} = 1,81$; $y_{33} = y'_{22} = 1,56$; $x_T = 0,40$.
 Para $\Delta x = x_d = 7,93$ los valores de $y_{13} = 1,01$; $y_{14} = 0,067$.
 Para $\Delta x = x'_d = 1,20$ los valores de $y_{13} = 0,880$; $y_{14} = 0,304$.
 Para $\Delta x = 0$ los valores de $y_{13} = 0,585$; $y_{14} = 0,805$.
 Los parámetros del régimen inicial: $P_0 = 1,1$; $U_1 = U_2 = U_3 = 1$; $\delta_0 = 37,4^\circ$.
 Determinar los límites de la potencia transmitida según la condición de estabilidad estática para diferentes tipos de regulación de la excitación del compensador sincrónico; a)

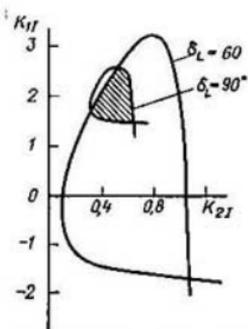


Fig. 8.41. Regiones de estabilidad

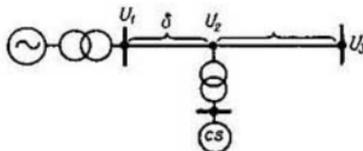


Fig. 8.42. Sistema analizado

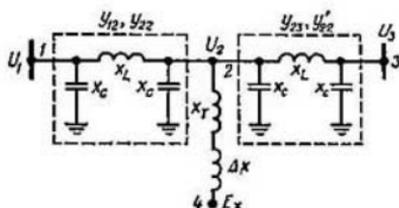


Fig. 8.43. Circuito equivalente

ausencia de regulación; b) para un RAE a.r, c) para un RAE a.r que garantice la invariabilidad de la tensión en las salidas del compensador sincrónico, d) lo mismo que en el punto c) pero considerando la influencia del corrector de tensión que mantiene constante el nivel de la tensión en el punto de conexión del compensador sincrónico en la línea.

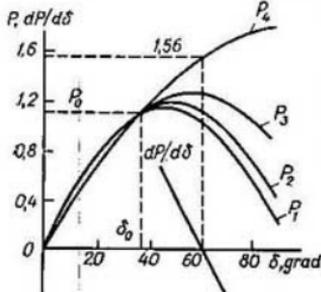


Fig. 8.44. Curvas de la potencia para diferentes métodos de regulación:

P_1 , sin RAE; P_2 , RAE a.p; P_3 , RAE sin corrector; P_4 , lo mismo pero con corrector de la tensión

La tensión al comienzo y al final de la línea se consideran constantes.

Solución. La potencia límite transmitida, según la condición de estabilidad estática, para una regulación de la excitación correspondiente a las condiciones del problema de los puntos a) y c) se puede hallar como el máximo de la curva de la potencia:

$$P = y_{13} U_1 U_3 \text{ sen } \delta_{13} + y_{14} U_1 E_x \text{ sen } \delta_{14}.$$

En ausencia de regulación de la excitación $E_x = E_q$ y para determinar las admitancias mutuas y_{13} e y_{14} el compensador sincrónico se representa por una reactancia sincrónica, o sea $\Delta x = x_d$.

La magnitud E_q se determina de las condiciones de balance de las potencias reactivas en el punto nodal:

$$Q_{c.s} = 2Q_L = 2(y_{22} U_2^2 - y_{12} U_1 U_2 \cos \delta_0).$$

Hallemos la f.e.m.:

$$E_q = U_2 + (x_T + x_d) D_{c.a.s} / U_2.$$

Tracemos la curva de la potencia P_1 en la fig. 8.44. El límite de la potencia transmitida en ausencia del RAE en el compensador sincrónico es igual a 1,16.

Realizando los cálculos similares cuando hay RAE a.p ($E_x = E'$; $\Delta x = x'_d$) y RAE a.r sin corrector de la tensión ($E_x = U_{c.s}$; $\Delta x = 0$) hallemos los límites de la potencia P_2 y P_3 que son, respectivamente, iguales a 1,20 y 1,28.

En presencia del RAE a.r con corrector de tensión que mantiene constante el nivel de la tensión en el punto de conexión del compensador sincrónico en la línea, la curva de la potencia

puede construirse según la fórmula

$$P = y_{12} U_1 U_2 \text{ sen } \delta.$$

El máximo de la curva P_4 tiene lugar cuando $\delta = 90^\circ$.

El límite de estabilidad lo hallaremos según el criterio de estabilidad $dP/d\delta > 0$. Diferenciando la expresión de la potencia según el ángulo δ , siendo la f.e.m. E_x constante (en el caso dado igual a $U_{c.s}$) obtenemos

$$dP/d\delta = 2y_{12} U_1 U_2 \cos 2\delta + y_{14} U_1 U_{c.s} \cos \delta, \text{ donde } U_{c.s} = U_2 + x_T Q_{c.g}/U_2.$$

Trazada la curva de la potencia sincronizante hallaremos el ángulo límite de acuerdo a la condición de estabilidad estática, que corresponde a $dP/d\delta = 0$, y la potencia que le corresponde $P_4 = 1,56$. Esta potencia es la potencia límite transmitida según las condiciones de estabilidad estática cuando en los compensadores sincrónicos se instalan RAE a.r que garantizan el límite de estabilidad estática asegurado por la invariabilidad de la tensión en las salidas del compensa-

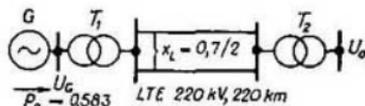


Fig. 8.45. Esquema del sistema

dor sincrónico. Además, se supone que con ayuda del corrector de tensión el nivel de ella en el punto de conexión del compensador sincrónico se mantiene constante.

Comparando los límites de la potencia transmitida para diferentes RAE, se puede observar que una regulación efectiva de la excitación de los compensadores sincrónicos intermedios es la regulación mediante RAE a.r con corrector.

Ejemplo 8.7. Una central funciona mediante una transmisión a un sistema de potencia infinita. El esquema del sistema se muestra en la fig. 8.45. Los parámetros del generador y de los transformadores son: $x_d = 1,8$; $x'_d = 0,461$; $x_{T1} = 0,197$; $x_{T2} = 0,142$; $Q_{02} = Q_0 = 0,362$.

Determinar la reserva de estabilidad estática del sistema en los siguientes casos: a) en ausencia de RAE, b) en presencia de RAE a.p. c) en presencia de RAE a.r.

Solución. a) En ausencia del RAE, el límite de la potencia transmitida se determina partiendo de la condición de que la f.e.m. sincrónica es constante: $E_q = \text{const}$; $U_0 = 1$.

La sumatoria de reactivas de la transmisión es

$$x_{d\Sigma} = x_d + x_{T1} + x_L/2 + x_{T2}.$$

Reemplazando los valores de las reactivas hallemos $x_{d\Sigma} = 2,49$.

La f.e.m. sincrónica es

$$E_q = \sqrt{(U_0 + Q_0 x_{d\Sigma}/U_0)^2 + (P_0 x_{d\Sigma}/U_0)^2} = 2,39.$$

El límite de la potencia transmitida es

$$P_{11m} = E_q U_0 / x_{d\Sigma} = 0,96.$$

El coeficiente (factor) de reserva de estabilidad estática es

$$K_r = (P_{11m} - P_0) / P_0 = 0,65.$$

b) Cuando en los generadores se instalan RAE a.p. el límite de la potencia transmitida y de la estabilidad se pueden determinar, aproximadamente, partiendo de que la f.e.m. es constante detrás de la reactancia: $E' = \text{const}$. En este caso

$$x'_{d\Sigma} = x'_d + x_{T1} + x_L/2 + x_{T2} = 1,15;$$

$$E' = \sqrt{(U_0 + Q_0 x'_{d\Sigma}/U_0)^2 + (P_0 x'_{d\Sigma}/U_0)^2} = 1,57;$$

$$P_{11m} = E' U_0 / x'_{d\Sigma} = 1,365; \quad K_r = (P_{11m} - P_0) / P_0 = 1,34.$$

c) Los RAE a.r en dependencia del ajuste aseguran la invariabilidad de la tensión ya sea en las salidas del generador o al comienzo de la línea. Determinemos el límite de estabilidad, asumiendo que $U_G = \text{const}$.

La reactancia total del sistema es

$$x_0 = x_{T1} + x_L/2 + x_{T2} = 0,689.$$

La tensión en las salidas del generador es

$$U_G = \sqrt{(U_0 + Q_0 x_0 / U_0)^2 + (P_0 x_0 / U_0)^2} = 1,31.$$

El límite de la potencia transmitida es

$$P_{lim} = U_G U_0 / x_0 = 1,90.$$

El coeficiente de reserva de estabilidad estática es

$$K_r = (P_{lim} - P_0) / P_0 = 2,26.$$

Comparando los resultados de los cálculos se puede ver que en presencia de RAE a.p se garantiza una reserva de estabilidad estática en 0,69 mayor que sin RAE. Cuando hay RAE a.r la reserva aumenta aún más, en 0,92. El crecimiento del límite de la potencia transmitida está condicionado por el hecho de que los RAE de forma completa (RAE a.r) o parcial (RAE a.p) eliminan la influencia de las reactancias propias de los generadores en el límite de la potencia transmitida y de la estabilidad estática (para los supuestos asumidos).

Ejemplo 8.8. Mostrar que en un sistema «dos centrales—carga» cuando se estudia la estabilidad mutua de las dos centrales, sin analizar su movimiento con respecto a un eje de sincronismo, se excluye parte de las raíces de la ecuación.

Solución. Representemos $\Delta\delta_{12}$ como la diferencia de $\Delta\delta_1 - \Delta\delta_2$, entonces

$$T_{J1} p^2 \Delta\delta_1 + a_1 \Delta\delta_1 - a_1 \Delta\delta_2 = 0; \quad T_{J2} p^2 \Delta\delta_2 + a_2 \Delta\delta_1 - a_2 \Delta\delta_2 = 0.$$

Sustituyendo en la primera ecuación $\Delta\delta_2$ hallado de la segunda ecuación, obtenemos

$$\Delta\delta_1 \{ (T_{J1} T_{J2} / a_1) p^4 + T_{J2} p^2 - T_{J1} (a_2 / a_1) p^2 \} = 0,$$

de donde $\Delta\delta_1 = 0/D(p)$, siendo $D(p) = p^2 \{ p^2 + (a_1 / T_{J1} - a_2 / T_{J2}) \} = 0$.

La ecuación característica tiene la forma

$$p^2 (p^2 + \alpha) = 0.$$

Considerar el movimiento mutuo (en lugar del movimiento con respecto al eje de sincronismo) significa que dos raíces $p^2 = 0$ se omiten.

Ejemplo 8.9. Hallar las condiciones de estabilidad de un sistema que se compone de cuatro centrales representadas mediante f.e.m. constantes aplicadas detrás de las reactancias Δx .

Solución. Escribamos el sistema de cuatro ecuaciones diferenciales para las oscilaciones pequeñas:

$$T_{Jj} \frac{d^2 \Delta\delta_j}{dt^2} + \frac{\partial P_j}{\partial \delta_{12}} \Delta\delta_{12} + \frac{\partial P_j}{\partial \delta_{13}} \Delta\delta_{13} + \frac{\partial P_j}{\partial \delta_{14}} \Delta\delta_{14} = 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Restando de la primera ecuación ($j = 1$) una por una las restantes tres ecuaciones, obtenemos:

$$d^2 \Delta\delta_{12} / dt^2 + \alpha_{12}^1 \Delta\delta_{12} + \alpha_{12}^2 \Delta\delta_{13} + \alpha_{12}^3 \Delta\delta_{14} = 0;$$

$$\alpha_{13}^1 \Delta\delta_{12} + d^2 \Delta\delta_{13} / dt^2 + \alpha_{13}^2 \Delta\delta_{13} + \alpha_{13}^3 \Delta\delta_{14} = 0;$$

$$\alpha_{14}^1 \Delta\delta_{12} + \alpha_{14}^2 \Delta\delta_{13} + d^2 \Delta\delta_{14} / dt^2 + \alpha_{14}^3 \Delta\delta_{14} = 0,$$

donde α son las aceleraciones relativas.

El carácter de la variación de los ángulos relativos se puede establecer basándose en el estudio de las raíces del determinante:

$$\begin{vmatrix} p^2 + \alpha_{12}^1 & \alpha_{12}^2 & \alpha_{12}^3 \\ \alpha_{13}^1 & p^2 + \alpha_{13}^2 & \alpha_{13}^3 \\ \alpha_{14}^1 & \alpha_{14}^2 & p^2 + \alpha_{14}^3 \end{vmatrix} = 0.$$

Este determinante se desarrolla en forma de la ecuación característica

$$p^6 + a_2 p^4 + a_4 p^2 + a_6 = 0,$$

donde

$$a_2 = \alpha_{12}^2 + \alpha_{13}^2 + \alpha_{14}^2;$$

$$a_4 = \begin{vmatrix} \alpha_{13}^1 & \alpha_{13}^2 \\ \alpha_{14}^1 & \alpha_{14}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_{12}^1 & \alpha_{12}^2 \\ \alpha_{13}^1 & \alpha_{13}^2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_{12}^1 & \alpha_{12}^2 \\ \alpha_{14}^1 & \alpha_{14}^2 \end{vmatrix}; \quad a_6 = \begin{vmatrix} \alpha_{13}^1 & \alpha_{13}^2 & \alpha_{14}^1 \\ \alpha_{14}^1 & \alpha_{14}^2 & \alpha_{13}^1 \\ \alpha_{14}^1 & \alpha_{14}^2 & \alpha_{13}^1 \end{vmatrix}.$$

Para que la ecuación característica que tiene sólo potencias pares del operador p pueda transformarse a la forma normal, hagamos el reemplazo $p^2 = \rho$, entonces tendremos la ecuación

auxiliar

$$\rho^3 + a_2\rho^2 + a_4\rho + a_6 = 0,$$

la cual puede estudiarse por cualquiera de los métodos conocidos. Si las raíces de la ecuación auxiliar fuesen reales y negativas, entonces las raíces de la ecuación característica serían imaginarias ($p = \sqrt{p}$) y los ángulos mutuos $\Delta\delta_{jn}$ después de la perturbación realizarían oscilaciones no amortiguadas. Cualesquiera otras raíces (excepto negativas) provocarían la aparición de componentes crecientes de los ángulos $\Delta\delta_{jn}$. Por consiguiente, para la estabilidad del sistema es necesario y suficiente que las raíces de la ecuación auxiliar sean reales y negativas. Para que en el sistema de cuatro centrales esta condición se cumpla se necesitan las siguientes correlaciones entre los coeficientes de la ecuación: $a_2 > 0$; $a_4 > 0$; $a_6 > 0$; $a_2a_4 - a_6 > 0$.

Un análisis más detallado de este problema se puede hallar en la bibliografía [4].

Preguntas de control

- 8.1. ¿Qué enfoques existen para determinar la estabilidad estática? ¿Qué tienen ellos en común?
- 8.2. Enumere las particularidades del problema del análisis y la síntesis en el estudio de la estabilidad.
- 8.3. ¿Cuáles son las particularidades físicas de los procesos transitorios que condicionan la estabilidad estática?
- 8.4. ¿Qué es la linealización en la primera aproximación y en los estudios de cuáles procesos se emplea?
- 8.5. ¿En qué se diferencia el carácter de los movimientos estudiados cuando se analiza la estabilidad estática y dinámica?
- 8.6. ¿En qué consiste lo esencial de los dos teoremas fundamentales de Liapunov?
- 8.7. Con ayuda de la tabla 8.1 hágase un análisis de la ubicación de las raíces de la ecuación característica en el plano complejo y el movimiento relativo del rotor del generador.
- 8.8. ¿Qué son los criterios de estabilidad? ¿Cuáles de ellos son directos y cuáles indirectos? (¿el de Hurwitz? ¿el de Mijáilov? ¿el de D -división?)
- 8.9. ¿Cómo se forma la ecuación característica?
- 8.10. ¿Cómo se determinan los valores máximos y mínimos del coeficiente de amplificación (ganancia)?
- 8.11. ¿Cómo se refleja matemáticamente en la ecuación característica el efecto de la regulación automática?
- 8.12. ¿Cómo influye el amortiguamiento positivo y negativo en el carácter del proceso transitorio y en el límite de estabilidad?
- 8.13. ¿Por qué el límite de la estabilidad estática de un sistema no regulado se determina cuando $c_1 = 0$ ($E'_q = \text{const}$) y no cuando $c_2 = 0$ ($E'_q = \text{const}$)? Parecería más lógico determinarlo cuando $E'_q = \text{const}$, debido a que aparecen las corrientes libres durante el movimiento del rotor.
- 8.14. ¿Cuál es más o menos el orden de los valores de la frecuencia y el período de las oscilaciones propias (durante el movimiento en «pequeños»)?
- 8.15. ¿Cuál es la naturaleza y los indicios matemáticos de la autoimpulsión?
- 8.16. ¿Cuál es la naturaleza y los indicios matemáticos de la autoexcitación?
- 8.17. Comente la tabla 8.1 indicando las condiciones de cada tipo de inestabilidad.
- 8.18. Muestre que todos los criterios prácticos son equivalentes a la condición del paso por cero del término independiente de la ecuación característica.
- 8.19. ¿En qué casos durante el análisis de la estabilidad estática por el método de las oscilaciones pequeñas se considera sólo el movimiento relativo y, respectivamente, la estabilidad relativa?
- 8.20. ¿Por qué en el criterio de estabilidad de dos centrales $\alpha_{12} = 0$ se incluyen las constantes de inercia, aunque comúnmente la «estabilidad en pequeños» no depende de las inercias?
- 8.21. ¿En qué consiste la particularidad del cálculo por el método de las oscilaciones pequeñas de un sistema complejo considerado como posicional?

Temas para las ponencias

1. Simultaneidad de los cálculos de estabilidad estática con los cálculos del régimen normal.
2. Liapunov y su teoría de la estabilidad, su aplicación a los problemas técnicos y electroenergéticos.
3. Evaluación de la estabilidad estática mediante los criterios prácticos y los métodos de las oscilaciones pequeñas.
4. Influencia del amortiguamiento y de los procesos transitorios electromagnéticos en el límite de la estabilidad estática.

Variaciones de la frecuencia y la potencia en los sistemas eléctricos de potencia

9.1. Característica general del problema

En un sistema eléctrico de potencia compuesto de una serie de centrales y cargas se pueden distinguir las siguientes variaciones de la frecuencia:

a) rápidas y medias (instantáneas o corrientes), que transcurren durante el proceso transitorio y están relacionadas con la variación de la velocidad de los generadores, que aparece por causa de la influencia de los desbalances de los momentos de rotación en los ejes de los generadores;

b) relativamente lentas (valores medios) típicas para todo el sistema que se determinan por la inercia equivalente de todas las máquinas del sistema y por la acción de los reguladores automáticos de la frecuencia de rotación (RAFR) y por los reguladores automáticos de frecuencia (RAF)*).

Variaciones rápidas. Al haber balance del momento (potencia) en el eje de cada generador del sistema eléctrico de potencia, o sea cuando $M_k = M_{mec\ k}$, donde $k = 1, 2, \dots, n$, y al girar el rotor de cada generador k a una velocidad $\omega_k = \omega_0$, todas las f.e.m., tensiones y corrientes varían con una frecuencia $f_0 = \omega_0/(2\pi)$.

Sin embargo, durante el funcionamiento del sistema aparecen divergencias entre las variaciones de la potencia consumida por la carga y la potencia entregada por los generadores; aparece un desbalance del momento $\Delta M = M_{mec} - M$ en el eje de cada generador, cambio de su velocidad $\Delta\omega_k = \omega_k - \omega_0 = d\delta_k/dt$ y, por consiguiente, de la frecuencia instantánea $\Delta f_k = f_k - f_0$.

En esta primera etapa del proceso transitorio electromecánico aún no actúan los reguladores de la frecuencia de rotación ni los reguladores de frecuencia. La distribución entre las centrales de la carga adicional que aparece como consecuencia de la perturbación tiene lugar en el primer momento de acuerdo con las f.e.m. y el alejamiento relativo de la central con respecto al sitio de la perturbación (o sea la admitancia mutua entre la f.e.m. de la central y el punto donde se aplica la perturbación). Luego los generadores comienzan a detenerse de acuerdo con los valores del incremento de la potencia y la inercia de las unidades, al mismo tiempo las máquinas que obtuvieron el mayor incremento relativo se detienen de manera más intensiva, lo cual conlleva al aumento de los ángulos relativos y a la redistribución de la carga adicional entre las centrales.

De esa manera, en la primera etapa del proceso tiene lugar una disminución (o aumento) de la frecuencia media en el sistema, además aparecen oscilaciones

* En las ediciones anteriores del libro, refiriéndose al regulador primario de la turbina, se empleó el término «regulador de velocidad», que en la presente edición se cambia conforme a las normas estatales de la URSS por «regulador de la frecuencia de rotación». A la vez, se refiere a la frecuencia de rotación de la unidad, que puede diferenciarse de la frecuencia eléctrica en el sistema, que está regulada mediante los reguladores de frecuencia.

de los generadores entre sí, al mismo tiempo que hay una nivelación de los valores inmediatos de la frecuencia de algunas centrales debida a los enlaces sincrónicos. Precisamente esta primera etapa del proceso es la que, como regla, predetermina la estabilidad o inestabilidad posterior del sistema. *Los reguladores corrientes que actúan sobre el motor primario aquí no son efectivos, a no ser que estén abastecidos de dispositivos especiales rápidos y en tales casos pueden influir en la estabilidad del sistema.*

Variaciones lentas. Al alcanzar por frecuencia el valor que sale de los límites de la zona de insensibilidad de los reguladores de la frecuencia de rotación (reguladores primarios), estos últimos entran en acción, redistribuyendo la carga adicional de acuerdo a las magnitudes inversas al estatismo de los reguladores. En dependencia de la perturbación los reguladores comienzan a funcionar pasados 0,3—2 s después del incremento de la potencia.

En la siguiente etapa del proceso ejercen influencia los reguladores de frecuencia, que son de acción lenta (reguladores secundarios) y varían los ajustes de los reguladores primarios de una o un grupo de centrales reguladoras de la frecuencia. Como resultado estas últimas asumen el desbalance de la potencia que aparece en el sistema. Cuando en el sistema hay una reserva suficiente de potencia la frecuencia se restablece hasta su valor normal.

El tiempo de acción de los reguladores de frecuencia empleados son unas cuantas decenas de segundos. Por eso es que el proceso de regulación de la frecuencia se puede considerar muy lento con relación al proceso electromecánico y a la acción de los reguladores de velocidad, a base de lo cual estos procesos en una serie de casos se pueden analizar por separado.

De esa manera, para la descripción matemática del proceso de variación de la frecuencia en el sistema después de que en él aparece algún desbalance de potencia ΔP hay que separar:

- 1) los procesos electromagnéticos y los electromecánicos relativamente rápidos durante los cuales no actúan los reguladores de la frecuencia de rotación ni los reguladores de frecuencia;
- 2) los procesos electromecánicos de velocidad media que transcurren bajo la acción de los reguladores de la frecuencia de rotación;
- 3) los procesos lentos que transcurren al funcionar los reguladores de frecuencia.

Sin embargo, la separación de las tres etapas y un análisis por separado, considerando únicamente los factores más típicos para la etapa dada, se puede hacer sólo de una forma convencional.

Durante el análisis de la segunda y tercera etapas del proceso transitorio se puede partir del supuesto de que una desviación permanente de la frecuencia en el sistema depende del balance de la potencia [véase (3.7a) y (3.7)] y está relacionada con la desviación de la potencia mediante la expresión

$$\Delta f_k = \Delta M/k_k \approx -\Delta P/k_k,$$

donde el coeficiente de proporcionalidad k_k se da en MW/Hz. A veces lo denominan energía de regulación. Cuanto mayor sea k_k , menor será la desviación de la frecuencia para la variación dada de la potencia. La magnitud inversa a k_k , se llama *estatismo de la unidad*: $1/k_k = \delta_k$. Las variaciones instantáneas de la frecuencia que aparecen durante los cambios de la carga en un comienzo son diferentes para cada generador. Después del proceso transitorio éstas se hacen iguales: $\Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f_k = \Delta f$. La sumatoria de la variación de la potencia en el sistema se puede representar como $\Delta P = k_{\Sigma} \Delta f$, donde k_{Σ} es la sumatoria de la energía de regulación.

La propagación de la variación de la frecuencia por el sistema de un punto nodal a otro transcurre según una ley compleja cuya expresión matemática aquí no vamos a estudiar*).

El carácter de la «nivelación» de la frecuencia, el cambio de sus valores en distintos puntos del sistema después de la perturbación, en lo fundamental, dependen de los parámetros de los elementos que pertenecen al sistema. Una idea

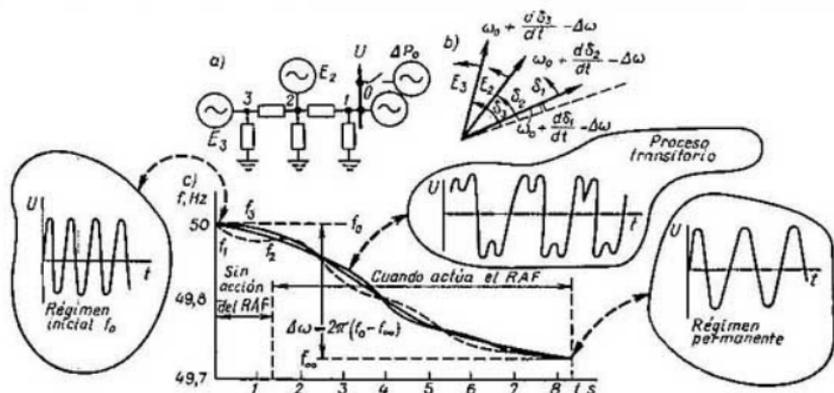


Fig. 9.1. Carácter de variación de la frecuencia en el sistema durante el aumento de la potencia ΔP_O en el punto O del esquema:

a, esquema de sistema; b, diagrama vectorial; c, dependencia $f = \varphi(t)$; f_0 , valor inicial de la frecuencia; f_∞ , valor permanente de la frecuencia (después del aumento); f_1, f_2, f_3 , frecuencias medidas en los puntos 1, 2, 3 del sistema

acerca del proceso de nivelación se puede obtener analizando la fig. 9.1, donde se muestran los valores de la frecuencia medidos en diferentes puntos del sistema después de la perturbación. Es evidente que al comienzo del proceso y al final su frecuencia (f_0, f_∞) es la misma e invariable en todos los puntos del sistema. En la realidad dicha invariabilidad es sólo un supuesto convencional. En un sistema (en su régimen permanente), constantemente tienen lugar pequeñas perturbaciones (varían las cargas, potencia de los generadores por acción de impulsos casuales y de los reguladores de velocidad o la regulación manual) y continuamente cambia la frecuencia. Un carácter típico de dichas variaciones de la frecuencia se muestra en la fig. 9.2.

Las oscilaciones de la carga sumatoria $P_{\Sigma C}$, causadas por los cambios de la frecuencia de los sistemas eléctricos de potencia se pueden dividir en tres grupos.

Oscilaciones rápidas que tienen un período de 1—3 s y una amplitud menor que $0,001 P_{\Sigma C}$ del sistema. Estas oscilaciones dependen básicamente de los desplazamientos pequeños en los rotores de los generadores, o sea de los procesos electromecánicos en los generadores del sistema. Las oscilaciones de la frecuencia causadas por las oscilaciones de la carga comúnmente son centésimas de hertzio (0,01—0,02 Hz).

* Señalemos sólo que aquí tienen lugar la suma de unas cuantas (k) magnitudes que varían de manera sinusoidal y que tienen diferentes frecuencias. Esto conlleva a que durante el paso de f_0 hasta f_∞ aparecen sumandos armónicos en las corrientes y tensiones del sistema. No obstante, comúnmente esto no se considera (véase cap. 14).

Oscilaciones medias de la carga sumatoria que tienen un período de oscilación del orden de las decenas de segundos (10—30 s) y una amplitud de $0,01P_{\Sigma C}$. Estas oscilaciones son causadas por variaciones irregulares de la potencia que tienen lugar en el proceso de funcionamiento de los consumidores del sistema (tracción, hornos, etc.). Las oscilaciones de la frecuencia provocadas por estas oscilaciones de la carga alcanzan las décimas de hertzio (0,1—0,2 Hz).

Oscilaciones lentas que transcurren con un período del orden de los minutos y decenas de minutos. Son causadas por la variación de la carga sumatoria que depende de la hora del día, fenómenos atmosféricos, tecnología de la producción y variaciones en las condiciones de vivienda (conexión de estufas, hornos, etc.).

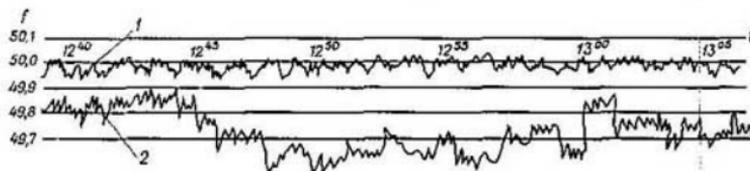


Fig. 9.2. Oscilogramas de la frecuencia en el régimen permanente del sistema: 1, 2, para una regulación automática y manual de la frecuencia, respectivamente

Calidad de la frecuencia. La frecuencia es un parámetro común para el sistema (es único para todo el sistema en el régimen permanente). La frecuencia no debe variar en más de $\pm 0,1$ Hz (para intervalos de tiempo largos), aunque por intervalos de tiempo cortos se permite el funcionamiento con desviaciones hasta de $\pm 0,2$ Hz. La desviación de la frecuencia tiene lugar cuando hay desbalance en la potencia activa consumida y generada en ausencia de reserva (véase cap. 3). Si en un sistema energético no se mantiene constante la frecuencia, se tienen grandes pérdidas:

con la disminución de la frecuencia crece la potencia consumida por los receptores industriales (o baja su productividad). Para los motores en la industria carbonífera, tracción eléctrica, etc., el valor de k es $k = 3 \dots 10$. Estudios realizados en Francia mostraron que la disminución de la frecuencia en 0,5 Hz y un funcionamiento duradero con dicha frecuencia equivale (a grandes rasgos) al descenso en 5 min de la jornada diaria de trabajo con su respectiva disminución de la producción. Para una jornada diaria de trabajo de 6...7 horas esto significa disminuir la producción de todo el país en no menos de 1...1,4%;

crecen las pérdidas en el sistema energético, en especial las relacionadas con las pérdidas en el acero;

la variación de la frecuencia influye en el régimen de las centrales y de los sistemas promoviendo una redistribución de las potencias desviándolas de las óptimas. Esto es en especial incómodo si el sistema vende energía a sistemas de otros países, ya que las desviaciones de la frecuencia van a causar variaciones en los flujos de potencia, lo cual conlleva al incumplimiento de los contratos correspondientes de suministro de la energía eléctrica. Es por eso que, por ejemplo, el sistema energético francés (EdF), que funciona en paralelo con todos los sistemas de los países vecinos, mantiene de manera rígida la frecuencia nominal *);

*) Una de las alternativas para un buen mantenimiento de la frecuencia en este caso es la creación de los «enlaces» de corriente continua, o sea líneas de corriente continua con «longitud cero». Esto es costoso y, evidentemente, es una solución inconveniente forzada. Especialmente si en las partes aisladas del sistema se permite una frecuencia diferente que origina pérdidas.

las desviaciones notorias de la frecuencia influyen negativamente en el funcionamiento de los motores primarios (turbinas) y cuando hay variaciones profundas pueden causarles daño *).

Todo lo notado exige atención al mantenimiento de la frecuencia.

9.2. Tipos de regulación y su interacción

Los tipos de regulación existentes en los sistemas eléctricos de potencia de los cuales se habló arriba tienen propiedades que se complementan unas a otras. Sus tiempos de acción comúnmente se diferencian por lo menos en un orden.

Regulador primario —RAFR (regulador automático de la frecuencia de rotación)— en el transcurso de unos cuantos segundos elimina las desviaciones pequeñas de la carga (desde el 1 hasta el 4%) con un período no menor de 1 min. Influyendo sobre la potencia de la turbina compensa la perturbación según su característica estática.

Regulador secundario —RAF (regulador automático de frecuencia)— regula la frecuencia en el sistema (comúnmente la regulación se hace de manera estática) mediante el desplazamiento paralelo de la característica estática del RAFR ejecutado por el mecanismo de variación de la frecuencia. La regulación secundaria, a diferencia de la primaria, que sólo emplea las propiedades limitadas de acumulación de la caldera y del recalentador intermedio, debe ser más potente y debe abarcar oscilaciones más grandes de la carga (más del 4% para la amplitud en un período mayor de 1 min). Esto se alcanza influyendo al mismo tiempo sobre la productividad de vapor en la unidad de la caldera y sobre las válvulas de regulación de la turbina. Es necesario tener en cuenta las posibilidades reales de la unidad: estado de sus equipos, velocidad permitida para el aumento de la carga, la cual se predetermina por las tensiones térmicas de la turbina, presión del vapor, etc. Considerar los parámetros y funciones indicadas lo puede hacer un ordenador o un dispositivo de mando especial que participa, de esta manera, en el proceso de regulación de la frecuencia. Para dicho proceso es también esencial el hecho de que las constantes de tiempo de la unidad de caldera y la turbina difieren significativamente. Por eso cuando hay aberturas grandes rápidas de las válvulas, el consumo de vapor aumenta y antes de la turbina la presión baja. Para que no se interrumpa el funcionamiento normal de la unidad de caldera y la turbina, a los reguladores existentes les agregan uno más —«el regulador de presión antes de sí mismo» (RAS). Éste limita la disminución de la presión del vapor antes de la turbina, impidiendo el crecimiento de la velocidad y el aumento de la abertura de las válvulas de regulación de la turbina **). *La función del RAS es, por consiguiente, el mantenimiento constante de la presión del vapor antes de la turbina mediante la influencia, si es necesario, sobre las válvulas reguladoras de la turbina; las cierra si la presión bajó y las abre si aumentó.*

*) Así, una serie de empresas fabricantes de turbinas consideran permisible la disminución de la frecuencia en 1% durante largo tiempo y en 2% (con relación a la nominal) durante 90 min. La duración posible del funcionamiento depende de la construcción de la turbina y, en particular, de la longitud de las paletas. En la URSS se emplea una automática que disminuye la carga de la turbina al bajar la frecuencia (cuando se llega a los 47 Hz, en el transcurso de 30 s entra a operación). Para la mayoría de las turbinas fabricadas en la Unión Soviética el diapason permitido de variaciones duraderas de la frecuencia está entre 49,0—50,5 Hz.

**) En la actualidad el empleo de los reguladores «antes de sí mismo» es muy limitado debido a las influencias desventajosas que éstos ejercen en el funcionamiento de la unidad en el sistema. Está prohibido su funcionamiento continuo y se permiten sólo para el funcionamiento en el «régimen desmejorado». La conexión de ellos durante las averías en la unidad energética depende de las exigencias del sistema.

El regulador terciario, que actúa más lentamente, realiza la distribución de la potencia entre las unidades o las centrales de acuerdo a las características económicas óptimas. Comúnmente su acción no se analiza en el proceso de variación de la frecuencia Δf . Sin embargo, si la frecuencia del sistema por un espacio de tiempo suficientemente largo se diferencia de la nominal, entonces en el regulador de la central aparece la influencia $\Delta f \lambda$, donde λ es el estatismo por frecuencia, MW/Hz, y dicho regulador da la señal al regulador terciario que, de ese modo, se incluye en el proceso de variación de la frecuencia en un sistema regulado.

El proceso transitorio de variación de la frecuencia en el sistema transcurre en función del comportamiento de los mecanismos auxiliares de consumo de las

mismas centrales termoelectricas (bombas de alimentación y circulación, ventiladores, aspiradores de humo) cuya productividad está fuertemente relacionada con la frecuencia. De su variación depende el funcionamiento del grupo de la caldera. La disminución de la frecuencia hasta el llamado valor crítico (42—45 Hz) conlleva a la detención de su funcionamiento ya que el suministro de agua a la caldera se interrumpe. Todo esto hace que durante la baja de la frecuencia decrece la potencia de la unidad según las características dinámicas mostradas en la fig. 9.3. Es importante que en el transcurso de 15—30 s después de que comience la variación de la frecuencia, la potencia no varía *).

Luego ésta cambia con retraso respecto de la frecuencia, alcanzando el valor permanente pasados 1—2 s después de que se restablezca la frecuencia. La variación de la frecuencia en el sistema está relacionada con el comportamiento de la carga [$P_C = \varphi(f, t)$], debido a que precisamente es el desbalance de la potencia de generación y de la carga ($\Sigma P_G - \Sigma P_C$) el que determina en primer orden el carácter del proceso transitorio.

Al variar la frecuencia en el sistema, cambia notoriamente la potencia reactiva de la carga y esto conlleva a que se altera el nivel de la tensión en todo el sistema y a la posible aparición de un alud de tensión. De esa manera, el cambio de la frecuencia y la potencia en un sistema electroenergético es un proceso complejo global que se compone de gran cantidad de subprocesos que en algunos casos pueden adquirir un significado independiente (véase el parágrafo 9.2).

Hay que tenerlo en cuenta durante el análisis de la variación de la frecuencia cuando se va a considerar la influencia solamente del RAFR y del RAF expresada mediante un esquema estructural unificado. Sin embargo, una característica cualitativa del proceso que refleje la física de los fenómenos que ocurren y el orden cuantitativo de las correlaciones, da básicamente las ideas suficientemente correctas para fines pedagógicos. Para un análisis más detallado se recomienda la literatura especializada [9, 14, 15, 16, 20, 21, 22].

* En las condiciones corrientes esto sirve de base para el estudio por separado de los problemas de la estabilidad estática y variaciones de la frecuencia.

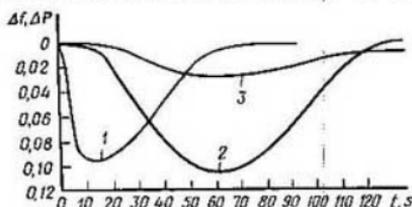


Fig. 9.3. Variación de la potencia de un bloque con caldera de un paso, cuando disminuye y se restablece la frecuencia (después de una descarga automática por frecuencia): 1, variación de la frecuencia; 2, variación de la potencia cuando existe el regulador antes de sí mismo (RAS); 3, lo mismo, pero sin RAS

*9.3. Características estáticas del sistema (variaciones lentas de la frecuencia en el régimen permanente)

El valor permanente de la frecuencia, al variar la carga de una turbina sin regulación de la velocidad, se puede hallar por el método de cruce de las curvas $P = \varphi(f)$ y $P_C = \varphi(f)$ como se muestra en la fig. 9.4.

Regulando la velocidad de la unidad mediante los reguladores de velocidad la característica de la potencia activa entregada por el generador se obtiene como resultado del paso suave de una curva $P = \varphi(f)$ trazada para un flujo constante

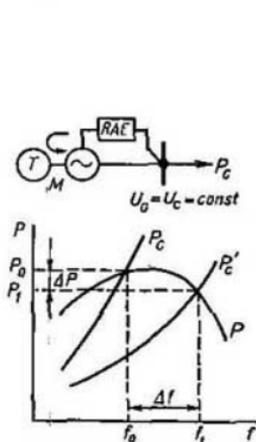


Fig. 9.4. Variación de la frecuencia Δf cuando varía la carga desde P_0 hasta P_1 .

$P_C'(f)$ y $P_C(f)$, características según la frecuencia [$P_C = \varphi(f)$], siendo $U_C = \text{const}$; $P(f)$, característica de la turbina no regulada

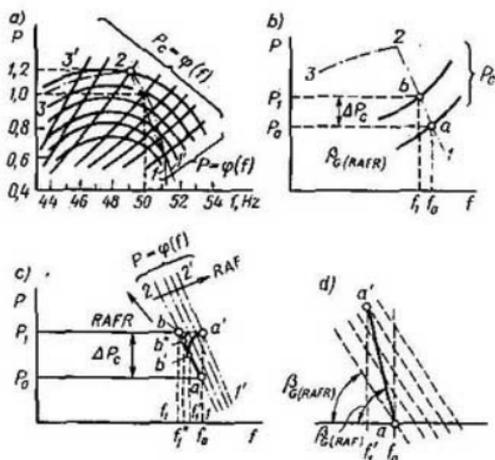


Fig. 9.5. Análisis de la acción de los reguladores de velocidad y de frecuencia:

a, grupo de características de la carga $P_C = \varphi(f)$ y características según la frecuencia de la turbina no regulada $P = \varphi(f)$; con la línea puntos y rayas se marca la característica de la turbina regulada; b, funcionamiento del RAF cuando hay aumento de la carga; c, funcionamiento del RAF, ajustado estáticamente durante el incremento de la carga ΔP_C ; d, lo mismo, pero para un ajuste estático del regulador de frecuencia

del portador energético (abertura constante), a otra (fig. 9.5, a). En la sección 1-2 de esta curva la potencia crece a medida que disminuye la frecuencia. Comenzando desde el punto 2 después de que se abra completamente el dispositivo guía *), la regulación ya no puede influir en la variación de la potencia de la turbina y, de acuerdo a su característica natural, ocurre una aminoración de la potencia con la disminución de la frecuencia. La sección 2-3 se puede reemplazar aproximadamente por la recta 2-3', considerando que durante la abertura máxima constante del dispositivo guía la potencia de la turbina no varía.

En caso de los regímenes de avería cuando la frecuencia en el sistema baja tanto que los reguladores abren completamente el dispositivo de acceso del portador energético, se considera que los procesos transcurren conforme a las curvas 2-3 ó 2-3'. En la sección 2-1 la curva $P = \varphi(f)$ se puede reemplazar por la recta

*) En el caso de un turbogenerador — después de abrir completamente la válvula.

2-1', considerando que $P = P_0 + \Delta P$. Las curvas de la carga aproximadamente se pueden reemplazar por rectas, suponiendo que $P_C = P_{C_0} + \Delta P_C$.

Las curvas trazadas se refieren a una unidad solitaria que tiene regulador de velocidad, cuya acción se refleja en el análisis dado mediante el paso del punto de operación de una curva $P = \varphi(f)$ a otra. Como resultado se obtuvo la curva de una turbina regulada (1-2 en la fig. 9.5, a). Si tiene lugar una variación de la potencia de la carga en ΔP_C , entonces en el sistema «generador —carga» se establece una nueva frecuencia f_1 (como se ve en la fig. 9.5, b), la cual corresponderá al cruce de la nueva curva de la carga con la curva de la generación (punto b). El proceso del paso de a a b y, respectivamente, de f_0 a f_1 , comienza después de que la desviación de la frecuencia sobrepasa la zona de insensibilidad del regulador de la frecuencia de rotación. Esto transcurre durante 5—20 s.

La regulación en presencia de reguladores mecánicos corrientes de la frecuencia de rotación se inicia con un retraso de 0,2—0,5 s. Sin embargo, la capacidad de inercia de los servomotores, al igual que el fenómeno del golpe hidráulico (en las turbinas hidráulicas) y la expansión del vapor en los volúmenes de las turbinas de vapor, conllevan a que el efecto de la regulación aparece después de un lapso grande (1—3 s). La zona de insensibilidad de los reguladores es de 0,05—0,3%.

Terminada la acción de los reguladores de la frecuencia de rotación (RAFR), o durante el proceso de su funcionamiento, entran en acción los reguladores de frecuencia. La zona de insensibilidad del regulador automático de frecuencia (RAF) es considerablemente menor que la del regulador de la frecuencia de rotación (RAFR), pero actúa mucho más lentamente. Su acción se refleja en el desplazamiento de las curvas $P = \varphi(f)$ de la posición 1-2 a la posición 1'-2'. Dicho desplazamiento dura 10—40 s; puede ser más rápido (curva $ab'a'$) o más lento ($ab''a'$). En dependencia de la rapidez de intervención del RAF la desviación de la frecuencia para el incremento dado de la potencia puede alcanzar los valores f'_1 , f''_1 , o un valor f_1 predeterminado por la acción solamente del regulador de frecuencia (fig. 9.5, c).

El ajuste del RAF, mostrado en la fig. 9.5, c, cuando éste restablece la frecuencia hasta el valor inicial f_0 , es estático. Durante el funcionamiento en paralelo de unos cuantos sistemas energéticos abastecidos de RAF, el ajuste estático es imposible (éste conllevaría a una indeterminación en la redistribución de las potencias por las líneas de enlace).

Para un ajuste estático *) las curvas toman la forma presentada en la fig. 9.5, d. La acción del RAF en este caso no varía la forma de la dependencia $P = \varphi(f)$ sino sólo su pendiente.

De esa manera, todos los análisis y las correlaciones matemáticas obtenidos para un sistema con RAFR van a ser correctos para un sistema con RAF, pero con la condición de que los ángulos de la pendiente $\beta_{G(\text{RAFR})}$ y $\beta_{G(\text{RAF})}$ (fig. 9.5, d) sean diferentes.

Las curvas trazadas son para una turbina y carga unitarias. Sin embargo, ellas se pueden extender aproximadamente para todo el sistema. Para ello la curva $P_C = \varphi(f)$ hay que entenderla como la carga sumatoria del sistema $P_{C\Sigma}$, y la curva $P_G = \varphi(f)$ como la potencia sumatoria generada por todas las unidades $P_{G\Sigma}$.

Para variaciones de la frecuencia cercanas al valor nominal la carga va a cambiar conforme a la curva $P_{C\Sigma} = \varphi(f)$, la cual tiene una pendiente tangencial β o pendiente k :

$$\operatorname{tg} \beta_C = (\Delta P_{C\Sigma} / \Delta f) (f_0 / P_{C_0\Sigma}) = k_C = 1/\sigma_C.$$

*) Comúnmente el ajuste estático de la frecuencia en los sistemas no se emplea.

La curva de generación tiene, respectivamente, la forma

$$\operatorname{tg} \beta_G = (\Delta P_{G\Sigma} / \Delta f) (f_0 / P_{G0\Sigma}) = k_G = 1 / \sigma_G,$$

donde $P_{G0\Sigma}$ es la carga sumatoria del sistema para la frecuencia nominal; $\sigma_G = 1/b_f$ y σ_G es el estatismo de la carga y las unidades del sistema; b_f es el efecto regulador de la carga según la frecuencia.

Las características sumatorias de las cargas y de los generadores del sistema, obtenidas para desviaciones lentas de la frecuencia (características estáticas) pueden diferenciarse sustancialmente de las características dinámicas del sistema (obtenidas para cambios rápidos de la frecuencia), aunque el carácter general de las dependencias y los factores influyentes comúnmente no cambia.

La variación de la potencia para un sistema cuando hay alteración de la frecuencia es

$$\Delta P_\Sigma = \Delta P_{G\Sigma} - \Delta P_{C\Sigma},$$

donde

$$\Delta P_{G\Sigma} = -(P_{G0\Sigma} / \sigma_G) (\Delta f / f_0); \quad \Delta P_{C\Sigma} = (P_{C0\Sigma} / \sigma_C) (\Delta f / f_0).$$

Teniendo en cuenta estas últimas correlaciones tendremos

$$\Delta P_\Sigma = \frac{\Delta f}{f_0} \left(-\frac{P_{G0\Sigma}}{\sigma_G} - \frac{P_{C0\Sigma}}{\sigma_C} \right) = -\frac{\Delta f}{f_0} \frac{P_{C\Sigma} (\sigma_C \alpha_r + \sigma_G)}{\sigma_C \sigma_G}$$

$$\text{o bien } \frac{\Delta P_\Sigma}{P_{C0\Sigma}} = -\frac{\Delta f}{f_0} k_\Sigma.$$

Aquí $\alpha_r = P_{\text{nom } \Sigma} / P_{G\Sigma}$ es el coeficiente de reserva que indica en cuántas veces la potencia nominal de todas las unidades en funcionamiento sobrepasa la potencia real del sistema; k_Σ es la pendiente de la característica resultante, a su vez

$$k_\Sigma = (\sigma_C \alpha_r + \sigma_G) / (\sigma_C \sigma_G).$$

El valor del estatismo resultante del sistema, que se determina como

$$\sigma = 1/k_\Sigma = \sigma_C \sigma_G / (\sigma_C \alpha_r + \sigma_G) = 1/(\alpha_r k_G + k_C), \quad (9.2)$$

depende de la reserva y su distribución entre las unidades, de las características de las unidades del sistema y su carga. El valor de σ caracteriza el valor de la frecuencia que se hace permanente transcurrido cierto tiempo después de haber aparecido el desbalance de potencia. En esta etapa del proceso la frecuencia se establece pasados unos cuantos segundos gracias a la acción del efecto total de regulación según la frecuencia, y más adelante varía en virtud de la acción de los reguladores automáticos de la frecuencia y de la reacción de las unidades de caldera. Para ciertas unidades reguladas el estatismo es $\sigma_G = 0,04 \dots 0,05$; para la carga es 10 veces mayor aproximadamente. Por eso, con el aumento de la frecuencia el coeficiente resultante de la pendiente k_Σ se predetermina básicamente por la pendiente de las características de las unidades ($k_\Sigma \approx k_G$). El estatismo del sistema σ va a variar en dependencia del valor de la reserva. Será tanto menor cuanto mayor sea la reserva. En distintas horas del día el estatismo es diferente. Así, por ejemplo, los valores del estatismo determinados experimentalmente y mediante cálculos para un conjunto compuesto de cuatro sistemas energéticos se muestra en la tabla 9.1.

La constante de tiempo mecánica equivalente también depende del régimen del sistema o del conjunto. Así, en un sistema la constante mecánica varió en el transcurso del día desde 15 hasta 18 s en invierno y desde 13 hasta 15 s en verano.

Es muy importante la dependencia de k_Σ (y, respectivamente, de σ_Σ) con relación a la reserva del sistema α_r . Cuando $\alpha_r \rightarrow \infty$, el valor de $k_\Sigma \rightarrow \infty$, y el

Tabla 9.1

Regímenes del sistema	Estatismo medio del sistema energético				Estatismo medio del conjunto	
	I	II	III	IV	calculado	experimental
Máximo de la mañana	0,19	0,165	0,080	0,258	0,170	0,170
Caída del día	0,04	0,246	0,072	0,060	0,126	0,109
Máximo de la tarde	0,19	0,216	0,156	0,125	0,194	0,184
Caída nocturna	0,14	0,150	0,189	0,310	0,158	0,160
Valor medio	0,14	0,197	0,124	0,187	0,162	0,155

ángulo que caracteriza la pendiente de la característica resultante $\beta \rightarrow 90^\circ$. Esto significa que en caso de una reserva grande la frecuencia después del proceso transitorio restablece su valor anterior.

Al bajar la frecuencia y en ausencia de la reserva ($\alpha_r = 1$) la magnitud k_Σ se predetermina por las características de la carga: $k_\Sigma \approx k_c = 2...2,5$. Cuando la reserva de potencia es $k_\Sigma = 5...10$, el estatismo resultante no es igual en diferente tiempo del año y el día, como se observa en la tabla 9.1.

*9.4. Características dinámicas del sistema durante las variaciones de la frecuencia

Las variaciones de la frecuencia que ocurren en el sistema eléctrico de potencia durante el proceso transitorio deberían ser determinadas considerando la acción del RAFR y del RAF, los cuales entran en funcionamiento con cierto retraso.

El circuito equivalente estructural después de ciertas simplificaciones debería ser como se muestra en la fig. 9.6, o sea tener una función de transferencia y, respectivamente, una ecuación característica de cuarto orden. Despreciando la exactitud de descripción del proceso simplificaremos el problema uniendo la acción de los eslabones 2—6 y reflejando su efecto mediante una constante de tiempo T_s que además va a estar relacionada con el sistema. Entonces el cambio de la frecuencia en el sistema se definirá por las mismas ecuaciones diferenciales que fueron obtenidas para determinar las variaciones de la frecuencia de rotación de la unidad sólo bajo la acción del RAFR (véase cap. 6). El sentido de los parámetros incluidos en las ecuaciones se altera: éstos deben relacionarse no con la unidad, sino con todo el sistema *).

Las variaciones de la frecuencia $\Delta f_* = \Delta f/f_0$ en el sistema que tiene una inercia sumatoria T_j las escribamos:

$$T_j p \Delta f_* + P_c - P_T = 0, \quad (9.3)$$

*) En lo sucesivo el subíndice Σ asumido en el párrafo 9.3 se omite.

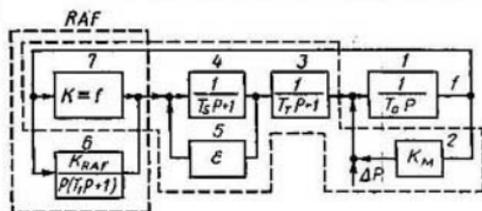


Fig. 9.6. Esquema estructural de la regulación de la frecuencia (RAF) y la de frecuencia de rotación (RAFR):

1, unidad, constante de inercia T_j ; 2, bloque de autorregulación de la unidad; 3, turbina (espacio de vapor); 4, accionamiento hidráulico de las válvulas que regulan la entrada del vapor; 5, enlace de retroalimentación; 6, RAF; 7, elemento de medición de la frecuencia

donde P_C es la potencia de la carga del sistema durante el proceso de variación de la frecuencia; P_T es lo mismo para las turbinas equivalentes del sistema, además $P_T = P_{T_0} - P_{reg}$, P_{T_0} corresponde al momento inicial ($t = 0$) en que aparece el incremento de la potencia $\Delta P_0 = P_{C_0} - P_{T_0}$ relacionado con la variación de la carga P_{C_0} .

Por la acción de la regulación (RAFR, RAF) la potencia de las turbinas varía en la magnitud P_{reg} . Para determinarla empleemos la ecuación (6.31), designando en ella

$$P_{T \text{ nom}}/(\sigma T_s) = k_1, \quad 1/T_s = k_2.$$

Entonces, en vez de (6.31), escribamos

$$pP_{reg} + k_2P_{reg} + k_1 \Delta f_* = 0. \quad (9.4a)$$

Supongamos que la potencia de la carga que tiene efecto regulador b_f cambia según la fórmula ya conocida (véase cap. 6)

$$P_C = P_{C_0} (1 + b_f \Delta f_*).$$

Considerando esta última correlación, la ecuación (9.3) para las variaciones de la potencia en ΔP_0 toma la forma

$$T_J p \Delta f_* + P_{C_0} (1 + b_f \Delta f_*) = P_{T_0} - P_{reg} = 0, \quad (9.4b)$$

o bien

$$T_J p \Delta f_* + P_{C_0} b_f \Delta f_* - P_{reg} + \Delta P_0 = 0.$$

De la ecuación (9.4a) se deduce que

$$P_{reg} = -k_1 \Delta f_*/(p + k_2),$$

de donde

$$T_J p \Delta f_* (p + k_2) + P_{C_0} b_f \Delta f_* (p + k_2) + k_1 \Delta f_* + \Delta P_0 (p + k_2) = 0;$$

$$\Delta f_* (p) = -\frac{\Delta P_0 (p + k_2)}{T_J \left[p^2 + k_2 p + \frac{k_1}{T_J} + \frac{P_{C_0} b_f (p + k_2)}{T_J} \right]} = \frac{-\Delta P_0 (p + k_2)}{T_J F(p)}. \quad (9.5)$$

donde $F(p) = p^2 + p(k_2 + k'/T_J) + (k_1 + k_2 k')/T_J = 0$. Aquí $k' = b_f P_{C_0}$.

Las raíces $F(p)$ tienen los valores

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{k'}{T_J} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(k_2 + \frac{k'}{T_J} \right)^2 - \frac{k_1 + k_2 k'}{T_J}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \left(k_2 + \frac{k'}{T_J} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(k_2 - \frac{k'}{T_J} \right)^2 - \frac{k_1}{T_J}} = -\alpha \pm j\Omega_{prop}, \quad (9.6)$$

donde

$$\alpha = 0,5 (1/T_s + 1/T_J \text{ eqv}); \quad T_J \text{ eqv} = T_J / (b_f P_{C_0});$$

$$\Omega_{prop} = \sqrt{\frac{P_{T \text{ nom}}}{\sigma T_s T_J} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_J \text{ eqv}} \right)^2}.$$

Pasando a la dependencia en el tiempo tenemos

$$\Delta f_*(t) = -\frac{\Delta P_0 \sigma}{P_{T \text{ nom}} + k' \sigma} - \left[(A + jB) e^{(-\alpha + j\Omega_{prop})t} + (A - jB) e^{(-\alpha - j\Omega_{prop})t} \right] \frac{\Delta P_0}{T_J},$$

donde

$$A = -\frac{\sigma T_J}{2(P_{T \text{ nom}} + k' \sigma)}; \quad B = \frac{1}{2\Omega_{prop}} \left[\frac{\sigma (T_J + k' T_s)}{2T_s (P_{T \text{ nom}} + k' \sigma)} - 1 \right].$$

Sustituyendo $A + jB = \sqrt{A^2 + B^2} e^{j\varphi}$; $A - jB = \sqrt{A^2 + B^2} e^{-j\varphi}$, donde $\varphi = \arctg(B/A)$, obtenemos

$$\Delta f_*(t) = -\frac{-\Delta P_0 \sigma}{P_{T.nom} + k'\sigma} - e^{-\alpha t} \sqrt{A^2 + B^2} \frac{\Delta P_0}{T_J} [e^{j(\Omega_{prop} t + \varphi)} + e^{-j(\Omega_{prop} t + \varphi)}],$$

o bien

$$\Delta f_*(t) = \frac{-\Delta P_0 \sigma}{P_{T.nom} + P_{C_0} b_f \sigma} - 2e^{-\alpha t} \sqrt{A^2 + B^2} \frac{\Delta P_0}{T_J} \cos(\Omega_{prop} t + \varphi). \quad (9.7)$$

El valor de Δf anteriormente figuraba por unidad. La expresión final puede ser escrita en la forma

$$f(t) = f_0 \left[1 - \frac{\Delta P_0 \sigma}{P_{T.nom} + P_{C_0} b_f \sigma} - 2e^{-\alpha t} \sqrt{A^2 + B^2} \frac{\Delta P_0}{T_J} \cos(\Omega_{prop} t + \varphi) \right]. \quad (9.8)$$

Los resultados de los cálculos según (9.8) para diferentes valores de la reserva ($\alpha_r = \text{var}$) y del efecto regulador de la carga b_f , se muestran en forma de un grupo de curvas I en la fig. 9.7.

Con ayuda de las expresiones obtenidas se puede analizar la influencia del efecto regulador de la carga (fig. 9.7). Es evidente que en los cálculos sin considerar el efecto regulador de la carga se obtendrán desviaciones de la frecuencia un tanto aumentadas con respecto al valor permanente. Además hay que tener presente que las características de frecuencia de la carga sumatoria de los sistemas energéticos de potencia pueden tener una dependencia no lineal respecto a la frecuencia. No obstante, para el diapásón de las variaciones importantes (desde el punto de vista práctico) de las magnitudes ΔP y Δf dicha dependencia con gran grado de exactitud se puede considerar lineal. Por eso, para los cálculos prácticos de la variación de la frecuencia en los sistemas resulta aceptable considerar las características de las cargas en forma de la dependencia $P_C = P_{C_0} (1 + b_f \Delta f_*)$.

En el régimen permanente el valor de la frecuencia es

$$f_\infty = f_0 [1 - \Delta P_0 \sigma / (P_{T.nom} + P_{C_0} b_f \sigma)],$$

cuando $b_f = 0$ la desviación de la frecuencia es

$$\Delta f = \Delta P_0 \sigma f_0 / P_{T.nom}.$$

Funcionamiento sin reserva (abertura completa). Arriba se asumió el supuesto de que durante el incremento de la carga (variación en ΔP_0) la turbina *) por acción del regulador cambia la potencia en P_{reg} . Sin embargo, esta variación es imposible si toda la potencia de la turbina ya se empleó, o sea está completamente abierto el dispositivo gufa (entrada completa). En este caso el transcurso del pro-

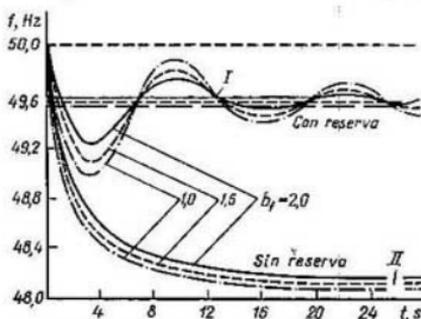


Fig. 9.7. Carácter de la variación de la frecuencia para diferentes efectos reguladores de la carga ($b_f = 1 \dots 2$)

*) Recordemos que las ecuaciones (9.4a) y (9.4b) y todas las siguientes se relacionaron tanto a la unidad, como a todo el sistema en conjunto. En dependencia de qué se entendió por T_s y los otros parámetros, estas ecuaciones podrían caracterizar la variación de la frecuencia bajo acción del RAFR y el RAF (regulador secundario) conjuntamente o sólo de la unidad RAFR.

ceso transitorio se caracteriza por la ecuación (9.4b) para $P_{reg} = 0$ *):

$$T_{JP} \Delta f_* + P_{C_0} b_f \Delta f_* + \Delta P_0 = 0, \quad (9.9)$$

de donde

$$\Delta f_* = [-\Delta P_0 / (P_{C_0} b_f)] (1 - e^{-t/T_{Jeqv}}), \quad (9.10a)$$

donde $T_{Jeqv} = T_J / (P_{C_0} b_f)$.

El momento de inercia aquí se determina como

$$T_J = \Sigma T_{J_n} + \Sigma T_{J_G},$$

donde la suma de los momentos de todos los generadores y turbinas (s) es

$$T_{J_n} = \frac{2,74 [\Sigma (GD_G^2 + GD_T^2) n^2 \cdot 10^{-8}]}{\Sigma P_G}; \quad (9.10b)$$

$$T_{J_G} = \frac{2,74 T_{J_{*C}} \Sigma P_{C_n} n_M^2 \cdot 10^{-8}}{\Sigma P_C}, \quad (9.10c)$$

donde $T_{J_{*C}}$ es la inercia específica de la carga referida a la unidad de potencia para una frecuencia media de rotación de los motores n_M .

La variación de la frecuencia Δf_* tiene, según (9.10), el carácter exponencial presentado en la fig. 9.7 en forma del grupo de curvas II. El ejemplo 9.1 ilustra

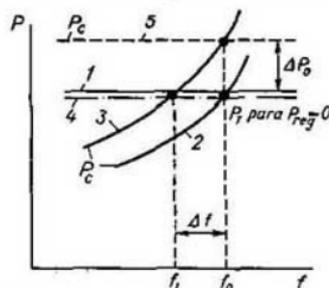


Fig. 9.8. Influencia del efecto regulador de la carga en la variación de la frecuencia durante el aumento de la carga ΔP_0 :

1, potencia de la turbina, siendo $P_T = \text{const}$ y $P_{reg} = 0$; 2, característica de la carga $P_G = \varphi(f)$, siendo $b_f \neq 0$; 3, lo mismo, para el aumento de la carga ΔP_0 ; 4, lo mismo que en 2, pero siendo $b_f = 0$; 5, lo mismo que en 3, pero para $b_f = 0$

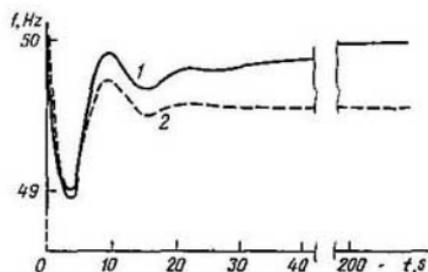


Fig. 9.9. Variación de la frecuencia en el sistema energético después del aumento de la potencia

más adelante el cálculo para un sistema real. Si, además, la carga del sistema no va a depender de la frecuencia ($b_f = 0$), entonces el régimen no puede establecerse ($\Delta f_* \rightarrow \infty$). Físicamente esto significa que en ausencia de la regulación (o autorregulación) el sistema no podría funcionar, ya que la aparición del más pequeño desbalance de ΔP causaría el desequilibrio completo del régimen del sistema (fig. 9.8).

La consideración del RAF mediante ecuaciones de más alto orden, variando las correlaciones cuantitativas, comúnmente no cambia el cuadro cualitativo general. Como un ejemplo en la fig. 9.9 se muestra la gráfica de variación de la frecuencia después de un incremento de la carga cuando aisladamente se toma en

* El proceso en este caso corresponde a la sección de la curva 2-3 en la fig. 9.10, mientras que las ecuaciones (9.4b) y (9.8), a la sección 1-2.

cuenta la acción del RAF (curva 1). Ahí mismo para comparar se muestra la gráfica de variación de la frecuencia sin considerar el RAF (curva 2). El cálculo se realizó para los siguientes parámetros: $T_f = 8$ s; $T_s = 5$ s; $T_2 = 60$ s; $\sigma_1 = 0,1$; $\sigma_2 = 0,05$; $\Delta P_0 = 0,1$.

De la figura se desprende que en el intervalo de tiempo desde 0 hasta 5—10 s el RAF ejerce aún una influencia pequeña y el carácter del proceso, básicamente, se determina por la influencia del RAFR. En un intervalo de 15—20 s y más, el proceso de variación de la frecuencia se predetermina por la acción del RAF. El ejemplo aducido muestra que en una serie de casos la acción del RAFR y del RAF se pueden analizar independientemente y agregarse uno al otro.

*9.5. Inestabilidad de la frecuencia (alud de frecuencia)

El fenómeno de inestabilidad (alud) de la frecuencia puede aparecer en caso de una combinación desfavorable de las características de las unidades con las de los dispositivos auxiliares (consumo propio), las cuales predeterminan la generación de potencia por los generadores, por un lado, y el consumo de potencia por las cargas, por el otro. En estos casos una baja pequeña inicial de la frecuencia puede más adelante hacerse más profunda y tomar un carácter en forma de alud. La causa de este fenómeno consiste en la disminución de la potencia suministrada por los generadores al disminuir la frecuencia. Esto sucede en ausencia de la reserva de la potencia generada en el sistema debido a que los mecanismos auxiliares (de consumo propio de las centrales térmicas) bajan su productividad al bajar la frecuencia (*). La pérdida de la estabilidad puede estar relacionada también con una acción incorrecta de los RAF, cuyas características y parámetros pueden ser elegidos desfavorablemente con respecto a la estabilidad de su funcionamiento en paralelo. Al considerar la influencia de la variación de la frecuencia en el funcionamiento de los generadores, las características de la potencia (generada en el sistema) van a tener la forma presentada en la fig. 9.10.

Sin pretender establecer correlaciones cuantitativas exactas, se puede constatar que la disminución de la frecuencia en Δf conlleva a la deformación de la curva P_G , gracias a lo cual el punto O (fig. 9.10)**), en el que hay balance de la potencia de generación y de la carga, resulta inestable, lo cual se indica por el criterio $d(P_G - P_C)/df < 0$. La disminución de

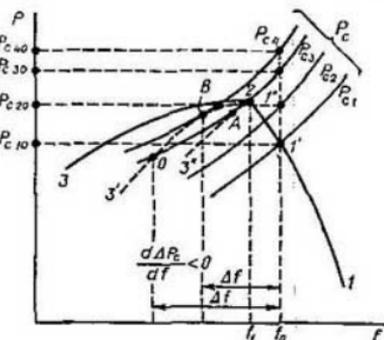


Fig. 9.10. Desarrollo del alud de frecuencia:

1-2, característica del generador durante la acción de RAFR, RAF; 2-3, característica del generador para una abertura completa (natural); 2-3', característica del generador para una abertura completa y disminución de la potencia de la potencia de los motores de los equipos auxiliares de consumo de la central; 2-3'', lo mismo que 2-3', pero para una influencia mucho mayor de los equipos auxiliares; P_{C1} , P_{C10} , característica de la potencia y potencia de la carga en el régimen normal; P_{C3} , P_{C20} , P_{C3} , P_{C30} , P_{C4} , P_{C40} , lo mismo, para aumentos de la carga; I' , I'' , I , puntos del régimen estable $d(P_G - P_C)/df > 0$; A , B , puntos del régimen crítico que conlleva al alud de frecuencia $d(P_G - P_C)/df = 0$; O , punto del régimen inestable $d(P_G - P_C)/df < 0$

*) Sobre esto más detalladamente véanse caps. 11, 12.

**) Las curvas mostradas en la fig. 9.10 se trazaron suponiendo invariabilidad de la tensión (el valor de la tensión se mantiene, por ejemplo, mediante la regulación con un compensador sincrónico). En la realidad al mismo tiempo que disminuye la frecuencia va a decrecer la

la frecuencia se desarrolla luego en forma de alud y conlleva a la pérdida total de la estabilidad del sistema.

La interpretación matemática del proceso de alud de la frecuencia se puede hacer basándose en la ecuación (9.9) escrita para la entrada total del portador energético (fig. 9.11). En la fig. 9.10 este caso corresponde a la curva 2-3. La variación de la frecuencia $\Delta f = \varphi(t)$ transcurre según (9.10) en forma de dependencias exponenciales (grupo de curvas 1 en la fig. 9.11, d).

Si la entrada del portador energético es completa (punto 2 en la curva 1-2 en la fig. 9.10), que se relaciona con la disminución de la frecuencia ($f < f_0$) y la posible aminoración de la ten-

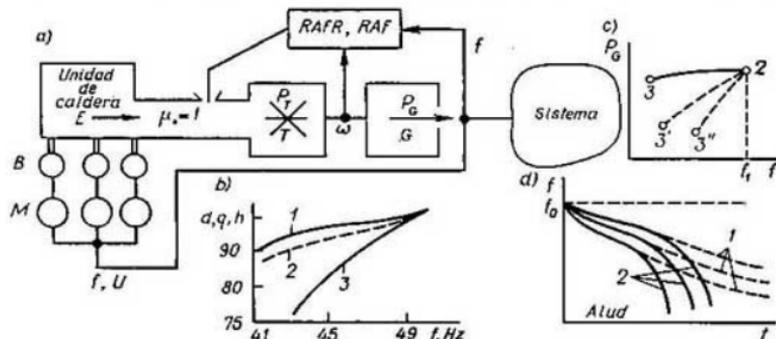


Fig. 9.11. Unidad del sistema equivalente para una entrada total del portador energético:

a, esquema de la unidad: E, entrada del portador energético para una abertura completa ($\mu_* = 1$); T, turbina; M, motor auxiliar de consumo; B, bombas; G, generador que suministra una potencia P; ω , velocidad angular del eje (referida a la eléctrica); f, frecuencia en el sistema; b, dependencias: 1, de la presión a; 2, del gasto del agua suministrada q; 3, de la altura (de presión) h, en función de la frecuencia f de los motores M que alimentan el consumo auxiliar de la central (características aproximadas); c, variación de la potencia del generador P_G : 2-3, cuando el consumo auxiliar es alimentado por los motores que son independientes de la frecuencia; 2-3', cuando hay dependencias tipo mostradas en la fig. 9.11, b; 2-3'', lo mismo, para otro carácter de d, $q, h = \varphi(f)$; d, variación de la frecuencia: 1, en el sistema sin reserva (sección 2-2 de la característica); 2, cuando surge el alud de frecuencia (secciones 2-3', 2-3'' de las características)

sión, los motores de consumo auxiliar de la central van a disminuir la potencia (fig. 9.11), la curva 2-3 se convierte en la curva 2-3' o bien 2-3'', que, como ya se indicó anteriormente, conlleva al régimen crítico (puntos B, A) o inestable (punto O) (vease fig. 9.10), mostrado también en la fig. 9.11, b.

La ecuación (9.10) en este caso se escribe como

$$\Delta f_* = \left[1 - \frac{P_{Co} - \varphi(f, U)}{P_{Co} b_f} \right] (1 - e^{-t/T_{Jeqv}}), \quad (9.11)$$

donde $\varphi(f, U)$ corresponde al valor de la potencia de la turbina del sistema, que se disminuye debido a la disminución de la frecuencia y la tensión de los motores de consumo auxiliar. El carácter de la variación $f = f_0 - \Delta f_*$, que puede ser evaluado mediante aproximaciones iterativas [véase (9.11)], se muestra en la fig. 9.11, d. El decrecimiento gradual de f (curvas 2), pasando luego a una caída brusca, es lo que causó el alud de frecuencias.

tensión. La disminución de la velocidad angular de los generadores va a causar el descenso de sus f.e.m. ($E = \omega^n$). La potencia reactiva de los generadores disminuirá, y la de la carga, aumentará.

Aunque en condiciones de la rebaja de la frecuencia la tensión crítica (para la cual los motores se detienen) disminuye, de todas maneras cuando hay una aminoración significativa de la frecuencia, pueden crearse condiciones para que aparezca y se desarrolle un alud de tensión.

9.6. Medidas para prevenir la inestabilidad de la frecuencia. Descarga automática por frecuencia

Del análisis presentado se pueden hacer las siguientes conclusiones. La disminución de la frecuencia en un sistema eléctrico de potencia en algunos casos provoca la baja de la potencia activa suministrada por los generadores, lo cual puede causar la inestabilidad de su régimen (alud de frecuencia).

La baja de la frecuencia provoca la aminoración de la potencia reactiva generada y al mismo tiempo el aumento del consumo de dicha potencia por la carga, lo que causa la baja de la tensión en los nodos de carga del sistema. Al disminuirse la frecuencia hasta 43—45 Hz la tensión puede bajar hasta el valor crítico y aparece el *alud de tensión*. Los aludes de frecuencia y tensión causan la desconexión masiva de los consumidores por la acción de sus protecciones y estimulan la alteración del funcionamiento paralelo de las centrales eléctricas. La liquidación de la avería y el restablecimiento del régimen normal del sistema pueden demorarse unas cuantas horas.

El fenómeno de alud de frecuencia y, probablemente, alud simultáneo de tensión, se verifica durante unos segundos o unas cuantas decenas de segundos. En tan corto tiempo al personal de turno le es difícil evaluar la situación creada y tomar medidas necesarias en el sistema. La baja de la frecuencia hasta límites peligrosos prácticamente puede evitarse en dos casos: 1) si en el sistema se tiene una reserva giratoria (caliente) lo suficientemente grande; 2) si con la disminución de la frecuencia se desconecta automáticamente una parte de la carga, o sea se realiza la llamada *descarga automática por frecuencia* (DAF).

La potencia adicional se puede obtener lo más rápido posible en el caso cuando la reserva caliente la conforman generadores hidráulicos, sin embargo, la inercia de la regulación de las turbinas hidráulicas permite a las unidades de reserva entregar toda la potencia solamente pasados 15—20 s. Esto no siempre puede prevenir la avería. La efectividad de la reserva hidrogenada aumenta notoriamente con la disminución del tiempo de regulación mediante la extracción de las agujas de la catarata, lo que, sin embargo, prácticamente no siempre se emplea. La reserva en las centrales termoeléctricas puede ser efectiva solamente cuando las calderas son suficientemente potentes y los equipos de las unidades están abastecidos de dispositivos automáticos. La puesta en marcha de las unidades de reserva, al disminuir la frecuencia, en muchos casos no puede prevenir el desarrollo de la avería, ya que incluso los hidrogenadores requieren no menos de 1—2 min para desarrollar su potencia. En relación con esto, pueden ser efectivas las unidades de reserva con turbinas especiales de gas o de aviación (comúnmente se instalan los motores que ya han prestado su servicio en los aviones). Sin embargo, la instalación de unidades especiales hasta ahora no ha tenido gran divulgación. La potencia sumatoria de la reserva caliente, elegida según las condiciones de rendimiento económico, debe ser del 10—20%, pero frecuentemente resulta menor. En las horas del máximo de carga del sistema la reserva caliente puede estar ausente por completo. No obstante, durante averías relacionadas con la desconexión de generadores y centrales, o con la división del sistema en partes separadas, puede aparecer un déficit de potencia que alcanza el 30% y más. Por eso, en condiciones de este tipo de averías la solución más confiable es la *desconexión automática de parte de la carga correspondiente*. Esta tarea la cumplen los dispositivos de DAF.

El papel de la DAF es especialmente grande en los sistemas energéticos de potencia pequeña y media con gran cantidad de centrales eléctricas y con redes eléctricas débilmente desarrolladas. A medida que crecen los sistemas energéticos el valor relativo (no absoluto) del desbalance posible de la potencia disminuye.

Sin embargo, incluso en los sistemas interconectados de gran potencia renunciar a la DAF sería inoportuno. Al interconectar los sistemas, disminuye la probabilidad de una baja profunda de la frecuencia en el sistema interconectado, pero queda el peligro de que aparezcan averías similares durante la separación de cualesquiera partes o de sistemas más pequeños y también durante la división del sistema interconectado en partes que funcionan fuera de sincronismo. De esta manera, en los sistemas interconectados la descarga por frecuencia tiene un gran significado.

Ejemplo 9.1. En un sistema energético funcionan las siguientes unidades:

Número del generador	Tipo de generador	Momento de inercia, t·m ²	Turbina	Momento de inercia, t·m ²	Frecuencia de rotación, r.p.m
1	T-2-100-2	23	BK-100-2	18,71	3000
2	T-2-100-2	23	BK-100-2	18,71	3000
3	T-50-2	12	AK-50-2	9,28	3000
4	T-2-25-2	4	AT-25-2	3,52	3000

Las reservas calientes de potencia no existen. La carga de la región energética es $P_{C_0} = 275$ MW. Cuando $f = f_0$, el efecto regulador de la carga es $b_f = 1,9$. El momento de inercia de la carga en 1 kW para una frecuencia de rotación de 1500 r.p.m es $0,3$ t·m².

Determinar el valor mínimo (permanente) de la frecuencia f_{mfn} cuando se desconecta el generador N° 4 y luego la carga de 20 MW, relacionándola a diferentes valores de la potencia.

Solución. Los cálculos en un comienzo los realizamos relacionando todas las magnitudes a la potencia de la carga en el régimen inicial: $P_{C_0} = P_{T_0} = 275$ MW. Entonces, de acuerdo a (9.10b),

$$\Sigma T_{J_a} = \frac{2,74 \cdot 2(23 + 18,71) + (4,0 + 3,52) + (12 + 9,28) \cdot 3000^2 \cdot 10^{-6}}{275} = 10,1 \text{ s.}$$

Luego, de acuerdo a (9.10c),

$$\Sigma T_{J_C} = \frac{2,74 \cdot 0,3 \cdot 275 \cdot 1500^2 \cdot 10^{-6}}{275} = 1,88 \text{ s;}$$

$$T_J = \Sigma T_{J_a} + \Sigma T_{J_C} = 10,1 + 1,88 = 11,98 \text{ s.}$$

La constante de inercia en el régimen normal inicial cuando $P_{C_0} = P_{T_0} = 1$ es

$$T_{J_{eqv}} = T_J / b_f = 11,98 / 1,9 = 6,3 \text{ s.}$$

Al desconectarse el generador N° 4 con potencia de 25 MW, la desviación, según (9.10), será

$$\Delta f = (25/275) \cdot (50/1,9) = 2,5 \text{ Hz,}$$

y el valor mínimo de la frecuencia

$$f_{mfn} = 50 - 2,5 = 47,5.$$

Conforme a (9.10a), después de desconectar la carga $\Delta P_e = 20$ MW, el valor $\Delta P_0 = 25 - 20 = 5$ MW, $P_{C_0} = 275 - 20 = 255$ MW, y la desviación de la frecuencia es

$$\Delta f = -5 \cdot 50 / (255 \cdot 1,9) = 0,515 \text{ Hz.}$$

Por consiguiente, $f = 50 - 0,515 \approx 49,5$ Hz.

De esa manera, la desconexión de más o menos un 7% de la carga disminuyó la baja de la frecuencia en el sistema de 49,5 hasta 47,5 Hz, o sea en 2 Hz. *Por consiguiente, la desconexión de parte de la carga es un medio fuerte para el mantenimiento de la frecuencia.*

Preguntas de control

9.1. ¿Qué tres etapas tiene el proceso de variación de la frecuencia después de haber aparecido en el sistema un desbalance cualquiera de la potencia?

9.2. ¿De qué depende el tiempo de nivelación de la frecuencia en todos los puntos del sistema durante el incremento o la disminución de la potencia en dicho sistema?

9.3. ¿En qué grupos se pueden dividir las oscilaciones de la carga sumatoria del sistema? ¿Cuál es la amplitud y su período en cada uno de estos grupos?

9.4. ¿Cómo se pueden trazar las características dinámicas del sistema durante las variaciones de la frecuencia?

9.5. ¿Qué carácter tiene la dinámica de variación de la frecuencia en presencia y ausencia de la reserva?

9.6. ¿Cuál es la causa de una posible inestabilidad de la frecuencia y cuáles son las medidas para evitarla?

9.7. ¿Cómo varía la frecuencia en el sistema durante el incremento de la potencia en el caso cuando no hay efecto regulador de la carga ($b_f = 0$)? ¿Cómo influye el efecto regulador de la carga en el carácter del proceso?

9.8. ¿Cuál es el objetivo del dispositivo de DAF y cuál es su esquema (aproximado)?

9.9. Defina el alud de frecuencia como un fenómeno físico y dé su interpretación matemática.

9.10. Nombre las vías básicas para mantener la frecuencia normal en los sistemas energéticos.

Temas para las ponencias

1. Análisis de averías relacionadas con la disminución de la frecuencia.
2. Característica de la interacción entre la regulación primaria, secundaria y terciaria.

Procesos transitorios y estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia interconectados por transmisiones que son enlaces débiles

10.1. Planteamiento del problema

Al enlazar dos sistemas eléctricos mediante una línea de transmisión (LTE) que tiene una capacidad de transmisión $U_1 U_2 / x$ muy inferior (en 10—15%) a la potencia del sistema menor, aparecen los problemas de probar la estabilidad del «enlace débil», asegurar constancia de los flujos de potencia por las líneas de interconexión «débiles» y regular conjuntamente la frecuencia en los sistemas interconectados.

En el régimen de funcionamiento de los enlaces débiles influyen notoriamente las oscilaciones irregulares de la carga que tienen lugar en los sistemas interconectados. De esa manera, la amplitud de las oscilaciones de la potencia entre sistemas varía todo el tiempo y tiene un carácter aleatorio. El régimen de funcionamiento de los enlaces más débiles influyen relativamente poco en el régimen de funcionamiento del sistema. La regulación del flujo entre sistemas se realiza basándose en sus mediciones por telemetría y mediciones correspondientes de la carga de los generadores.

Una garantía de reservas suficientes de estabilidad es necesaria para el funcionamiento fiable de los sistemas enlazados. Las oscilaciones de la frecuencia (si éstas salen de los límites permitidos) significan desmejoramiento de la calidad de la energía suministrada a los consumidores, y las oscilaciones de los flujos de potencia en las líneas de enlace conllevan a oscilaciones de la frecuencia. Además, cuando hay intercambio de energía entre sistemas de diferentes empresas en los países capitalistas, las oscilaciones de la potencia entregada o recibida resultan no permisibles, ya que causan complicaciones de los cálculos entre ellas (se ven obligados a considerar las oscilaciones casuales de la potencia). Los flujos de potencia intercambiada en todos los casos deben ser coordinados y en la medida de lo posible mantenerse como fueron prefijados.

Si cada uno de los sistemas interconectados pudiera regular momentáneamente su potencia de tal forma que la generación correspondiera exactamente a la carga del sistema para una frecuencia de 50 Hz (teniendo en cuenta los intercambios planificados), entonces la frecuencia en los sistemas se quedaría constante y el intercambio tendría lugar por el programa establecido. Cualquier variación de la frecuencia en cada uno de los sistemas inmediatamente se compensaría mediante la variación respectiva de la generación. Desafortunadamente en la práctica dicha regulación no se puede realizar. Realmente es imposible inclusive determinar la carga instantánea como la suma de la potencia consumida medida, tampoco se puede variar inmediatamente la potencia entregada por los generadores. Cualquier diferencia entre la potencia que sale y la carga conlleva a una variación de la frecuencia, la cual a su vez provoca la acción de los reguladores primarios que

cambian gradualmente la potencia generada. La diferencia real entre la potencia que sale y la carga se puede determinar sólo indirectamente.

En el caso de interconexión de un sistema a otro sistema energético de gran potencia, en el que la frecuencia puede considerarse constante, la diferencia entre la potencia de salida y la carga en el sistema que se interconecta casi momentáneamente se refleja en las variaciones de los flujos de potencia por las líneas de enlace. Ella puede hallarse como la diferencia ΔP_{12} entre la potencia real y planificada de intercambio.

En un sistema eléctrico de potencia la diferencia entre la potencia de generación y la carga conlleva a la variación de la frecuencia y a la acción del RAFR de las máquinas, que restablece el equilibrio entre la potencia de los generadores y la carga.

Las exactitudes de regulaciones de la frecuencia y de la potencia intercambiada están relacionadas entre sí. El empleo de un sistema de regulación más exacto y más rápido al mismo tiempo garantiza el mejoramiento de la regulación de las dos magnitudes indicadas.

Para los sistemas energéticos interconectados de gran potencia la desviación de la potencia intercambiada con respecto a la planificada alcanza el límite máximo antes de que los cambios de la frecuencia se hagan notables. Por eso, la exactitud de regulación exigida para la potencia intercambiada en las líneas predetermina las características de los dispositivos de regulación.

El análisis de las variaciones de la potencia intercambiada en las líneas de enlace entre sistemas muestra que a las magnitudes planificadas de intercambio se les suman oscilaciones de la potencia. Estas oscilaciones se pueden dividir, aproximadamente, en dos tipos:

1) oscilaciones con un período menor que 1 min compuestas, básicamente, de oscilaciones con períodos de unos cuantos segundos. Su amplitud crece con la interconexión de los sistemas. Estas oscilaciones rápidas, comúnmente, no son una amenaza a la estabilidad de las interconexiones y por eso su eliminación con ayuda del regulador respectivo sería injustificada incluso si eso fuese posible;

2) oscilaciones con un período mayor que 1 min, relacionadas con los intercambios compensadores reales de la potencia entre los sistemas. La amplitud de dichas oscilaciones depende del carácter de las cargas de los sistemas interconectados, valores de sus potencias reguladoras, velocidad de acción y exactitud del equipo empleado para el mantenimiento de las potencias de intercambio planificadas. Con el aumento de la exactitud y la sensibilidad del regulador, las oscilaciones del intercambio de potencia disminuyen gradualmente.

La explotación de las líneas de interconexión entre sistemas mostró que el intercambio de potencia se puede regular con bastante exactitud de acuerdo con el programa. La exactitud de regulación que prácticamente se exige depende de los parámetros de los sistemas interconectados y de las transmisiones que realizan el intercambio de potencia entre los sistemas.

10.2. Sistema interconectado más simple compuesto de dos sistemas diferentes enlazados por una línea de enlace débil

Analicemos el sistema interconectado, esquemáticamente mostrado en la fig. 10.1, a. Primero, supongamos que la frecuencia en los sistemas separados es la misma y en ellos se tienen reguladores de excitación que garantizan en todos los generadores la invariabilidad de la f.e.m. $E'_g \approx E'$. Las variaciones de la potencia generada P_G o la potencia de la carga P_C de los sistemas interconectados, incluso

relativamente pequeñas con respecto a la potencia del sistema, pueden causar la pérdida de la estabilidad de la transmisión.

Empleemos para el análisis de la estabilidad del sistema (fig. 10.1) el método estudiado anteriormente, para lo cual, despreciando la resistencia de la transmisión, transformemos el circuito del sistema como se muestra en la fig. 10.1, b, c.

Para las variaciones de la potencia de cualquier generador (I ó 2) o bien de sus respectivas cargas son correctas las siguientes correlaciones de los incrementos de las potencias de cada una de las centrales:

$$\Delta P_1 = P_{G1} - P_{C1} - P_m \text{ sen } \delta_{12};$$

$$\Delta P_2 = P_{G2} - P_{C2} + P_m \text{ sen } \delta_{12}, \quad (10.1)$$

donde P_{G1} y P_{G2} son las potencias de los motores primarios de los sistemas I y 2 iguales a las potencias de los generadores; P_{C1} y P_{C2} son las potencias de las cargas incluidas en las partes receptoras y de

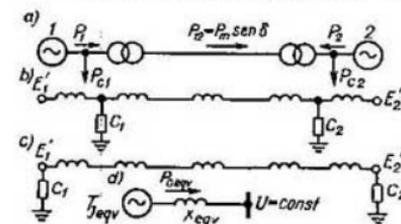


Fig. 10.1. Enlace débil entre las partes generadora y receptora del sistema:

a, esquema principal del sistema; b, circuito equivalente; c, circuito equivalente simplificado (cargas separadas); d, esquema equivalente del sistema convencional «sistema — barras» que reemplaza el sistema en estudio

transmisión del sistema y que en el circuito equivalente (fig. 10.1, c) están conectadas directamente a las f.e.m. E_1' y E_2' ; $P_m \text{ sen } \delta_{12} = E_1' E_2' y_{12} \text{ sen } \delta_{12}$ es la potencia transmitida por el enlace (P_m es el máximo de dicha potencia, δ_{12} , el ángulo entre las f.e.m. E_1' y E_2').

La ecuación diferencial de movimiento relativo correspondiente al esquema equivalente del sistema (fig. 10.1, d) se escribirá así:

$$d^2\delta_{12}/dt^2 = \Delta P_1/T_{J1} - \Delta P_2/T_{J2} = \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha$$

o bien

$$T_{Jeqv} d^2\delta_{12}/dt^2 = P_{eqv} - P_m \text{ sen } \delta_{12}, \quad (10.2)$$

donde

$$T_{Jeqv} = T_{J1} T_{J2} / (T_{J1} + T_{J2}); \quad (10.3)$$

$$P_{eqv} = (T_{J2} P_{G1} - T_{J1} P_{G2}) / (T_{J1} + T_{J2}) - (T_{J2} P_{C1} - T_{J1} P_{C2}) / (T_{J1} + T_{J2}). \quad (10.4)$$

Cualquier cambio de la carga o de la potencia de los generadores conlleva a la variación de P_{eqv} . La desconexión de parte de los generadores provoca además la variación de P_m , debido a que varía la admitancia mutua y_{12} .

Supongamos que en la parte receptora del sistema se desconectaron unos cuantos generadores, o sea P_{G2} disminuyó en ΔP_{G2} . Esto significa que P_{eqv} aumenta en la magnitud $[T_{J1}/(T_{J1} + T_{J2})] \Delta P_{G2}$. El régimen permanente va a definirse por la intersección de las curvas P_{eqv}^{II} y $P_m \text{ sen } \delta$.

Del análisis de la fig. 10.2, a se desprende que la estabilidad se conserva sólo en el caso si el área de aceleración $abca$ será menor (o igual) que el área posible de frenado $cdekc$. Además, tendrán lugar oscilaciones cuya amplitud va a predefinirse por la igualdad de las áreas $adca$ y cdd_1c . Si el incremento de la carga (por ejemplo, la potencia de los generadores que se desconectaron ΔP_{12}) es muy grande y el sistema se hace inestable, entonces es necesario realizar la descarga automática del sistema desconectando parte de los consumidores del extremo receptor (P_{C2}).

La disminución de la carga en ΔP_{C_2} conlleva al decrecimiento de P_{eqv} en la magnitud $[T_{J_1}/(T_{J_1} + T_{J_2})] \Delta P_{C_2}$. Con la elección respectiva de la carga a desconectar se puede garantizar la estabilidad del sistema. Dicho caso se presenta en la fig. 10.2, b, donde se supone que la descarga automática (desconexión de

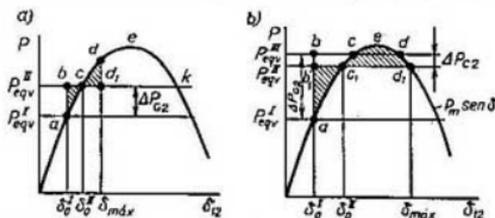


Fig. 10.2. Curvas angulares para el esquema mostrado en la fig. 10.1:

a, régimen estable después de desconectar parte de los generadores; P_{eqv}^I y P_{eqv}^{II} , potencias equivalentes antes y después de la desconexión; b, régimen inestable después de desconectar parte de los generadores (cuando aumenta P_{eqv} desde P_{eqv}^I hasta P_{eqv}^{II}) y paso a un régimen estable después de desconectar una parte de la carga

una parte de la carga) transcurre simultáneamente con la desconexión de los generadores. La exigencia de que las áreas de aceleración ab_1c_1a y de frenado $c_1ed_1c_1$ sean iguales se puede escribir de la siguiente manera:

$$\int_{\delta_0^I}^{\delta_{máx}} P_m (\sin \delta_0^{II} - \sin \delta) d\delta = 0,$$

de donde

$$(\delta_{máx} - \delta_0^I) \sin \delta_0^{II} + \cos \delta_{máx} - \cos \delta_0^I = 0.$$

Debido a que $\delta_{máx} = \pi - \delta_0^{II}$, obtenemos la ecuación para determinar δ_0^{II} :

$$(\pi - \delta_0^{II} - \delta_0^I) \sin \delta_0^{II} - \cos \delta_0^{II} = \cos \delta_0^I.$$

Aquí $\delta_0^I = \arcsen(P_{eqv}^I/P_m)$; $\delta_0^{II} = \arcsen(P_{eqv}^{II}/P_m)$.

Conociendo δ_0^{II} , no es difícil determinar qué parte de la carga del sistema receptor ΔP_{C_2} es necesario desconectar al variar la potencia de los generadores de dicho sistema en correspondencia con uno u otro ángulo δ_0^I . Es evidente que para los supuestos hechos $\Delta P_{C_2}/\Delta P_{G_2} = \varphi [P_{eqv}^I/P_m, (\Delta P_{G_2}/P_m) \cdot (T_{J_1}/(T_{J_1} + T_{J_2}))]$. En la fig. 10.3 se muestran las dependencias respectivas.

Cuando hay un enlace débil pueden aparecer oscilaciones. Por ejemplo, si uno de los sistemas que transmite una potencia P_{12} a unas barras de potencia infinita mediante un enlace débil tiene una carga ΔP , cuya potencia varía con una frecuencia λ , entonces la ecuación diferencial del ángulo tendrá la forma

$$T_J d^2\delta/dt^2 + P_d d\delta/dt + P_{12} \sin \delta = \Delta P \sin \lambda t + P_0, \quad (10.5)$$

donde P_0 es el valor medio de la potencia transmitida.

Para una aproximación lineal, de (10.5) se puede hallar la desviación del ángulo con respecto al valor medio:

$$\Delta\delta = \Delta P / \sqrt{(T_J \lambda^2 - P_{12} \cos \delta_0)^2 + P_d^2 \lambda^2}.$$

Es evidente que para cada sistema existen ciertos valores de λ que corresponden a las desviaciones máximas del ángulo (fig. 10.4).

En presencia de un enlace débil pueden aparecer oscilaciones irregulares de la potencia de intercambio; éstas son provocadas por las oscilaciones de la carga y la frecuencia en los sistemas interconectados y por la reacción de los reguladores de rotación de las turbinas a las oscilaciones de la frecuencia. Las desviaciones

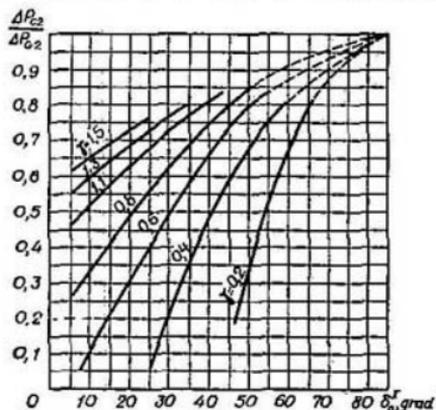


Fig. 10.3. Correlaciones entre las potencias desconectadas del generador y la carga:

ΔP_{G_2} , potencia de la carga, que es necesario desconectar para conservar la estabilidad cuando se desconecta una potencia de los generadores ΔP_{G_1} :

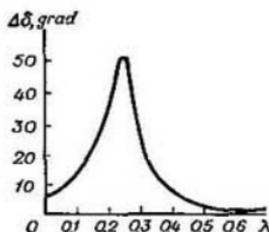
$$\gamma = (\Delta P_{G_1} / P_m) \{ T_{J_1} / (T_{J_1} + T_{J_2}) \}$$


Fig. 10.4. Desviaciones máximas del ángulo en dependencia de la frecuencia de oscilaciones de la carga

cuadráticas medias de la carga $\Delta P_{\text{med.cuadr}}$ con respecto al nivel medio de la carga sumatoria P se hallan de la correlación

$$\Delta P_{\text{med.cuadr } 1} / \sqrt{P_1} = \Delta P_{\text{med.cuadr } 2} / \sqrt{P_2}$$

Además, la influencia de los reguladores de la frecuencia de rotación en las oscilaciones de la potencia entre los sistemas es menor que la influencia de las oscilaciones de la carga.

La experiencia y las investigaciones muestran que las oscilaciones irregulares del flujo de potencia entre sistemas se pueden evaluar considerando solamente el menor de los sistemas energéticos interconectados.

*10.3. Estabilidad dinámica de los enlaces débiles

La pérdida del sincronismo de los enlaces débiles frecuentemente está provocada por la desconexión de una de las líneas en paralelo o por un desbalance de potencia surgido en uno de los sistemas interconectados. Los cortocircuitos, incluso los más fuertes, si son desconectados por las protecciones básicas, como regla, no provocan la pérdida de la estabilidad dinámica de sincronismo. Esto está condicionado por el hecho de que la desconexión de un enlace débil o un cortocircuito en él, crea un desbalance de potencia relativamente pequeño en los sistemas interconectados.

Determinemos la dependencia del tiempo límite de desconexión t_{lim} de un cortocircuito trifásico con respecto a la potencia transmitida P_0 . El tiempo límite

de desconexión es

$$t_{lim} = \sqrt{2T_{J_{eqv}}(\delta_1 - \delta_0)/P_0}, \quad (10.6)$$

donde

$$\delta_1 = \arccos [(P_0/P_{12})(\pi - 2\delta_0) + \cos(\pi - \delta_0)]. \quad (10.7)$$

Empleando (10.6) y despreciando la resistencia del enlace débil entre los sistemas, consideramos que en él no hay cargas intermedias y que la carga de los sistemas interconectados durante el cortocircuito analizado no varía. Tomando las inercias relativas del sistema energético como iguales y teniendo en cuenta que $\delta_0 = \arcsen(P_0/P_{12})$, obtenemos

$$t_{lim} = \sqrt{\frac{2T_J P_{C1}/P_{12}}{P_0/P_{12}} \arccos \left[\frac{P_0}{P_{12}} \left(\pi - 2 \arcsen \frac{P_0}{P_{12}} \right) - \left(1 - \frac{P_0}{P_{12}} \right)^2 \right] - \arcsen \frac{P_0}{P_{12}}}, \quad (10.8)$$

donde los valores de t_{lim} y T_J se dan en radianes.

Según dicha fórmula en la fig. 10.5 se trazan las dependencias de $t_{lim} = f(P_0/P_{12})$ para diferentes valores de P_{12}/P_{C1} cuando $T_J = 15$ s. Como se ve de las curvas, el tiempo límite de desconexión del cortocircuito es suficiente para la acción de las protecciones básicas.

*10.4. Estabilidad estática de los enlaces débiles

El análisis de la experiencia de la explotación de las transmisiones que son enlaces débiles entre sistemas muestra que la causa más frecuente de la pérdida de su estabilidad es el sobrepaso del límite de la estabilidad estática debido a la desconexión de una de las líneas en paralelo o bien al aumento relativamente lento del flujo de potencia condicionado por la variación de su valor medio o de las oscilaciones irregulares. Por eso, determinar las regiones de los regímenes estáticamente estables para los enlaces de transmisiones entre los sistemas es un problema importante.

Sobre la potencia límite (según las condiciones de estabilidad estática) influye una serie de factores: la tensión en los extremos de la transmisión, las resistencias y reactivancias de las líneas de transmisión, las cargas intermedias y los valores del estatismo de los sistemas energéticos interconectados. Primero que todo evaluemos en cuánto puede diferenciarse el ángulo de la transmisión de los 90° debido a la influencia de las resistencias de las líneas de transmisión y los valores del estatismo de los sistemas interconectados. Además, en este análisis vamos a considerar constantes las f.e.m. equivalentes de los sistemas energéticos. Entonces el ángulo límite según las condiciones de estabilidad estática se determinará por la expresión

$$\alpha = \frac{1}{T_{J1}} \frac{dP_1}{d\delta} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{dP_2}{d\delta} > 0. \quad (10.9)$$

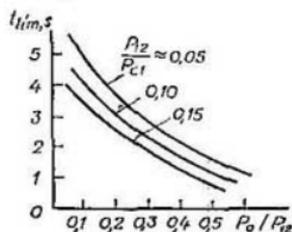


Fig. 10.5. Tiempo límite de desconexión de un cortocircuito trifásico en dependencia de la correlación P_0/P_{12} para una transmisión de distinta potencia

Para un enlace débil se puede tomar que *)

$$P_1 = (P_{T1} - P_{C1}) + b_{f1*} s_* P_{C1} + P_{12} \operatorname{sen} (\delta - \alpha) = \\ = P_{01} + b_{f1*} s_* P_{C1} + P_{12} \operatorname{sen} (\delta - \alpha); \quad (10.10)$$

$$P_2 = (P_{C2} - P_{T2}) + b_{f2*} s_* P_{C2} - P_{12} \operatorname{sen} (\delta + \alpha) = \\ = P_{02} + b_{f2*} s_* P_{C2} - P_{12} \operatorname{sen} (\delta + \alpha). \quad (10.11)$$

Sumando estas expresiones y pasando a los incrementos (se supone que la potencia de los sistemas energéticos está balanceada para $\delta \approx \delta_0$), obtenemos

$$s_* = 2P_{12} \operatorname{sen} \alpha \cos \delta_0 / (b_{f1*} P_{C1} + b_{f2*} P_{C2}). \quad (10.12)$$

Sustituyendo (10.12), (10.10), (10.11) en la desigualdad (10.9), después de unas transformaciones hallamos la siguiente condición:

$$A \cos \delta + B \operatorname{sen} \delta = \sqrt{A^2 + B^2} \cos (\delta - \lambda) > 0,$$

de donde $\delta_{lim} = 90^\circ + \lambda$, donde

$$A = P_{12} (T_{J1} + T_{J2}) \cos \alpha; \quad B = P_{12} \left[(T_{J2} - T_{J1}) + 2 \frac{T_{J1} b_{f2*} P_{C2} - T_{J2} b_{f2*} P_{C1}}{b_{f1*} P_{C1} - b_{f2*} P_{C2}} \right] \operatorname{sen} \alpha = \\ = P_{12} \frac{(T_{J1} + T_{J2}) (b_{f2*} P_{C2} - b_{f1*} P_{C1})}{b_{f1*} P_{C1} + b_{f2*} P_{C2}} \operatorname{sen} \alpha; \\ \operatorname{tg} \lambda = \frac{B}{A} = \frac{b_{f2*} P_{C2} - b_{f1*} P_{C1}}{b_{f2*} P_{C2} + b_{f1*} P_{C1}}; \quad \lambda = \operatorname{arctg} \left(\frac{b_{f2*} - b_{f1*} \beta}{b_{f2*} + b_{f1*} \beta} \operatorname{tg} \alpha \right),$$

además, $\beta = P_{C1}/P_{C2}$ cuando $P_{C1} > P_{C2}$.

De las expresiones presentadas se ve que cuanto menor sea la relación entre la resistencia y la reactiva de la transmisión, o sea cuanto menor sea α y λ , tanto más cerca estará δ_{lim} a los 90° . Para valores relativos iguales del estatismo de los sistemas energéticos el valor máximo $\lambda_{m\acute{a}x} = \alpha$ se obtiene cuando $\beta = 0$, y cuando $\beta = 1$, el valor de $\lambda = 0$. Si los estatismos son diferentes, entonces $\lambda_{m\acute{a}x}$ no varía y cambia sólo la magnitud β para la cual $\lambda = 0$. Las constantes de inercia de un sistema energético no influyen en la magnitud λ , si no se considera el estatismo de los sistemas energéticos. Si se admite que la potencia del sistema no depende de la frecuencia, entonces el ángulo λ depende de las constantes de inercia. Esto se explica [16] por el hecho de que en el primer caso, al aparecer ΔP , la frecuencia en el sistema varía en una magnitud limitada s_* , y en el segundo, en una magnitud ilimitada. Aunque el segundo caso da un cuadro físico erróneo del fenómeno, el resultado final se obtiene igual si

$$T_{J1*} = T_{J2*} \quad \text{y} \quad b_{f1*} = b_{f2*}.$$

*10.5. Ajuste de los reguladores de excitación

Los reguladores de excitación (RE) que se instalan en todos los generadores de alta potencia, siendo un medio para aumentar la confiabilidad, requieren un ajuste meticuloso para cumplir con sus funciones. Esto, en especial, se refiere a los

) Aquí P_T es la potencia de la turbina; $b_{f} = (dP/df) (f_0/P_0)$ es el coeficiente que caracteriza la pendiente relativa de las características estáticas de las cargas, donde f_0 y P_0 son los valores nominales de la frecuencia y la potencia; s_* es la variación de la frecuencia que causa la respectiva variación de la potencia de carga ($\Delta P_C = b_{f*} P$).

RAE a.r., que con un mal ajuste pueden dar resultados incluso peores que los RAE a.p., o sea provocar la impulsión del sistema.

En presencia de reguladores de cualquier tipo, el tamaño de las regiones de estabilidad estática de un sistema electroenergético (SEE) y su ubicación con respecto a los parámetros de ajuste dependen del régimen del sistema. En el espacio de los parámetros de ajuste a los valores elegidos les corresponde un punto de operación. El mayor diapasón posible de regímenes se garantiza si dicho punto se elige dentro de un sistema común del espacio de parámetros para cierto conjunto de regiones de estabilidad. Y el punto de operación en la mayoría de los casos se halla en las cercanías de los límites de las regiones de estabilidad de cualquiera de los regímenes, lo que en el plano de las raíces corresponde a raíces cercañas al eje imaginario. Las regiones de estabilidad correspondientes a los diferentes regímenes deben superponerse una sobre la otra, o, de lo contrario, para un funcionamiento estable se requieren varios ajustes de los reguladores, lo cual no se permite.

Para generalizar la solución del problema de asegurar la estabilidad del SEE, es importante la síntesis de las leyes de regulación (que incluye la elección del sistema de estabilización del RAE) de los RAE en los generadores de las centrales eléctricas. Las leyes de regulación y los valores de los parámetros de los RAE en los generadores sincrónicos de la central eléctrica deben garantizar el cumplimiento simultáneo de las siguientes condiciones:

a) asegurar regiones grandes comunes de estabilidad estática para un conjunto dado de regímenes típicos de funcionamiento de las centrales eléctricas en el sistema, o sea unas exigencias mínimas a la agudeza del ajuste;

b) que las condiciones de la estabilidad estática no sean contradictorias para los regímenes de carga y de marcha al vacío de los generadores desconectados de la red;

c) un buen amortiguamiento de las oscilaciones pequeñas;

d) la mayor coincidencia posible de las regiones de estabilidad estática y dinámica (teniendo en cuenta el forzamiento), un amortiguamiento satisfactorio de las oscilaciones grandes.

Todas las condiciones indicadas son igualmente importantes y ninguna de ellas se puede considerar dominante.

Un índice generalizado de la calidad de los procesos transitorios puede ser el *grado de estabilidad*, o *coeficiente de amortiguamiento* de las oscilaciones pequeñas. Garantizar valores altos de dichos índices es el objetivo de la elección de una ley de regulación del RAE. Las dificultades de dicha elección están condicionadas por el hecho de que en los sistemas electroenergéticos (SEE) modernos con mayor frecuencia aparecen interconexiones al funcionamiento en paralelo mediante enlaces entre los sistemas. Esto provoca la variación de las propiedades dinámicas de toda la interconexión y puede causar el empeoramiento de la calidad de los procesos transitorios y a veces, la pérdida de la estabilidad. Además, puede aparecer una autoimpulsión de baja frecuencia (con una frecuencia en el diapasón de 0,1—0,5 Hz). Esto es especialmente importante para la interconexión de SEE mediante enlaces débiles y la creación de interconexiones energéticas de «estructura extendida». En estas condiciones, para el mejoramiento de la estabilidad estática son necesarios buenos sistemas de estabilización de los RAE existentes en las centrales (por ejemplo, el cambio de RAE a.p por RAE a.r.). Los cambios en los RAE de diferentes centrales eléctricas, de una manera diferente influyen en la estabilidad de la interconexión energética. De aquí se deriva el planteamiento general del problema para elegir el RAE, que puede ser formulado de la siguiente manera: *señalar las centrales eléctricas del sistema en cuyos generadores es más ventajosa la instalación de RAE a.r. y elegir los sistemas de estabilización de dichos RAE que*

permitan aumentar la estabilidad del SEE en general y, en particular, amortiguar las oscilaciones de baja frecuencia *).

Uno de los métodos aproximados para elegir los parámetros estabilizadores del RAE a.r. apto para los sistemas eléctricos de potencia sencillos, es el método que considera una sola frecuencia de las oscilaciones electromecánicas; se basa en la idea acerca de que la elección de los enlaces de retroalimentación y los coeficientes de amplificación (ganancias) de los canales de la tensión, en su mayor parte, se predetermina por las condiciones de estabilidad del sistema de regulación de la excitación del generador desconectado del sistema. Para determinar los valores necesarios de los coeficientes de amplificación para los canales de las derivadas de la corriente o la frecuencia (parámetros estabilizadores), se construyen las regiones de estabilidad estática para todos los regímenes típicos de funcionamiento del sistema.

Desde el punto de vista de la estabilidad estática, todo el conjunto de valores de los coeficientes de amplificación de los parámetros estabilizadores que se encuentran dentro de una sección común de las regiones de estabilidad es equivalente. Para elegir el ajuste de operación del RAE hay que hacer una evaluación adicional de los posibles ajustes del RAE con ayuda de unos u otros criterios de calidad.

En caso de perturbaciones pequeñas esto se puede realizar trazando curvas de igual atenuación. Para evaluar el comportamiento del sistema en presencia de perturbaciones finitas se propone analizar las regiones adicionales de las diferentes propiedades dinámicas del sistema y determinar el coeficiente de atenuación equivalente considerando las no linealidades de la característica angular de la potencia y la excitatriz.

Antes de que entre en operación una nueva central eléctrica se recomienda realizar cálculos analíticos y experimentos en los modelos, en el curso de los cuales se elige la ley de regulación necesaria y se determinan los valores aproximados de los coeficientes de amplificación para los diferentes canales de regulación. La elección definitiva del ajuste del RAE se lleva a cabo después de realizar las pruebas al natural.

Comúnmente se toma el siguiente orden para el ajuste: 1) se determina la posición recíproca de los ejes de los parámetros de regulación; 2) en dichos ejes se trazan las características amplitud-fase del sistema de regulación abierto (para los diferentes canales); 3) se halla el diapasón de frecuencias de las oscilaciones electromecánicas del sistema; 4) se trazan las gráficas y se eligen los ajustes de los parámetros estabilizadores.

De esa manera se realizó el ajuste de los RAE en una serie de hidroeléctricas de gran potencia.

Por ejemplo, en la hidroeléctrica de Bratsk***) para determinar la frecuencia de las oscilaciones naturales del sistema y evaluar la influencia de la ley de regulación y el ajuste del RAE en la extinción de las oscilaciones electromecánicas, al sistema se le aplicaron perturbaciones tipo escalón y armónicas permitidas según las condiciones de operación de los consumidores ($\Delta\delta_{\max} = 3..5^\circ$). Las perturbaciones se aplicaron al sistema de excitación del generador (al sumador del RAE). La aplicación de perturbaciones al eje de la turbina (variación directa del momento del generador) puede realizarse solamente con una frecuencia muy pequeña ($\omega <$

*) Véase: Э. Бросманн, В. Веников, В. Стрѐв. Обобщение подхода к выбору АРВ в сложных электрических системах. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1982. № 3. (E. Brossmann, V. Venikov, V. Strěv. Generalización del enfoque para elegir los RAE en los sistemas eléctricos de potencia complejos).

**) Véase: Б. Гессе, И. Литкенс. Практический способ выбора стабилизирующих параметров АРВ силового действия. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970. № 6. (B. Guesse, I. Litkens. Método práctico para elegir los parámetros estabilizadores del RAE de acción reforzada).

$< 2 \dots 3 \text{ s}^{-1}$) debido a que la capacidad de inercia del sistema de control de la turbina es grande. Esto es inadmisibles para los experimentos dados.

De la comparación de los resultados obtenidos cuando se efectúan acciones perturbadoras diferentes se ve que tales características transitorias permiten determinar la frecuencia natural de oscilaciones del sistema, evaluar cualitativamente la acción del RAE (amortiguamiento, impulsión) y hallar los valores absolutos aproximados del coeficiente de atenuación.

Las perturbaciones armónicas permiten calificar la acción del RAE en forma de desviaciones máximas del ángulo en la frecuencia de resonancia para los diferentes ajustes mostrados en la fig. 10.6. Los datos se pueden emplear para hacer un análisis cuantitativo comparativo de la influencia de los diferentes parámetros de regulación (I , J , U , etc.) sobre la extinción de las oscilaciones del ángulo.

El método de ajuste y elección de los parámetros estabilizadores de los RAE a.r. expuesto es bastante sencillo y accesible en las pruebas de ajuste en las centrales eléctricas. Los coeficientes de amplificación del RAE elegidos con ayuda de dicho método garantizan un amortiguamiento intensivo de las oscilaciones electromecánicas de las máquinas sincrónicas. Sin embargo, para los sistemas complejos el método analizado puede emplearse como una parte de la metódica ya conocida de coordinación sucesiva del ajuste de los reguladores de acción reforzada. A veces, para evaluar la calidad, en dicha metodología se emplea la noción de grado de estabilidad, caracterizado por el módulo de la parte real de las raíces complejas conjugadas de la ecuación característica, cercanas al eje imaginario. Las combinaciones óptimas de los coeficientes de estabilización se determinan por medio del método de D -división. El método presupone hallar los coeficientes de estabilización que garanticen el mayor grado de estabilidad de una de las centrales. Luego se ajusta el RAE de la siguiente central, se halla un par de coeficientes más y luego se determina el siguiente par.

La coordinación sucesiva de los ajustes de los RAE a.r. en un sistema muy complejo con el objetivo de elevar sus propiedades amortiguadoras resulta poco efectiva, ya que el crecimiento del grado de estabilidad después del ajuste de los reguladores en una — dos centrales disminuye.

Esto se explica por el hecho de que debido a la variación solamente de dos coeficientes es imposible garantizar a un mismo tiempo una concordancia en la variación de las partes reales del grupo de raíces dominantes hacia los valores mayores del grado de estabilidad. La variación de dichos coeficientes con frecuencia conlleva a que los cambios de las partes reales de las raíces tengan un carácter contrario con respecto a los que se obtuvieron anteriormente, o sea que el grado de estabilidad se hace «incontrolables»). Como resultado este método no da la posibilidad de valorar y realizar de manera completa las ventajas de la regulación proporcional o reforzada en varios puntos del sistema. Evidentemente es deseable una coordinación simultánea de una serie de reguladores de excitación, la cual debe garantizar resultados mucho mejores que la coordinación sucesiva.

Fue propuesto un método que permite determinar analíticamente el mayor grado de estabilidad del sistema alcanzable en la primera etapa de la coordinación sucesiva de los ajustes de los RAE a.r. Además, se reveló una dependencia esencial entre la controlabilidad del grado de estabilidad del sistema (debida a la regulación reforzada de la excitación del generador) y el parámetro admitido (del régimen) de estabilización. Se muestra que en dependencia de la complejidad del sistema,

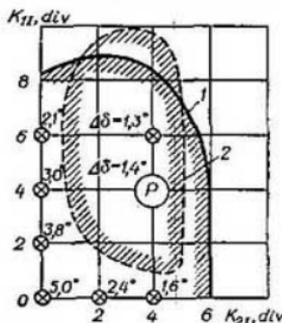


Fig. 10.6. Regiones de estabilidad estática del sistema:

$P = 0,60 \text{ p.u. (1) y } P = 1,1 \text{ p.u. (2)}$
 $(K_{11} = 0,27 \text{ unidad de excitación} \times \text{Xs}^2/\text{unidad de corriente en divisiones,}$
 $K_{21} = 0,08 \text{ unidad de excitación} \times \text{Xs}^2/\text{unidad de corriente en divisiones})$

* Véanse: Ю. Горюнов, М. Левинштейн, О. Щербачев. Методика определения оптимальных параметров регулирования в сложных динаризованных системах с несколькими регулируемыми объектами. — Труды ЛПИ, 1968, № 293, с. 67—70. (Yu. Goryunov, M. Levinshstein, O. Scherbachev. Método para determinar los parámetros óptimos de regulación en los sistemas complejos linealizados con unos cuantos objetivos regulados); И. Грудев, Г. Турусневкова. Исследование последовательной оптимизации настроек регуляторов возбуждения по критерию степени устойчивости системы. — Труды ЛПИ, 1982, № 385, с. 32—37. (I. Grudev, G. Turusnevkova. Estudio de la optimización sucesiva de los ajustes de los reguladores de excitación según el criterio del grado de estabilidad del sistema).

parámetros del régimen y ley de regulación, la ecuación característica en diferentes etapas de la optimización puede adquirir ya sea raíces múltiples, ya sea dos pares de raíces con partes reales idénticas y partes imaginarias diferentes. En presencia de raíces de diferente frecuencia la siguiente etapa de la optimización, como regla, aumenta el grado de estabilidad y conlleva a que aparezcan raíces múltiples de la ecuación característica. Como resultado se estableció que la coordinación simultánea de los RAE en unas cuantas centrales asegura resultados mucho mejores que la búsqueda sucesiva de los ajustes de los RAE a.r. Por ejemplo, basándose en método de *D*-división cuando son iguales la cantidad de coeficientes de estabilización que se varían simultáneamente y la cantidad de componentes del movimiento, se alcanza la mejor controlabilidad del grado de estabilidad.

En una serie de casos aparece la imperiosa necesidad de un ajuste especial de aquellos RAE a.p en los que la ausencia de señales de estabilización para las derivadas de los parámetros del régimen no permite elegir un coeficiente de amplificación arbitrariamente grande para el canal de regulación según la desviación de la tensión. Además aparecieron dificultades de dar las recomendaciones fundamentadas cuantitativas para elegir los parámetros de ajuste del RAE, que considerarían los regímenes reales del sistema y de las centrales. La reserva de estabilidad estática de los generadores en los regímenes de subexcitación es prácticamente desconocida. A raíz de esto, es posible un acercamiento no permisible a los límites de la estabilidad estática y la pérdida de ésta. La confirmación de lo dicho fueron los fenómenos de autooscilaciones observadas en los años 1975—1976 en los generadores de algunos sistemas eléctricos (SE) en los regímenes de sus cargas mínimas, las cuales abarcaron todo el sistema energético.

El peligro de perder la estabilidad estática del sistema en los casos indicados se eliminó después del ajuste de los RAE de los generadores conforme al método propuesto, el cual puede ser empleado exitosamente durante la puesta en operación de nuevas centrales termoeléctricas y atómicas, en los sistemas energéticos concentrados y durante el ajuste de los sistemas de excitación con RAE a.p. cuando se tiene un sistema de excitación de alta frecuencia. Resultó que para un sistema de excitación de alta frecuencia, empleado según la ejecución común de fábrica, con un ajuste correcto del RAE a.p se puede garantizar la estabilidad estática. Sin embargo, si en una serie de centrales eléctricas atómicas (CEA) a raíz de sus peculiaridades los generadores funcionan en las condiciones menos ventajosas desde el punto de vista de la estabilidad estática periódica, entonces, realizando las pruebas hay que obtener los parámetros del modelo funcional, que son necesarios para los estudios mediante cálculos de la estabilidad estática. Además, hay que considerar la influencia sustancial del coeficiente de compoundaje en el coeficiente general de amplificación del sistema de excitación y en la región de estabilidad estática periódica. Hay que tener presente que las condiciones de aparición y el carácter de los procesos transitorios, cuando se establecen y se eliminan las oscilaciones, son tales que tiene lugar una *excitación suave de las autooscilaciones cuando se viola la frontera periódica (no peligrosa) de la estabilidad estática*. Las autooscilaciones tienen una frecuencia del orden de 1 Hz y una amplitud de los parámetros del régimen, que aumenta con el alejamiento de la frontera de estabilidad. El método propuesto*) de reajuste de los RAE a.p garantiza una reserva de estabilidad estática suficiente y elimina la aparición de las autooscilaciones en todo el diapasón de los regímenes de operación. El método no requiere una intromisión en el régimen del sistema energético (SE) y no influye en el funcionamiento de sus centrales atómicas. Resultados experimentales, sin cálculos adicionales, dan respuesta a la pregunta de si el ajuste del RAE elegido es correcto.

Los métodos de ajuste propuestos, descritos arriba, en una serie de casos dan resultados positivos. Sin embargo, el aumento de la complejidad de los sistemas energéticos modernos presenta mayores exigencias a la calidad y rapidez del ajuste de los dispositivos de regulación y control automático y, en especial, a los RAE a.r.

Un análisis de los resultados de la explotación de dichos reguladores mostró que en los sistemas energéticos con frecuencia no se hace la elección del ajuste de los RAE de acuerdo con las condiciones concretas de funcionamiento de las centrales. Esto provoca la disminución de la reserva de la estabilidad del sistema y

*) Véase: Л. Ковачева, В. Лирич, И. Литкенс. Экспериментальное исследование статической устойчивости турбогенераторов АЭС в режиме недо возбуждения. — Электричество, 1983, № 4. (L. Kovacheva, V. Lirin, I. Litkens. Estudios experimentales de la estabilidad estática de los turbogeneradores de una CEA en el régimen de subexcitación).

en una serie de casos es la causa de la aparición de situaciones de avería que comienzan como resultado de la autoimpulsión.

Una de las causas de un ajuste de baja calidad de los RAE es la complejidad de las metodologías existentes de elegir los parámetros de ajuste. Para elegir los coeficientes de regulación se analizan las propiedades dinámicas del sistema en presencia de una señal de mando (ya sea armónica o de tipo escalonado) que se aplica simultáneamente a las entradas de control de los RAE de los generadores que funcionan en paralelo. Para hallar la región de estabilidad los experimentos se realizan para diferentes combinaciones de los parámetros de ajuste de los RAE y entre ellas aquellos ajustes para los cuales el sistema se acerca a la frontera de estabilidad por autoimpulsión. El cambio del ajuste de los RAE se realiza mediante una variación simultánea de los coeficientes de regulación de todas las máquinas que operan en paralelo. Este tipo de experimentos puede causar la pérdida de la estabilidad del sistema, por eso hay necesidad de tener durante todo el período de los experimentos una reserva de potencia caliente suficiente para el caso de que se pierda la estabilidad.

El nuevo método *) de ajuste propuesto permitió controlar la estabilidad del sistema energético y hacer la elección de los parámetros de ajuste según los datos del régimen normal de funcionamiento del sistema energético, sin realizar experimentos especiales. La elección del ajuste del RAE se realiza según este método mediante el tratamiento en un microordenador de los datos del proceso transitorio que se origina en un sistema en presencia de una perturbación pequeña.

La esencia del método se explica en el diagrama de flujos del programa de cálculo de los parámetros de ajuste del RAE (fig. 10.7). Como información de entrada sirven los datos acerca del proceso transitorio en el sistema energético, el cual aparece en presencia de una señal pequeña de control tipo escalón a la entrada del RAE. Como señal de entrada para el microordenador sirve la tensión a la salida del captador del valor instantáneo de la frecuencia en el sistema energético. El captador de la frecuencia se conecta al transformador por parte de las barras de alta tensión de la central eléctrica. La tensión de salida del captador de frecuencia se transmite con intervalos iguales de tiempo a la memoria del microordenador ya sea mediante un convertidor analógico-digital, ya sea un oscilograma del proceso. El masivo de datos obtenidos acerca de la función transitoria del sistema $h(t)$ se emplea para calcular la región de estabilidad estática por el método de D -división.

El algoritmo del programa presupone la ejecución de los cálculos en el siguiente orden:

—partiendo de la función transitoria del sistema $h(t)$, por las fórmulas de la transformación directa de Fourier se calcula la característica de frecuencia del sistema cerrado de regulación $W(j\omega)$;

—se verifica el cálculo de la característica de frecuencia $W_f(j\omega)$ de los circuitos operacionales del RAE para el ajuste dado de los reguladores de excitación (instalados para la operación);

—se calcula la característica de frecuencia del sistema abierto de regulación $W_{ao}(j\omega)$;

—de acuerdo con la característica $W_{ao}(j\omega)$ por el método de D -división se calculan las fronteras de la región de estabilidad estática del sistema en el plano

*) Véase: В. Любарский, В. Филатов, Н. Любарская. Метод расчета области устойчивости энергосистемы и выбора настройки АРВ по параметрам переходной функции системы. — Электрические станции, 1982, № 11, с. 40—45. (V. Liubarsky, V. Filátov, N. Liubarskaya. Método para calcular la región de estabilidad de un sistema energético y elegir el ajuste de los RAE según los parámetros de la función transitoria del sistema).

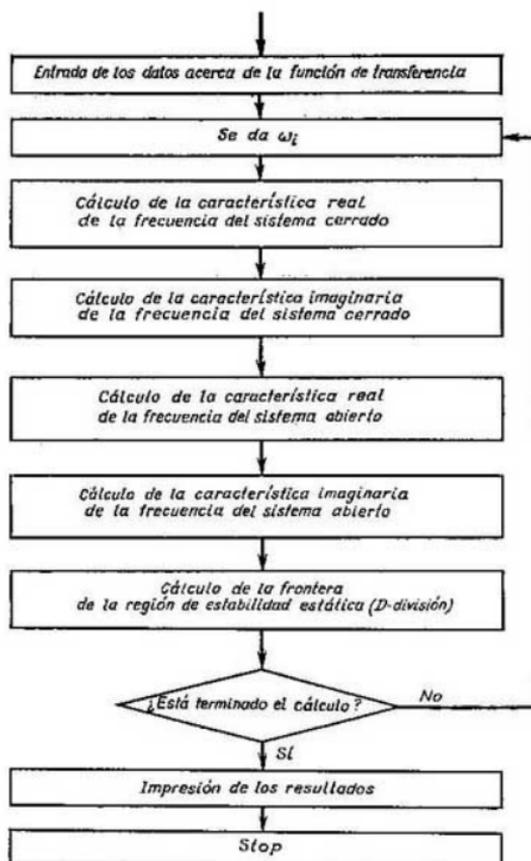


Fig. 10.7. Diagrama de flujos para programa de cálculo de los parámetros de ajuste en el microordenador

de los coeficientes de regulación del RAE según la variación de ω y los coeficientes para las derivadas (K_{0f} , K_{1f}).

En la fig. 10.8 se muestra una región de estabilidad (curva 1). En el régimen dado para verificar la exactitud del método escogido se determinaron los valores de los coeficientes de los RAE, cercanos a los valores límites (según la estabilidad), mediante la variación simultánea de los coeficientes K_{0f} , K_{1f} de los reguladores de los generadores que funcionan en paralelo.

Para determinar el límite superior de los coeficientes de regulación según la derivada de la frecuencia, se aumentó el doble el valor máximo del coeficiente para dicho canal. En la fig. 10.8 la frontera de los valores de los parámetros de ajuste, en cuyos límites se realizaron las variaciones de los coeficientes K_{0f} , K_{1f} , se muestra con línea de trazos (interrumpida). Los valores mínimos del coeficiente K_{1f} , cuyo ajuste se realizó en el proceso de los experimentos, corresponden a la curva 2, los máximos, a la 3. A ambas curvas les corresponden procesos transitorios con un decremento pequeño de atenuación, lo cual indica la cercanía a la frontera de la región de estabilidad estática.

En la fig. 10.8 con el punto *A* se indica el ajuste, para el que según la función transitoria, se calculó con ayuda del microordenador la curva *l* de la región de estabilidad estática. La comparación de los resultados de los experimentos (curvas 2 y 3) con la curva calculada según el método expuesto por el autor muestra que en el caso dado se asegura una exactitud suficiente de cálculo de los coeficientes límites de regulación por estabilidad. Dicho método permite hallar

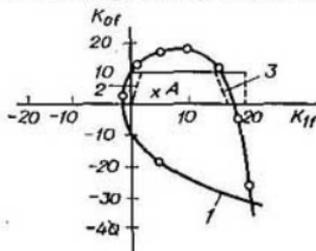


Fig. 10.8. Regiones de estabilidad en dependencia de las derivadas según la frecuencia K_{1j} y K_{of}

la ubicación de la frontera de la región de estabilidad en todos los cuadrantes del plano de los coeficientes K_{of} , K_{1j} , independientemente de si dicha frontera se halla en los límites correspondientes a las escalas de los RAE o fuera de los límites de los valores máximos de los coeficientes previstos en los RAE. El mejoramiento ulterior de los métodos de ajuste debe conllevar a la aparición de dispositivos automáticos que escojan los parámetros de los RAE a.p y RAE a.r para las condiciones concretas dadas.

Preguntas de control

- 10.1. ¿Qué se debe entender por enlaces «débiles» de los sistemas energéticos?
- 10.2. Nombre las particularidades del funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia interconectados mediante líneas de enlace débil.
- 10.3. ¿Cómo influyen las oscilaciones de la potencia y la frecuencia en los sistemas interconectados sobre la reserva de estabilidad de la línea de transmisión que los une?
- 10.4. ¿Qué es la potencia de intercambio y en qué consiste el problema de la regulación de la potencia de intercambio? ¿Qué oscilaciones entran como componentes de la potencia de intercambio?
- 10.5. ¿Cómo se puede emplear el método de las áreas para el estudio de la estabilidad de una transmisión que enlaza dos sistemas, en uno de los cuales tiene lugar la desconexión de una parte de la carga o de los generadores?
- 10.6. ¿Qué correlación entre la frecuencia y la potencia de intercambio se toma como la base para la regulación?
- 10.7. ¿Cuál es el carácter aproximado de las variaciones de la frecuencia en los sistemas enlazados durante el incremento de la potencia en uno de ellos y cómo varía en ese caso la potencia de intercambio?
- 10.8. Nombre las causas fundamentales de la pérdida de la estabilidad de los sistemas energéticos interconectados mediante enlaces débiles.
- 10.9. ¿Qué oscilaciones de la potencia de intercambio son peligrosas desde el punto de vista de la estabilidad de los sistemas interconectados?
- 10.10. ¿Qué factores influyen más fuertemente en la estabilidad de sistemas energéticos enlazados débilmente?

Temas para las ponencias

1. Empleo de los reguladores de frecuencia y de la potencia de intercambio para la regulación de los flujos de potencia entre los sistemas y el mejoramiento de la estabilidad.
2. Influencia de los factores probabilísticos en los flujos de potencia entre sistemas y su estabilidad.

Procesos transitorios en los sistemas de suministro eléctrico (nodos de carga) de los sistemas eléctricos de potencia durante variaciones pequeñas del régimen

11.1. Característica general del problema

La parte del sistema eléctrico de potencia que efectúa directamente el abastecimiento de energía eléctrica a los consumidores se llama *sistema de suministro eléctrico*. Este se compone de las redes de suministro y distribución, transformadores, dispositivos de compensación (condensadores, compensadores sincrónicos) y dispositivos en los cuales la energía eléctrica se emplea con objetivos industriales o domésticos. Estos dispositivos comúnmente se denominan *receptores* de la energía eléctrica, *cargas*, *consumidores*. El sitio donde se conectan los diferentes sistemas de suministro eléctrico a las redes de alto voltaje de los sistemas eléctricos de potencia se llaman *nodos de carga*.

Durante el funcionamiento normal de los sistemas de suministro eléctrico y durante los diferentes arranques y detenciones de los equipos tienen lugar los *procesos transitorios normales*. Las desconexiones de ciertos elementos, cortocircuitos causan los *procesos transitorios de avería*. Los regímenes permanentes y los procesos transitorios en los sistemas de suministro eléctrico deben satisfacer las exigencias generales que fueron formuladas en los caps. 1—4 para el sistema eléctrico de potencia en conjunto.

Los procesos transitorios en los sistemas de suministro eléctrico se pueden clasificar según el tipo de perturbación (pequeña, grande, duradera, etc.), tal como se hizo para el sistema en conjunto. Así, en el régimen normal del sistema durante perturbaciones pequeñas surge la necesidad de verificar la estabilidad estática de los motores sincrónicos, compensadores sincrónicos y de grupos grandes de motores asincrónicos que, teniendo una potencia comensurable con la de los generadores que los abastecen, pueden resultar inestables, además dicha estabilidad se refleja en forma del fenómeno específico llamado *alud* (avalancha) *de la tensión*. El arranque de los motores, las oscilaciones bruscas del momento en sus ejes, etc., causan las variaciones de los valores y la fase de la tensión en los nodos de carga. Las *desviaciones* de las magnitudes no deben sobrepasar los límites permisibles. La influencia de los cambios bruscos del régimen de los motores comúnmente se revela de manera notoria en las redes distribuidoras en forma de *oscilaciones de la tensión*. Las variaciones más lentas del régimen de los motores, relacionadas con los procesos tecnológicos en los que ellos toman parte, más que todo se reflejan en los niveles de tensión en las redes de suministro (desviaciones de la tensión). Las perturbaciones del régimen tales como cortocircuitos en los elementos de la red de suministro, desconexión y reconexión de los motores sincrónicos, autoarranque de los motores asincrónicos después de interrupciones en el suministro, autoexcitación y autoimpulsión de los motores durante el funcionamiento a una capacitancia, etc., pueden sustancialmente reflejarse en el régimen

de todo el sistema de suministro eléctrico, por eso es que los procesos transitorios en sus elementos se consideran no solamente desde el punto de vista de garantizar su confiabilidad y estabilidad, sino también desde el punto de vista de asegurar la confiabilidad de todo el sistema de suministro eléctrico.

Los procesos transitorios en los nodos de carga se pueden analizar desde dos puntos de vista:

1) **comportamiento de la carga** durante los procesos transitorios y la influencia de dichos procesos en el funcionamiento de los consumidores (por ejemplo, el parpadeo de las bombillas en caso de las oscilaciones de la tensión en la red, daños causados a la producción cuando hay variación de velocidad de los motores debida a los cambios de la tensión o la frecuencia durante los procesos transitorios, etc.);

2) **influencia de los procesos transitorios** de la carga en el régimen del sistema (por ejemplo, el autoarranque de los motores puede causar una baja de la tensión no permisible en el sistema, y en un sistema diseñado incorrectamente, hasta la pérdida de su estabilidad).

Además, los procesos que tienen lugar constantemente en cualquier carga pueden ejercer una influencia desfavorable en el funcionamiento de los demás consumidores del sistema (por ejemplo, los impulsos de la carga que contiene motores potentes de los trenes de laminación pueden causar oscilaciones de la tensión y la frecuencia en el sistema, empeorando así la calidad de la energía entregada a los consumidores).

11.2. Características estáticas y dinámicas de la carga con motores

La parte básica de la carga (comúnmente desde un 50 hasta un 80%) la conforman los motores asincrónicos, cuyas propiedades se reflejan sustancialmente en el carácter de los procesos transitorios de todo el nodo del sistema. Para ellos, al igual que para los motores sincrónicos, se distinguen las **características estáticas**, o sea las dependencias entre la corriente $|I|$ o el momento de rotación $|M|$ del motor respecto del deslizamiento lento $|s|$ de su rotor, y las **características dinámicas** que son las dependencias entre la variación rápida del deslizamiento, tensión y su velocidad de variación (aceleración α) respecto de la corriente. Así, para un motor asincrónico tenemos

$$M_{est} = \psi(U, s); \quad M_{din} = \varphi(U, dU/dt, s, ds/dt).$$

Para un motor sincrónico la dependencia similar que predetermina la característica estática tendrá la forma

$$M_{est} = \psi(E, U, \delta); \quad M_{din} = \varphi(E, dE/dt, U, dU/dt, \delta, d\delta/dt).$$

Estas características se representan gráficamente en las figs. 11.1 y 11.2.

Los procesos durante cambios lentos con respecto al estado permanente siempre se pueden analizar basándose sólo en las características estáticas. Para estudiar los procesos durante variaciones rápidas, o sea en la «dinámica», hay que emplear las características dinámicas*). Sin embargo, en una serie de casos al analizar los procesos dinámicos, se pueden emplear las características cuasidinámicas, y a veces

*) Detalladamente véanse: И. Постников. Обобщенная теория и переходные процессы электрических машин. — М.: Высшая школа, 1975, с. 319. (I. Postnikov. Teoría generalizada y los procesos transitorios en las máquinas eléctricas); E. Казаковский. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока. — М. — Л.: АН СССР, 1962, с. 62А. (E. Kazovskiy. Procesos transitorios en las máquinas eléctricas de corriente alterna).

las estáticas. Por ejemplo, en caso de aceleraciones relativamente lentas del motor asincrónico y cuando no son conmensurables las constantes de tiempo electromagnéticas y las electromecánicas, la diferencia al emplear las características estáticas y dinámicas no es muy grande (fig. 11.3). Como se ve de la figura, cuanto menor sea

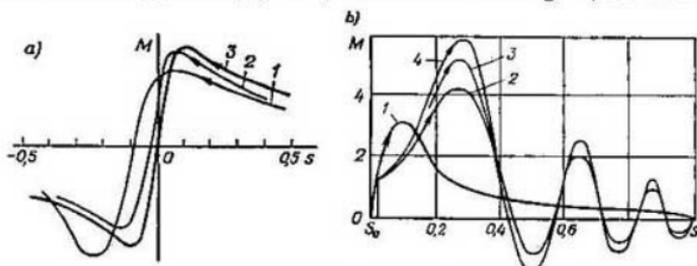


Fig. 11.1. Características estáticas y dinámicas del motor asincrónico:

a, durante el arranque (embalsamiento): 1, estática; 2, dinámica para una aceleración α pequeña; 3, dinámica cuando la aceleración es mayor que 2; b, durante el frenado: 1, estática; 2, 3, 4, dinámica durante la aceleración

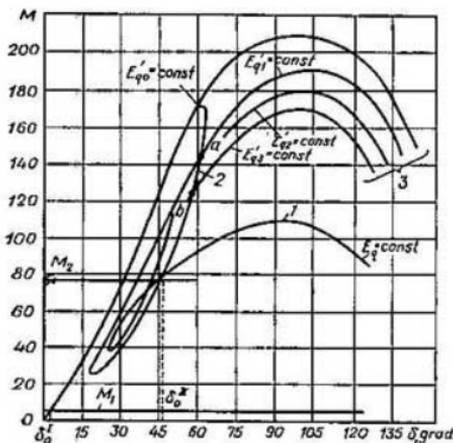


Fig. 11.2. Características estática (1), dinámica (2) y cuasidinámica (3) del motor sincrónico durante el aumento de la carga (momento M) desde M_1 hasta M_2

el coeficiente K_1 y mayor la llamada velocidad convencional de variación del deslizamiento $s_{\text{conv}} \equiv 1/K_1^2 = M_{\text{nom}}/(J\omega_0)$, con mayor fuerza se deformarán las características estáticas mecánicas, convirtiéndose así en características dinámicas *). Aquí

$$K_1 = \sqrt{160/[(I_{\text{nom}}/I_A s_{\text{nom}})^2 - 4,8] s_{\text{conv}}}$$

donde I_{nom} e I_A son las corrientes nominal y de arranque.

En el estudio de una serie de procesos transitorios de los motores asincrónicos de manera aproximada, se puede considerar que la trayectoria fasorial o característica mecánico-dinámica del proceso se determina de la siguiente manera. Se acepta

*) Aquí M_{nom} es el momento nominal; J , el momento de inercia; ω_{nom} , la velocidad nominal.

que el momento dinámico que aparece en cualquier régimen no estacionario tiene dos componentes: $M_{din} = M_1 + M_2$, donde M_1 es la componente del momento predeterminada por los procesos transitorios relacionados con la circulación de corrientes transitorias por los devanados del motor; M_2 es la componente del momento definida como $M_2 = K_2 M_{est}$. Aquí $M_{est} = f(\omega)$ es la característica mecánica estática calculada según la fórmula conocida del momento del motor asincrónico:

$$M_{est} = \frac{2M_{cr}(1+a)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_{cr}} + \frac{\omega_0 - \omega_{cr}}{\omega_0 - \omega} + 2a},$$

donde M_{cr} es el momento crítico (máximo); ω_{cr} es la respectiva velocidad; a , un coeficiente de corrección.

De esa manera, para los cálculos de los momentos se emplea el principio de superposición, el cual presupone el desprecio del carácter no lineal de una serie de

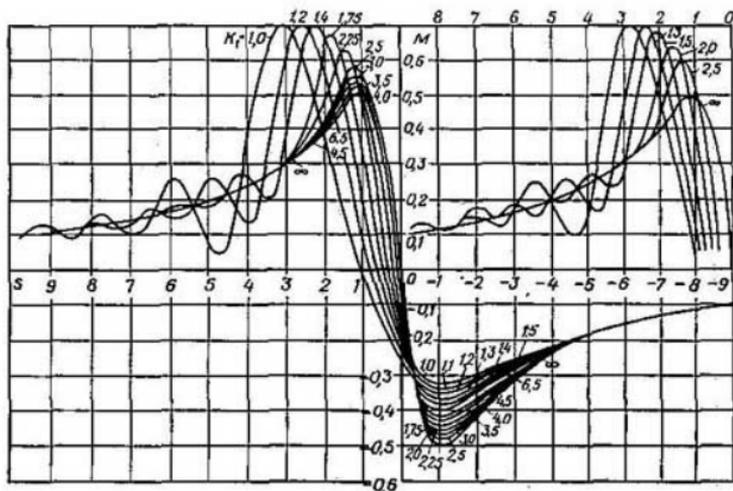


Fig. 11.3. Influencia de la velocidad de variación del deslizamiento α en el valor de los momentos del motor asincrónico $M = f(K, s)$

Aquí M se representa en fracciones del momento máximo; K_{din} puede definirse como la relación entre el momento máximo M_{cr} , obtenido de la gráfica, y el obtenido según la característica estática

procesos y parámetros*). La práctica muestra que en la mayoría de los casos esto se justifica y el error obtenido no es muy grande.

El coeficiente que considera la diferencia entre la característica dinámica y la estática se determina por la fórmula

$$K_2 = 1 - \frac{1.8 \cdot 10^{-4}}{2T_{e^{cr}}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4T_{e^{cr}}}{1.8 \cdot 10^{-4}} M_{cr}} \right],$$

*) Véase: *И. Петров, А. Мейстель. Специальные режимы работы асинхронного электропривода. — М.: Энергия, 1968, с. 264. (I. Petrov, A. Melstetl. Regimenes especiales de funcionamiento del mando asincrónico).*

donde T_e es la constante de tiempo electromecánica; M_{cr} , el momento máximo (crítico).

Comúnmente $K_2 = 0,7 \dots 1$.

La naturaleza del momento dinámico en gran medida está predeterminada por el hecho de que durante una variación bastante rápida de la velocidad del motor su momento *no tiene tiempo para alcanzar a tomar el valor correspondiente a la característica estática mecánica, o sea la característica estática se deforma*.

El coeficiente K_2 puede definirse como la relación de los tiempos de embalamiento (o de frenado) determinados una vez según la característica estática (t_{est}) y otra según la característica dinámica (t_2), $K_2 = t_{est}/t_{din}$.

Comparar las características*) dinámicas y estáticas durante el embalamiento del motor asincrónico se puede según los datos de la tabla 11.1, para la cual se

Tabla 11.1

Carácter típico $M_{din} = f(t)$	Potencia P , kW	Momento volante GD^2
	0,5-1,0	1
	1,5-2,0	2
	2-10	3
	10-25	4
	Más de 25	Más de 4

tomó que el momento estático en el eje del motor a poner en marcha es igual a cero. De la tabla se deduce que para masas volantes GD^2 grandes y grandes potencias las características dinámicas son más próximas a las estáticas, o sea dicha diferencia será tanto menor cuanto mayor sea la potencia del motor y cuanto más pesado sea su rotor.

*) Véase nota al pie de la página 311.

Los procesos en presencia de cargas tipo impulso (choque) de los motores asincrónicos se pueden dividir en dos grupos (por supuesto, convencionalmente): 1—procesos con deslizamientos menores que los nominales o insignificativamente mayores; la mayoría de los regímenes transitorios de operación de un motor asincrónico va acompañada de los procesos provocados por las cargas tipo impulso. Además, comúnmente no se revelan los procesos oscilatorios; 2—procesos con alcance e incluso sobrepaso del deslizamiento crítico. En estos casos la carga tipo impulso puede causar la detención de los motores y los procesos oscilatorios son importantes.

Para ambos grupos de procesos el carácter del movimiento se puede determinar por el método de los intervalos sucesivos, con la particularidad de que en los límites de cada intervalo los procesos se linealizan.

En la fig. 11.4 se muestran dependencias ejemplares de los momentos con respecto al deslizamiento durante el incremento de la carga tipo impulso.

La diferencia entre las características estática y dinámica de un motor sincrónico es mayor que la de un motor asincrónico. Esta diferencia está condicionada

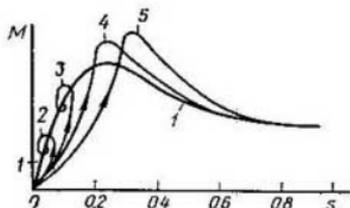


Fig. 11.4. Comportamiento del motor asincrónico en caso de una carga tipo impulso (choque):

1, característica estática; 2, $M_{1m} = 0,5$; 3, $M_{1m} = 1,0$; 4, $M_{1m} = 1,5$; 5, $M_{1m} = 2,0$

Los aumentos del momento M_{aum} en fracciones del momento nominal M_{din} : $M_{cr} = M_{aum}/M_{nom}$

por la aparición de las corrientes libres en el rotor y las variaciones de su velocidad con relación a la sincrónica. La deformación de las características estáticas puede ser sustancial (véase fig. 11.2). Al igual que para el motor asincrónico, su valor está condicionado por los parámetros del motor dado y el carácter del régimen transitorio. Un cálculo que sea lo suficientemente adecuado a la realidad en este caso puede realizarse conforme a las ecuaciones completas*). Sin embargo, la complejidad en el empleo de las ecuaciones completas y, por consiguiente, de las características dinámicas obligan a recurrir a las características cuasidinámicas trazadas para $E'_q = \text{const.}$

Los procesos calculados para la representación simplificada y completa del motor asincrónico según las ecuaciones de Park—Górev se muestran comparativamente en la fig. 11.5. En la fig. 11.6 están presentados los procesos similares para un motor sincrónico. La fig. 11.5 también muestra los procesos de arranque de un motor asincrónico. Los oscilogramas se obtuvieron como resultado del cálculo ejecutado en una computadora analógica**).

Para los cálculos según las ecuaciones completas***) (fig. 11.5, a) se obtienen las características dinámicas en las que las corrientes armónicas de la frecuencia básica en el estator y el rotor se representan mediante las envolventes, y las componentes aperiódicas (constantes), en forma de corrientes armónicas. En la fig. 11.5, b se muestra el transcurso del mismo proceso pero obtenido según las

*) Las ecuaciones de Park—Górev. Véase cap. 6.

***) Véase: A. Гру́деев, Л. Кучумов, В. Подко́жик. Математическое моделирование асинхронной нагрузки. — Труды ЛПИ им. М. И. Калинина, 1985, № 242. (A. Grúzdév, L. Kuchúmov, V. Podóksik. Simulación matemática de la carga asincrónica).

****) Acerca de las ecuaciones completas y simplificadas (de Park—Górev) véase cap. 6.

ecuaciones simplificadas. En la fig. 11.6 se ven los procesos de oscilaciones de un motor síncrono después de un incremento de la carga mecánica en el eje. Los oscilogramas, que al igual que en el caso anterior fueron obtenidos en la computadora analógica, ilustran la influencia del paso de las ecuaciones completas a las

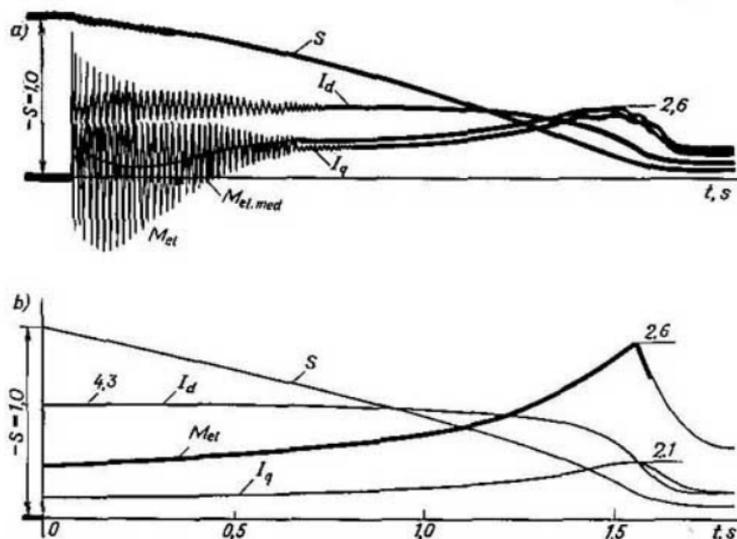


Fig. 11.5. Oscilogramas de cálculo del arranque de un motor asincrónico, obtenidos en un simulador analógico:

a, cálculo según las ecuaciones completas cuando el momento se representa mediante la característica dinámica; b, cálculo según las ecuaciones simplificadas, pero representando el momento mediante la característica estática

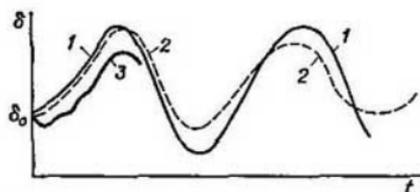


Fig. 11.6. Comparación del carácter de los procesos transitorios en un motor síncrono en los cálculos según las ecuaciones completas y simplificadas:

1, simplificadas, $r/x = 0$; 2, completas, $r/x = 0,02$; 3, completas, $r/x = 0,05$

simplificadas. De esta y otras numerosas investigaciones se puede deducir que para los cálculos aproximados el reemplazo de la característica dinámica por una cuasidínámica es permisible y conlleva a errores menores mientras mayor sea la potencia de la unidad, menor sea la relación r/x en el circuito del estator y menor sea la duración del proceso estudiado.

Las ideas aquí expuestas acerca de las posibles simplificaciones se emplearán más adelante durante la exposición de los caps. 11 y 12.

11.3. Alud de tensión (estabilidad estática de la carga, detención de los motores)

En las disciplinas de las máquinas eléctricas y el accionamiento eléctrico comúnmente señalan que los motores asincrónicos tienen reservas grandes de estabilidad y por eso garantizar la estabilidad estática de ciertos motores que forman parte de la carga no presenta dificultades. Si la reserva de estabilidad se caracteriza por la relación entre el momento de rotación máximo y el de operación, entonces el coeficiente de reserva está entre 1,5—1,7. Por consiguiente, inclusive la disminución significativa de la tensión en las barras de los motores no puede causarles la pérdida de la estabilidad. Sin embargo, esto se refiere a un motor unitario o a un grupo de motores que se alimentan de unas barras de tensión cuyo valor no depende del régimen del motor.

Si un motor o un grupo de motores se alimenta de un generador o un grupo de generadores reemplazados por un generador equivalente de potencia comensurable, entonces la tensión en las barras del motor depende del régimen del motor (de su deslizamiento). Las condiciones de la pérdida de la estabilidad (de tensión) del motor en ese caso son sustancialmente distintas. En ese caso las variaciones cualitativas de las condiciones de estabilidad están condicionadas por la variación de la cantidad de motores conectados al nodo de carga. En el planteamiento asumido del problema, todo el conjunto de motores que pertenecen a la carga deben analizarse como un todo único (motor equivalente), además los parámetros de dichos motores y sus regímenes de funcionamiento son conocidos de manera aproximada. Así, los parámetros que caracterizan la carga tienen comúnmente una dispersión en los siguientes límites (tabla 11.2).

Tabla 11.2

Parámetro	Valor medio	Límites de variación, %
Múltiplo de la corriente de arranque K_A	5—6	± 30
Factor de potencia durante el arranque con φ_A	0,2—0,3	± 25
Factor de potencia durante el funcionamiento $\cos \varphi$	0,80—0,82	± 10
Momento inicial específico de la resistencia de los mecanismos de accionamiento $M_{mec 0}$	0,90—0,95	± 40
Exponente del momento de resistencia n	2,0—2,5	± 50

En la carga compleja pueden también incluirse los motores sincrónicos y los diferentes tipos de dispositivos estáticos (hornos, equipos para la electrólisis, etc.), lo cual hace más complejo el problema en lo referente a la exactitud. Esforzarse en operar con los parámetros de motores aislados y según ellos hallar el «equivalente» en las condiciones dadas es, evidentemente, inútil, y la solución del problema planteado se realizará en dos etapas.

1. Obtención de las características cualitativas y las correlaciones matemáticas básicas suponiendo que para el motor asincrónico equivalente (toda la carga) son conocidos todos los parámetros del circuito equivalente. Además, como se trata de características cualitativas —físicas—, necesarias para fundamentar el método de trabajo, la aproximación del circuito equivalente no puede ser sustancial.

2. Obtención, a base de las características de la carga, de un método práctico de cálculo para establecer las posibilidades de que aparezca el alud de tensión y evaluar la reserva que se tiene.

11.4. Fórmulas de cálculo fundamentales

Aproximadamente representemos toda la carga por un motor asincrónico equivalente. Además empleemos las características estáticas de los motores asincrónicos y, respectivamente, las ecuaciones simplificadas. Esto se justifica, primero, por el hecho de que las desviaciones iniciales que condicionan la aparición de la inestabilidad, según se propone, son pequeñas y, segundo, por lo que cuando en el proceso de detención los motores adquieren una velocidad considerable, el carácter

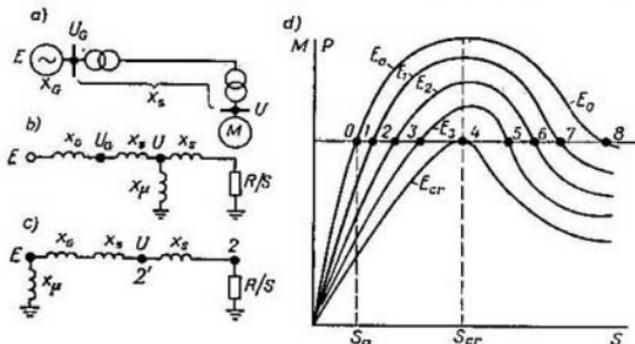


Fig. 11.7. Circuito equivalente del sistema:

a, esquema del sistema; b, circuito equivalente; c, circuito equivalente simplificado; d, características $M = P = f(E_G, s)$

del proceso (más rápido, más lento) no tiene significación práctica. En ciertos casos hay la necesidad de pasar a las ecuaciones completas, o sea a las características dinámicas.

Analicemos, considerando lo expuesto, el esquema del sistema (fig. 11.7, a), donde las reactancias del generador x_G , de la red x_r y el motor equivalente que reemplaza todos los motores de la carga x_s son magnitudes conmensurables. Representemos el circuito equivalente de la forma mostrada en la fig. 11.7, b. Luego lo simplifiquemos, aproximadamente, pasando x_μ en el punto 1, al sitio de aplicación de la f.e.m. E (fig. 11.7, c).

La corriente condicionada por la f.e.m. en el circuito 1-2 (fig. 11.7, c), es

$$I = E / \sqrt{x^2 + (R/s)^2}, \text{ donde } x = x_G + x_r + x_s.$$

Supongamos que el momento mecánico del motor M_{mec} (momento de resistencia) no depende de la velocidad angular y que, aproximadamente, es igual numéricamente (por unidad) a la potencia P consumida de la red:

$$M_{mec} = M \approx P / (\omega_0 + \Delta\omega), \text{ donde } \omega_0 = 1, \Delta\omega \ll \omega_0.$$

Luego escribamos

$$M \approx P = I^2 R/s = E^2 R/s / [(x_s)^2 + R^2] = \text{const.} \quad (11.1)$$

En la fig. 11.7, d son trazadas las curvas $P = f(E, s)$ donde el valor del deslizamiento crítico del motor se determina de la condición $dP/ds = 0$. Diferenciando e igualando a cero (11.1), obtenemos

$$E^2 R (R^2 - x_s^2 s_{cr}^2) / [R^2 + (x_s s_{cr})^2]^2 = 0,$$

de donde $s_{cr} = R/x$. Reemplazando el valor de s_{cr} en (11.1), hallamos*) el valor de P_m , correspondiente a s_{cr} :

$$P_m = E^2/(2x). \quad (11.2)$$

La tensión en las barras de carga del grupo de motores asincrónicos analizado (punto 2' en la fig. 11.7, c) es

$$U = I \sqrt{x_s^2 + (R/s)^2} = E \sqrt{(x_s s)^2 + R^2} / \sqrt{(xs)^2 + R^2}$$

o bien

$$U_* = U/E = \gamma, \text{ donde } \gamma = \sqrt{(\alpha^2 + s^2)/[\alpha^2 + (1 + \beta)^2 s^2]};$$

$$\alpha = R/x_s; \quad \beta = (x_G + x_r)/x_s. \quad (11.3)$$

El momento del motor es

$$M_m = P_m = \frac{U_*^2}{2x_s} = \frac{E^2}{2x_s} \gamma^2,$$

o sea, va a depender del deslizamiento.

La tensión en las barras de carga no permanece constante durante las variaciones del régimen de los motores. La dependencia $U_* = f(s)$, mostrada en la fig. 11.8, confirma la idea acerca de que las condiciones de funcionamiento de los

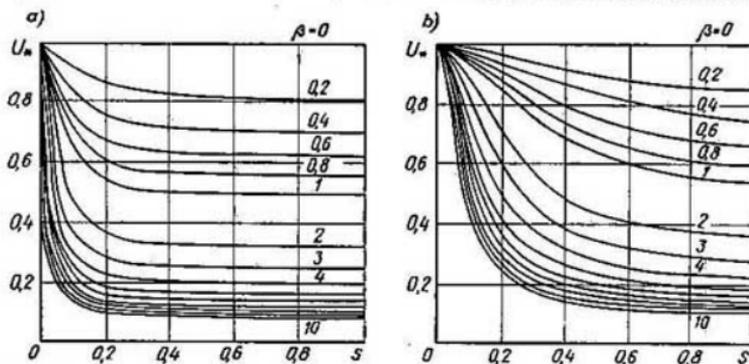


Fig. 11.8. Carácter de la variación de la tensión U_* en las barras del motor, siendo $E = \text{const}$:

a, cuando $\alpha = R/x = 0,1$; b, cuando $\alpha = R/x = 0,5$

motores en el sistema son diferentes de las que existiesen si el suministro se realizara de unas barras de tensión constante ($U = \text{const}$). La potencia reactiva obtenida del punto I (véase fig. 11.7, c) y consumida por los motores y la red se compone de

*) La expresión para el momento del motor equivalente puede ser escrito de la forma

$$M = P = 2P_m/(s_{cr}/s + s/s_{cr}).$$

Para un motor asincrónico unitario a veces emplean la característica precisada

$$M = 2M_m (1 + s_{cr})/(s_{cr}/s + s/s_{cr} + 2s_{cr}).$$

Para determinar el deslizamiento en este caso emplean la fórmula

$$s_{cr} = \frac{M_m s_{nom} + \sqrt{(M_m s_{nom})^2 - [1 - 2s_{nom}(M_m - 1)] s_{nom}^2}}{1 - 2s_{nom}(M_m - 1)},$$

donde s_{nom} es el deslizamiento nominal del motor.

dos sumandos:

$$Q = Q_{\mu} + Q_s,$$

donde $Q_{\mu} = E^2/x_{\mu}$ es la potencia consumida por la rama de magnetización* x_{μ} (véase fig. 11.7, c).

En la rama 1-2 la potencia es

$$Q_s = I^2x = [I^2Rs/(Rs)] x = P (s/R) x = Ps/s_{cr}. \quad (11.4)$$

De esa manera, el sumando $Q_s \equiv s$ (siendo $P = \text{const}$, $s_{cr} = \text{const}$). Empleando las características mostradas en la fig. 11.7, d, se puede establecer el carácter de la dependencia del deslizamiento $s = f(E)$. Evidentemente, los puntos 0, 1, 2, 3 forman una rama de la característica en la cual s va a crecer con la disminución de E , o sea $ds/dE < 0$ (fig. 11.9). El punto 4 en la fig. 11.7, d donde $dP/ds = 0$, da en la curva $s = f(E)$ un extremo en el que $ds/dE = -\infty$. Los puntos 5, 6, 7, 8 de la curva $P = f(s)$ van a corresponder a la rama de la característica $s = f(E)$, donde s crecerá con el aumento de E (fig. 11.9) y $ds/dE > 0$.

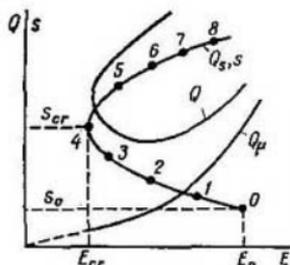


Fig. 11.9. Variación del deslizamiento s y la potencia reactiva Q cuando cambia la f.e.m. E en el esquema mostrado en la fig. 11.1

Conforme a (11.4), la magnitud $Q_s \equiv s$ y, por consiguiente, la dependencia $Q_s = f(E)$ difiere de $s = f(E)$ sólo por la escala. La dependencia $Q = Q_{\mu} + Q_s$ va a tener un valor extremo ($dQ/dE = -\infty$) para el mismo valor de E_{cr} que $s = f(E)$ como se muestra en la fig. 11.9. Notemos que en el punto 2' la tensión $U < E$ y, además, U decrece con el aumento del deslizamiento (fig. 11.10).

Sin embargo, si la tensión U fuese constante, entonces el momento (la potencia) de los motores sería mayor que en caso de $E = \text{const}$. En la fig. 11.11 se muestran las curvas aproximadas de la potencia (momento) cuando son constantes varias tensiones y f.e.m. en el circuito equivalente:

$$M_E = \frac{E^2}{2x}; \quad M_{U_G} = \frac{U_G^2}{2(x_r + x_s)}; \quad M_U = \frac{U^2}{2x_s}.$$

Aquí $M_U > M_{U_G} > M_E$, además el momento determinado de las condiciones de invariabilidad de la f.e.m. E es mayor que el determinado de las condiciones de invariabilidad de E_q :

$$(E')^2/[2(x'_a + x_r + x_s)] > E_q^2/(2x).$$

Las expresiones obtenidas no son exactas y corresponden a una transformación aproximada del circuito presentado en la fig. 11.7, b en el circuito mostrado en la fig. 11.7, c. Sin embargo, este hecho no cambia las leyes cualitativas generales.

Aquí es importante que el deslizamiento crítico

$$s_{cr} = R/x = R/(x_G + x_r + x_s)$$

resulta ser mucho menor que el deslizamiento crítico que tuviera un motor unitario conectado a unas barras de tensión constante, o sea si fuese $U = \text{const}$. En ese

* La reactancia x_{μ} no es lineal, ella depende de la magnitud E (aumenta con su disminución).

caso $s_{er} = R/x_s$. De las ideas expuestas con respecto a las características (véase fig. 11.7) se deduce que la detención del motor*) (o grupo de motores) que se alimenta de un generador de potencia conmensurable puede tener lugar durante cambios relativamente pequeños del deslizamiento y disminuciones de la f.e.m. que ali-

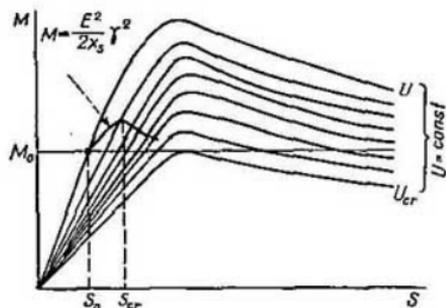


Fig. 11.10. Momento de rotación del motor:
— cuando $U = \text{const}$; — cuando $E = \text{const}$ o bien $U = \text{var}$

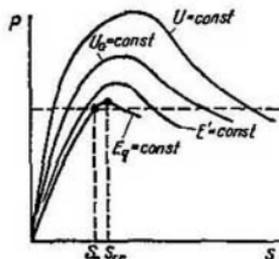


Fig. 11.11. Característica de la potencia cuando se mantienen constantes la tensión y la f.e.m. en distintos puntos del circuito equivalente

menta el motor equivalente y aún más durante variaciones pequeñas de la tensión U que depende del régimen del motor (véase figs. 11.8 y 11.11).

En este caso no se puede determinar las condiciones críticas partiendo de la tensión en los bornes del motor, ya que ésta no es una variable independiente.

Estas condiciones deben definirse basándose en aquella f.e.m. del generador E , que en el circuito dado se puede considerar independiente de las variaciones del régimen. La f.e.m. E para los diferentes tipos de regulación del generador se elige diferente. En el caso de un generador no regulado será la f.e.m. E_0 ; para el RAE a.p. $E'_q \approx E'$; para el RAE a.r. $E \approx U_G$. Las características $U = f(\Pi)$ y $Q = f(\Pi)$ donde Π es la magnitud (E_q , E' , U_G o U) tomada como la variable independiente, se muestran en la fig. 11.12. De las características se deduce que la disminución de Π , especialmente en la zona donde dQ/dE es negativa, causa el aumento de la potencia reactiva y, respectivamente, el crecimiento de las corrientes consumidas por los motores de carga y también de las pérdidas de tensión en la red de suministro lo que, por consiguiente, contribuye a que continúe disminuyendo la tensión.

De esa manera, en las proximidades al régimen de detención de los motores el proceso de la disminución progresiva de la tensión se hace más notoria. El personal de la central y el sistema no puede juzgar directamente acerca del aumento

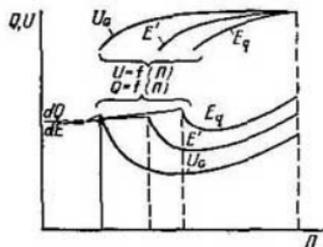


Fig. 11.12. Dependencias de la potencia reactiva Q y la tensión U del parámetro variable ($\Pi = U_G$, E' , E_q)

*) Recordemos que por *detención* se entiende el alcance por el motor de un deslizamiento crítico s_{er} (véase fig. 11.7, d) y el paso de su punto de operación a una región inestable cuando $dP/ds < 0$.

de las corrientes de los rotores, estatores y deslizamientos de los motores que pertenecen a la carga compleja cuando ellos se aproximan al detenimiento. El personal observa solamente una baja brusca de la tensión en forma de alud. Este proceso obtuvo el nombre de *alud de tensión*. A la aparición del alud de tensión le preceden comúnmente regímenes con una excitación bastante alta de los generadores o un aumento de las reactancias del enlace. Además, la disminución observada de la potencia reactiva que llega al consumidor muestra que la causa del alud de tensión es el denominado *déficit de potencia reactiva* (la potencia reactiva generada en el sistema es menor que la correspondiente al nivel deseado de la tensión).

El circuito representado en la fig. 11.7, a pudiera corresponder también a un sistema complejo con unos cuantos generadores y cargas, si en este sistema todos los generadores se pudieran reemplazar por un generador equivalente con una f.e.m. constante y unir todas las cargas en un motor equivalente. Sin embargo, debido a que la carga de los sistemas eléctricos de potencia comúnmente se compone de consumidores de la energía eléctrica de diferente tipo y los motores asíncronos forman en ella sólo una parte (aunque significativa), es imposible determinar confiablemente los parámetros del motor equivalente.

11.5. Criterio práctico de estabilidad de la carga compleja dE/dU

Es racional en vez del criterio de estabilidad $dP/ds = 0$ ó el criterio equivalente a éste obtenido arriba $dQ/dE_{eqv} = -\infty$ (fig. 11.13) emplear el criterio práctico de estabilidad de la carga*) $dE_{eqv}/dU = 0$, que *no requiere la equivalentación*

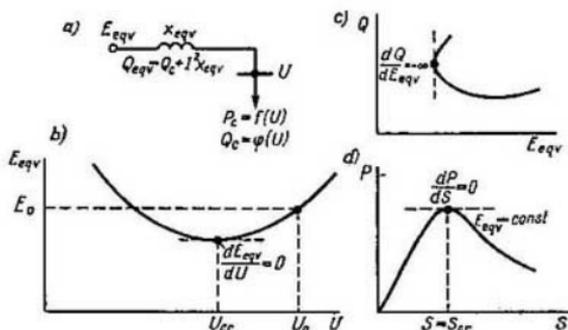


Fig. 11.13. Criterios de estabilidad de la carga:

a, circuito equivalente; b, dependencia $E_{eqv} = \varphi(U)$; c, dependencia $Q = \varphi(E_{eqv})$; d, dependencia $P = \varphi(S)$

de los motores de la carga; además, se opera solamente con sus características exteriores $P_c = f(U)$; $Q_c = \varphi(U)$. El sentido de dicho criterio se explica en la fig. 11.13 donde, según los datos de los caps. 4 y 6, se muestra que durante el decrecimiento de la tensión en las barras del motor hasta un valor U_{cr} correspondiente al límite del régimen estable, la derivada de la f.e.m. equivalente E_{eqv} respecto de la tensión pasa por el cero. De esa manera, la pérdida de la estabilidad se enlaza con tres correlaciones:

$$dQ/dE_{eqv} = -\infty; \quad dP/ds = 0; \quad dE_{eqv}/dU = 0. \quad (11.5)$$

*) El criterio $dE/dU = 0$ para determinar la estabilidad de la carga compleja fue propuesto por primera vez por P. Zhdánov (1938), por eso debería ser llamado criterio de Zhdánov.

Cerciorarse de que el último criterio es correcto se puede a partir del circuito equivalente (véase fig. 11.7, a), considerando la tensión en las barras de la carga compleja como una magnitud dependiente del régimen del motor, y la f.e.m. equivalente $E = E_{eqv}$ como la variable independiente. Para dichas condiciones entre la tensión en las barras del motor y la f.e.m. equivalente existe una correlación evidente

$$U = \sqrt{(E_{eqv} - Q_{eqv}x_{eqv}/E_{eqv})^2 + (Px_{eqv}/E_{eqv})^2} \approx E_{eqv} - Q_{eqv}x_{eqv}/E_{eqv}. \quad (11.6)$$

Aquí los valores de Q_{eqv} son los de la potencia reactiva interna del generador. Diferenciamos la expresión (11.6) con respecto a E_{eqv} :

$$dU/dE_{eqv} = 1 - (E_{eqv}dQ_{eqv}/dE_{eqv} - Q_{eqv})x_{eqv}/E_{eqv}^2 \quad (11.7)$$

De la fórmula (11.7) es evidente que cuando $-dQ_{eqv}/dE_{eqv} \rightarrow \infty$, la magnitud $dU/dE_{eqv} \rightarrow \infty$ o bien $dE_{eqv}/dU \rightarrow 0$.

De esa manera, se confirma que el criterio $dQ_{eqv}/dE = -\infty$ es equivalente al criterio $dE/dU = 0$, y como la condición $dQ_{eqv}/dE = -\infty$ es equivalente a $dP/ds = 0$, según se sabe, entonces puede considerarse demostrada la equivalencia de los tres criterios mostrados en la fig. 11.13.

Prueba de la estabilidad de la carga según el criterio dE/dU . La comienzan con el trazado de la dependencia $E_{eqv} = f(U)$. De antemano se fija una serie de valores de la tensión U , para cada uno de los cuales, según las características de la carga, se hallan los valores correspondientes de P_C y Q_C . Luego se marca la dependencia $E_{eqv} = f(U)$. La reserva de estabilidad de la carga se define como la relación entre $[(U_0 - U_{cr})/U_0] 100\%$, donde U_0 es la tensión de operación y U_{cr} , el valor crítico de la tensión para el cual $dE/dU = 0$ (fig. 11.13).

Los generadores sin RAE se reemplazan por la f.e.m. E_q , y los generadores con RAE, por la f.e.m. E_x , aplicada detrás de la reactancia Δx , además para el RAE a.r. $\Delta x = 0$ y la f.e.m. $E_x = U_G$.

Prueba de la estabilidad de la carga según el criterio $d\Delta Q/dU > 0$. Para los cálculos de estabilidad de la carga en un sistema que la tiene concentrada en un punto nodal (por ejemplo, el punto 4 en la fig. 11.14), es cómodo emplear el criterio práctico: $d\Delta Q/dU > 0$, entonces

$$\Delta Q = \Sigma Q_C - \Sigma Q_G.$$

Prefijando la tensión U en las barras, se puede trazar la curva de la potencia $\Sigma Q_G = f(U)$ que llega al punto nodal y la curva de la potencia sumatoria de la carga $\Sigma Q_C = f(U)$.

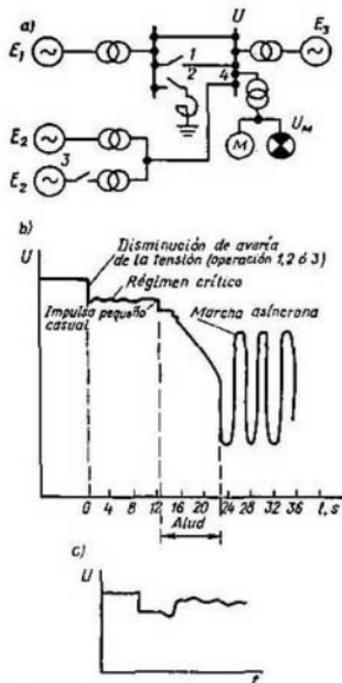


Fig. 11.14. Ejemplo de cómo transcurre el proceso de la pérdida de estabilidad de la carga conectada en el punto 4 del esquema (alud de tensión):

a, esquema del sistema y variaciones que provocan el alud de tensión: desconexión del circuito 1, conexión de una carga reactiva considerable 2, desconexión de una parte de los generadores 3; b, surgimiento y carácter del transcurso del proceso en ausencia de RAE; c, lo mismo, pero con forzamiento de la excitación mediante los reguladores

Se sobreentiende que para el esquema representado en la fig. 11.7, a también se puede emplear el criterio $d\Delta Q/dU > 0$, analizando cualquier punto del esquema como nodal y trazando la dependencia entre los flujos de la potencia que llega a este punto ΣQ_G y que sale de él para la carga. Precisamente mediante la cons-

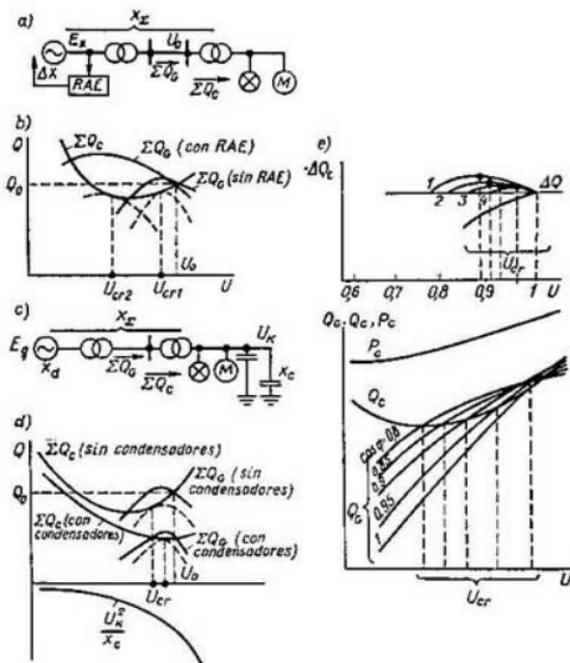


Fig. 11.15. Estabilidad de la carga compleja:

a, esquema del sistema; b, influencia del RAE en el funcionamiento del sistema; c, esquema del sistema cuando se mejora el $\cos \varphi$ de la carga; d, influencia de los condensadores en la estabilidad de la carga; e, influencia de la variación del $\cos \varphi$ en la tensión crítica

trucción de las curvas $\Delta Q = f(U)$ se puede de la manera más sencilla y clara establecer los factores que positiva o negativamente influyen en la estabilidad de la carga.

Influencia de los reguladores de excitación instalados en los generadores. Representando el grupo de generadores de una central por uno equivalente (fig. 11.15, a), reflejamos el efecto de regulación en la característica

$$\Sigma Q_G = f(U) = (EU/x_x) \cos \delta - U^2/x_x$$

mediante la disminución de x_x y la f.e.m. E . Esta característica en presencia de un RAE va de tal forma (fig. 11.15, b), que el coeficiente de reserva de estabilidad k_2 resulta ser mayor que el coeficiente de reserva k_1 en un sistema no regulado:

$$k_2 = |U_{cr2} - U_0|/U_0 > k_1 = |U_{cr1} - U_0|/U_0, \quad (11.8)$$

donde U_{cr1} , U_{cr2} se determinan según las características del régimen crítico (fig. 11.15, b).

Influencia de la conexión de condensadores a la carga (fig. 11.15, c). Los condensadores mejoran el $\cos \varphi$ y garantizan el mantenimiento de la tensión durante la variación del régimen, lo cual puede desmejorar grandemente la estabilidad (fig. 11.15, d, e, donde U_C es la tensión en los condensadores; x_C , su reactancia). En este caso en la composición de la potencia de la carga apareció la componente negativa $\Sigma U_C^2/x_C$ y la curva sumatoria $\Sigma Q_C = f(U)$ se transformó en una curva de pendiente suave. A su vez, la f.e.m. del generador equivalente durante la conexión de los condensadores disminuye, lo cual causa la deformación de la curva ΣQ_C . Como resultado, la reserva de estabilidad de la carga, al conectar los condensadores, disminuye de los valores k_1, \dots, k_3 , donde $k_1 = |U_{cr1} - U_0|/U_0$, hasta $k_4 = |U_{cr4} - U_0|/U_0$, o bien la carga se hace inestable (curva 5 en la fig. 11.15, b). Corregir esta situación se puede empleando, al mismo tiempo que se mejora el $\cos \varphi$ con los compensadores estáticos, la regulación de excitación en los generadores y aumentando en la composición de la carga el número de motores sincrónicos con regulación de la excitación. Las características de la carga se hacen más favorables con respecto a la estabilidad.

La aparición y transcurso del proceso de pérdida de la estabilidad de la carga se muestran en la fig. 11.16, a, b, donde se ilustra la influencia de la desconexión de una parte de los generadores y del forzamiento de la excitación.

Cuando disminuye la reactancia entre el generador y el motor, se emplean reguladores de excitación que aseguran una f.e.m. constante E'_g o bien una tensión constante en los bornes del generador, la tensión crítica U_{cr} va a disminuir *tendiendo al valor de la tensión crítica determinada directamente en las barras del motor eléctrico*.

Hay que tener presente que la influencia de los condensadores en la estabilidad de los motores asincrónicos puede ser distinta en dependencia de si varía o no el coeficiente de transformación de los transformadores reductores en el momento de conectar los condensadores. En una serie de casos es racional aminorar las pérdidas de energía disminuyendo los flujos de potencia reactiva en la red de suministro, pero sin necesidad de aumentar la tensión de los consumidores. En esos casos, al conectar los condensadores, se restablece el valor inicial de la tensión variando el coeficiente de transformación, lo cual comúnmente causa la baja de la reserva de estabilidad estática. Sin embargo, la reserva de estabilidad no siempre disminuye. Pueden haber casos cuando con ayuda de la regulación de los transformadores reductores la tensión aumenta. Pero inclusive cuando la tensión en las barras de los consumidores se mantiene constante, la reserva de estabilidad puede conservarse (en dependencia de las correlaciones de las resistencias de la red y los condensadores). Para casos concretos es necesario realizar un análisis especial.

Anteriormente las cargas equivalentes y sus características se estudiaron como un todo único. Para unos cuantos grupos de distintos motores las características equivalentes P y Q en el proceso de detención de los motores de carga se van a componer de la suma de las respectivas características de los diferentes grupos de motores.

En la fig. 11.17 se aducen las características estáticas de tres grupos de motores que difieren por sus coeficientes de carga: $K_{C1} = 1$, $K_{C2} = 0,75$, $K_{C3} = 0,5$; los demás parámetros son iguales: $\cos \varphi_{nom} = 0,85$; $m_{max} = 2,2$; $m_A = 1,2$;

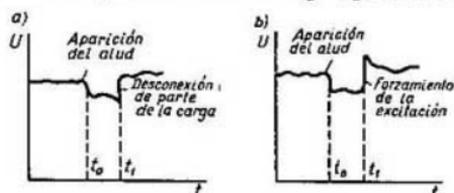


Fig. 11.16. Lucha contra el alud de tensión: a, desconexión de una parte de la carga cuando surge el alud; b, forzamiento de la excitación de los generadores y compensadores sincrónicos

$I_A = 7$; $m_{est} = 1$. Las tensiones U_{cr1} , U_{cr2} , U_{cr3} son las críticas: para cualquiera de estos valores tiene lugar la detención del motor correspondiente, aumento de la carga reactiva y disminución de la activa. Para $U < U_{cr3}$, cuando todos los motores se frenaron, la potencia sumatoria es proporcional a U^2 .

Alud de tensión con desconexión de los motores. En el análisis del alud de tensión se supuso que los motores que se frenan quedan conectados a la red. Esto es posible si está analizándose un intervalo de tiempo pequeño. En dependencia del tiempo (rapidez) con que transcurre el proceso

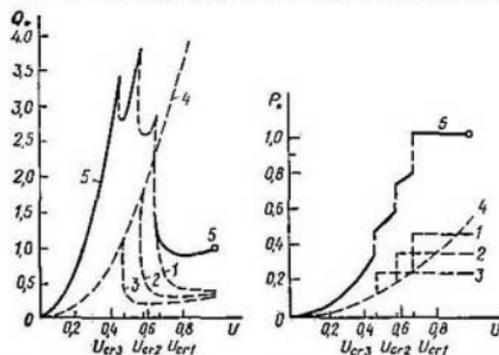


Fig. 11.17. Características estáticas $Q_*(U)$ y $P_*(U)$ para la carga compuesta de tres motores, siendo $Z_{ext} = 0$:

1—3, características de cada uno de los motores; 4, lo mismo para los motores frenados; 5, características de la carga sumatoria (las secciones mostradas con líneas interrumpidas corresponden al proceso de frenado)

Los cálculos de los valores E_{cr} y U_{cr} , considerando la separación de los contactos de los arrancadores magnéticos, se realizan de manera similar a como ya se hizo arriba, pero al trazar la curva equivalente 5 (fig. 11.17) se suman las potencias sólo de aquellos motores que quedan conectados a la red. Para reflejar correctamente la acción de las protecciones por corrientes máximas que desconectan los motores o las líneas de suministro, hay que calcular el proceso transitorio según las reglas generales del análisis de la estabilidad dinámica.

*** Papel del centro eléctrico del sistema.** El mayor peligro de perder la estabilidad de la carga puede tener lugar en aquellos casos, cuando la carga se encuentra en el centro eléctrico del sistema o en las cercanías de él. Por esta razón damos la noción de centro eléctrico. Durante las oscilaciones de los generadores o durante la marcha asíncrona, las tensiones en los distintos puntos de las redes eléctricas y transmisiones que enlazan dichos generadores son variables. En cada sistema, para un régimen inicial dado, existe un punto donde la tensión es la mínima. Dicho punto se denomina *centro eléctrico del sistema*.

Si el sistema es completamente simétrico (las f.e.m. son iguales y constantes y las impedancias homogéneas, o sea la relación R/x para todos los elementos del sistema es la misma), entonces la tensión en el centro eléctrico, que para el caso dado se ubica en la mitad de la transmisión (punto a en la fig. 11.18), disminuirá hasta cero ($U_a = 0$) cuando el ángulo de divergencia de la f.e.m. sea 180° . La

*) Más detalladamente véase: Ю. Гуревич, Л. Либова, Э. Хачатрян. Устойчивость нагрузки электрических систем. — М.: Энергоиздат, 1981, с. 208. (Yu. Gurievich, L. Libova, E. Jachatrián. Estabilidad de la carga de los sistemas eléctricos de potencia).

tensión en los otros puntos (por ejemplo, c , d) no será igual a cero. Por consiguiente, los consumidores que se hallan en el centro eléctrico pasarán periódicamente a un régimen equivalente a un cortocircuito ($U = 0$), y los dispositivos de protección por relé que funcionan a base de la medición de la impedancia equivalente de la línea $Z_L = U/I$ (protección a distancia), accionarán erróneamente, desconectando secciones de las líneas donde no hay fallas.

En un sistema eléctrico de potencia real donde los elementos del sistema son heterogéneos, ó donde las f.e.m. son desiguales y variables en el tiempo (reacción de inducido, acción de los reguladores de excitación), así como en presencia de

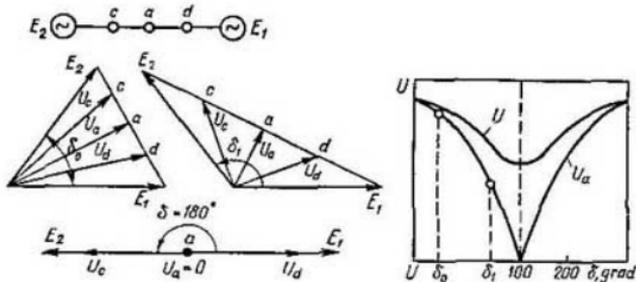


Fig. 11.18. Centro eléctrico del sistema

f.e.m. en los puntos intermedios e impedancias de carga dependientes de la tensión aplicada (motores asíncronos), la noción de centro eléctrico es menos precisa que en un esquema simétrico (fig. 11.18). El centro eléctrico puede estar ubicado más cerca del comienzo o final de la línea, así como puede encontrarse fuera de ella (en los generadores, cargas, etc.); su sitio puede variar durante el proceso de las oscilaciones (véase cap. 14).

11.6. Disminuciones lentas de la tensión

Las disminuciones lentas y duraderas de la tensión en las redes distribuidoras y de suministro provocan una serie de fenómenos que deben considerarse durante el análisis de los procesos transitorios en los sistemas de suministro eléctrico. Así, la baja de la tensión desde U_0 hasta U_1 hace que disminuya la reserva de estabilidad estática de los motores.

Para los motores sincrónicos y asíncronos la reserva disminuye desde $K_{r1sn} = (EU_0/x - P_0)/P_0$ hasta $K_{r2sn} = (EU_1/x - P_0)/P_0$, desde $K_{r1asn} = (P_{m1} - P_0)/P_0$ hasta $K_{r2asn} = (P_{m2} - P_{01})/P_{01}$, donde P_0 no varía cuando baja la tensión.

Suponiendo que $P = M$, asumamos que

$$P_{m1} \equiv U_1^2; \quad P_{m2} \equiv U_1^2.$$

El momento mecánico de la carga $M_0 = P_0$ cambia con la variación del deslizamiento, que, a su vez, depende de la tensión. El valor de P_0 se puede hallar según la expresión conocida

$$P_0 = c(1 - s_0)^2; \quad P_{01} = c(1 - s_1)^2,$$

donde c es un coeficiente constante; s_0 y s_1 , los deslizamientos en el régimen normal y en el de la tensión disminuida; q , índice que refleja el tipo de la característica estática.

Para cualquier régimen del motor existe la correlación

$$U^2 R_s / [R^2 + (xs)^2] = 2P_{mscr} s / [s^2 + s_{cr}^2] = c (1 - s)^q,$$

donde s_{cr} es el deslizamiento crítico.

Por consiguiente, el deslizamiento s_1 se puede hallar de la fórmula

$$U_0^2 / s_0^q [(1 - s_0)^q (s_{cr}^2 + s^2)] = U_1^2 s_1 / [(1 - s_1)^q (s_{cr}^2 + s_1^2)]. \quad (11.9)$$

Para determinar s_1 transformemos (11.9), entonces para $q = 1$ obtendremos una ecuación de la forma

$$s_1^3 - s_1^2 + A s_1 - B = 0. \quad (11.10)$$

Supongamos, por ejemplo, que para una tensión U_0 se tienen los siguientes datos: $s_0 = 4\%$; $q = 1$; $s_{cr} = 0,2$; $U_1 = 0,7 U_0$. De (11.9) obtenemos que $A = 0,53$, $B = 0,04$. Resolviendo (11.10), obtenemos $s_1 = 0,1$, o sea el 10%. Conociendo s_1 , se puede hallar $P_{01} = (0,9/0,96) P_0$ y luego, el coeficiente de reserva K_{T2} .

Al analizar los procesos en los motores de carga durante la disminución de la tensión, hay que tener en cuenta que el aumento de la corriente (que tiene lugar

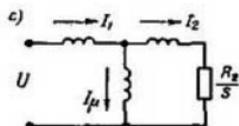
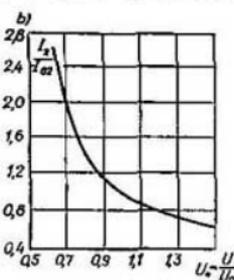
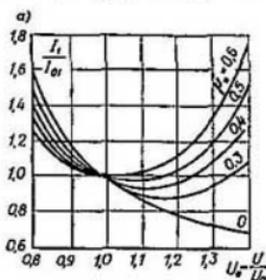


Fig. 11.19. Influencia de la baja de la tensión en la corriente del motor asincrónico para una frecuencia normal y una carga nominal:

a, corriente relativa del estator I_1/I_{01} en dependencia de la tensión U_1 para valores diferentes de la corriente de magnetización $\mu_* = I_{\mu}/I_{01}$; b, corriente relativa del rotor I_1/I_{02} en dependencia de la tensión U_1 ; c, circuito equivalente del motor

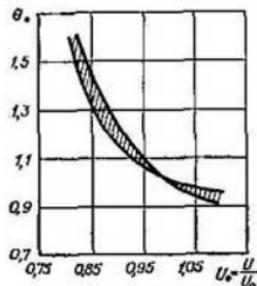


Fig. 11.20. Zona de variaciones del aumento relativo de la temperatura en el devanado del estator de los motores de la serie unificada A para una frecuencia y una carga nominal en dependencia de la tensión $U_* = U/U_0$:

$\theta_* = \theta_{\infty}/\theta_0$ (θ_{∞} es la temperatura para la tensión cambiada U_{∞} ; θ_0 , la temperatura para las condiciones de funcionamiento nominales)

en dicho caso), provoca una baja aún más intensiva de la tensión en la red de suministro, lo que, por una parte, es desfavorable para el funcionamiento de todo el sistema y, por otra, conlleva al aumento del calentamiento de los equipos. En especial esto se refiere a los motores asincrónicos, en los cuales las corrientes del

estator I_1 y del rotor I_2 crecen bruscamente con la disminución de la tensión. En la fig. 11.19 se muestra el carácter de dicho aumento y en la fig. 11.20 se aducen dependencias aproximadas de los aumentos relativamente duraderos de la temperatura θ_* , las cuales ilustran la influencia del decrecimiento de la tensión en el calentamiento de los motores. Los problemas del cálculo térmico de los motores no es material de esta disciplina y las curvas trazadas en la fig. 11.20 se muestran solamente para dar una ilustración.

11.7. Proceso de detención de los motores

El motor asincrónico tiene solamente una región de funcionamiento estable. Es la región que se halla entre la velocidad sincrónica y la velocidad correspondiente al deslizamiento crítico. La región que está entre el deslizamiento crítico y el deslizamiento igual a la unidad es inestable.

En condiciones normales el motor funciona en la parte estable de la curva (sección 0 — s_{cr} en la fig. 11.21, a) con un deslizamiento menor que el crítico.

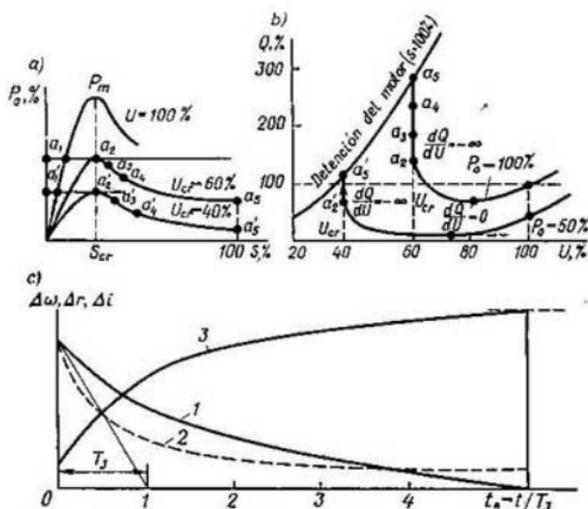


Fig. 11.21. Características del motor asincrónico para diferentes valores de la tensión de suministro, independiente del régimen:

a, característica $P_a = f(a)$, siendo $P_a = 100\%$ y $P_a = 50\%$, cuando la tensión no depende del régimen del motor; b, características $Q = \varphi(U)$, siendo $P_a = 100\%$ y $P_a = 50\%$, correspondientes a las características $P = f(a)$; c, transcurso del proceso de detención en el tiempo; 1, variación de la frecuencia de rotación $n/n_0 = f(t)$; 2, variación de la resistencia; 3, variación de la corriente

Sin embargo, durante la baja de la tensión o aumento del momento mecánico de rotación, el motor puede llegar al régimen crítico (punto a_2). Si la disminución de la tensión continúa, el punto que caracteriza el régimen pasará a la parte decreciente de la curva (sección a_3a_4); el motor se frenará, la corriente y potencia reactiva aumentarán bruscamente (fig. 11.21, b) y luego el motor se detendrá (punto a_5). Cuando la tensión es constante e igual a la crítica, el proceso de detención transcurre como se muestra en la fig. 11.21, b, c. Generalmente, los moto-

res conectados a unas barras cuya tensión no depende de sus regímenes funcionan con una reserva de estabilidad grande. Su deslizamiento de operación es mucho menor que el crítico, y el momento máximo de rotación, mucho mayor que el de funcionamiento: $(1,5 \dots 1,7) M_0$. En estas condiciones las desviaciones de la tensión en las barras de un motor unitario no son peligrosas desde el punto de vista de la estabilidad de los motores, y la detención de éstos es causada solamente por bajas grandes de la tensión en sus barras (más o menos 20—30%). Cuando un grupo de motores se alimenta de una fuente cuya potencia es conmensurable con la del grupo, entonces como resultado del alud de tensión la detención de los motores puede suceder en caso de desviaciones pequeñas de la tensión (2—3%).

Variación de la frecuencia del sistema. Los cambios de las potencias activa y reactiva, al variar la frecuencia de la tensión aplicada, influyen en las condicio-

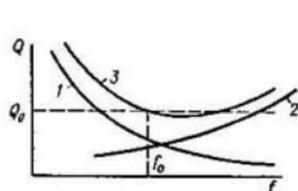


Fig. 11.22. Variación] de la potencia consumida por el motor cuando varía la frecuencia:

1, 2, componentes de la potencia reactiva ($1 - Q_\mu = \varphi_1(f)$; 2, $Q_s = -\varphi_2(f)$); 3, potencia reactiva total $Q = Q_s + Q_\mu$

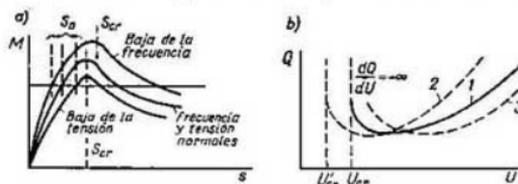


Fig. 11.23. Variaciones del momento de rotación, deslizamiento crítico y potencia reactiva cuando varía la frecuencia:

a, $M = f(s)$, b, $Q = f(U)$, siendo $f = f_0$ (curva 1); $f < f_0$ (curva 2) y $f < f_0$ (curva 3)

nes de detención de los motores. Cuando la tensión y el momento mecánico M_{mec} en el eje del motor son constantes, la potencia activa consumida por éste cambia proporcionalmente a la frecuencia según la fórmula $P = \omega M$. La disminución de la frecuencia provoca el decrecimiento del deslizamiento que cualitativamente se puede hallar de la expresión

$$M = U^2 R_2 s / \{ [R_2^2 + (x_{s0} \omega s / \omega_0)^2] \omega \}, \quad (11.11)$$

donde $x_{s0} = x_s$ cuando $\omega = \omega_0$.

Para $M = \text{const}$, se puede sustituir, aproximadamente, la dependencia $s = f(\omega)$ por una recta, o sea asumir que $s \approx f$. No obstante, el deslizamiento crítico al disminuir la frecuencia, se hace mayor, ya que $s_{cr} = R_2 \omega_0 / (\omega x_{s0})$. Esto es un factor favorable, en el sentido de la estabilidad, y más aún que el valor máximo de M aumenta algo.

La potencia reactiva consumida por el motor depende de la variación de la frecuencia: $Q = \varphi(\omega)$. Para establecer el carácter de dicha variación hay que analizar por separado la influencia de la frecuencia en las componentes Q_s y Q_μ . Si $s = I^2 R_2 / (\omega M)$, entonces $I^2 = \omega s$; además

$$Q_s = I^2 (x_{s0} / \omega_0) \omega, \text{ o bien } Q_s \approx \omega^2 s.$$

De esta manera, la componente Q_s decrece con la disminución de la frecuencia y crece con su aumento. La componente $Q_\mu = U^2 \omega_0 / (x_{\mu 0} \omega) \approx 1/f$, por el contrario, aumenta con la disminución de la frecuencia. La correlación entre estas componentes (fig. 11.22) para los motores asíncronos corrientes es tal, que el carácter de la variación de la potencia resultante $Q = Q_\mu + Q_s$ está predeterminado por el

primer sumando cuando las desviaciones de la frecuencia son pequeñas y por el segundo cuando ésta crece considerablemente.

El cambio de la potencia reactiva consumida en caso de las desviaciones lentas de la frecuencia (respecto de su valor nominal f_0) se muestra en las figs. 11.22, 11.23. La disminución moderada de la frecuencia crea una influencia positiva en la estabilidad de los motores de carga (véase fig. 11.23), la cual puede convertirse en negativa durante disminuciones grandes. Esto se debe a que el aumento en el consumo de la potencia reactiva puede causar la baja de tensión en la red que alimenta la carga*) y estimular así el desarrollo de un alud de tensión. Por eso, teniendo en cuenta las regularidades generales indicadas, es necesario en los casos concretos hacer pruebas y evaluaciones.

11.8. Funcionamiento de los motores asincrónicos de carga cuando la tensión aplicada es asimétrica y no sinusoidal

En caso de asimetría y no sinusoidalidad, unos cuantos motores asincrónicos o uno equivalente a ellos se puede sustituir por un grupo de motores ubicados en un eje común (fig. 11.24). Cada uno de estos motores debe ser conectado a una tensión que corresponda a la frecuencia f_k y a la secuencia de fases k . Los parámetros de cada motor deben corresponder a ciertas frecuencias. El deslizamiento del rotor de cada motor (1, 2, ..., m) asentado en el eje común (motor unificado) se determina de la expresión

$$s_{un} = (kn_0 \mp n_{un}) / (kn_0),$$

donde kn_0 es la frecuencia de rotación sincrónica de cualquier armónico; n_0 , la frecuencia sincrónica de rotación del vector de la f.e.m. del sistema (armónico fundamental).

La frecuencia de rotación del motor asincrónico unificado, designada por n_{un} , puede determinarse de la expresión

$$s_1 = (n_0 - n_{un}) / n_0,$$

donde s_1 es el deslizamiento del eje del motor unificado respecto de la frecuencia de sincronismo, o sea, a la frecuencia condicionada por el 1^{er} armónico; n_0 es la frecuencia de rotación sincrónica.

El deslizamiento del eje unificado respecto del armónico k (expresado mediante el deslizamiento del 1^{er} armónico), será

$$s_k = 1 \mp (1 - s_1) / k.$$

En las expresiones arriba presentadas el signo «+» corresponde a las componentes simétricas de los armónicos, las cuales crean un campo giratorio contrario al campo del armónico fundamental; el signo «-» corresponde a las componentes simétricas que crean un campo que gira en el mismo sentido que el campo fundamental del estator.

La corriente en cada k -ésimo motor puede hallarse, aproximadamente, según el circuito mostrado en la fig. 11.25, donde U_k es la tensión correspondiente al k -ésimo armónico. La impedancia total del motor se halla como

$$Z_k = r_k + jx_k = r_{1k} + r'_{2k}/s_k + i(x_{1k} + x_{2k}).$$

*) Comúnmente se considera que el momento de detención del motor M_{mf} permanece constante si $U/f = \text{const}$ (cambios simultáneos de la frecuencia y la tensión), y también a condición de que dichos parámetros no dependan del régimen del motor. Además $M_{mf} = M_m (U/f)^2$ y $s_{crf} = s_{cr} / f$.

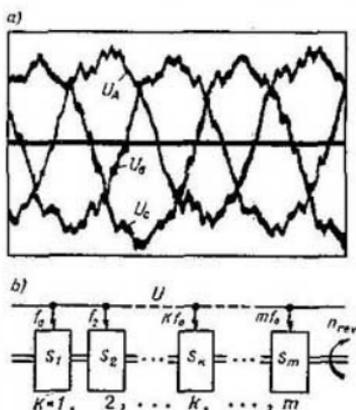


Fig. 11.24. Suministro a un motor de una tensión deformada U_A, U_B, U_C :

a, asimetría, no sinusoidalidad de la tensión en las fases; b, motor asincrónico representado como la suma de los motores 1, 2, ..., A, \dots, m alimentados por las tensiones (armónicas) $f_1, f_2, \dots, k f_0, \dots, m f_0$ y asentados en un eje que gira con la frecuencia n_{rev} .

Los parámetros que se incluyen en el circuito equivalente pueden expresarse mediante los parámetros conocidos del motor asincrónico

$$z_h = K_{zh}z_h; \gamma_h = K_{r_h}r_h; x_h = K_{x_h}x_h,$$

donde z_h, r_h, x_h son los parámetros del motor asincrónico durante el cortocircuito para una corriente de 50 períodos; K_{r_h}, K_{x_h} , coeficientes de desplazamiento que indican el aumento de las reactancias correspondientes para las corrientes de armónicos superiores respecto de la corriente de 50 períodos.

En el análisis de los procesos transitorios electromecánicos es esencial que la presencia de armónicos superiores y de la componente de la secuencia negativa en la tensión causa la disminución del momento máximo y de arranque del motor asincrónico. Además, el decrecimiento del momento de rotación fundamental, debido a la acción contraria de algunos armónicos superiores

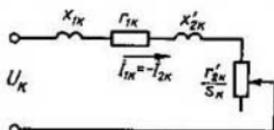


Fig. 11.25. Circuito equivalente del motor asincrónico para las corrientes de armónicos superiores

(inclusive si en la tensión constituyen más de un 10—20%), no tiene importancia ya que conforma sólo unas cuantas partes del por ciento. El momento contrario causado por la acción de la componente de la secuencia negativa de la tensión (incluso cuando la asimetría de la tensión es del 20%), comúnmente no sobrepasa el 5% del momento máximo. De esa manera, se podría

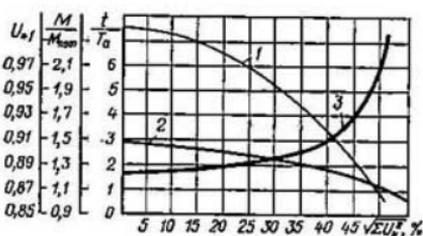


Fig. 11.26. Dependencia entre la tensión de la secuencia positiva U_1 , del momento de rotación de arranque del motor M_{*arr} y su tiempo de arranque t/T_a , donde T_a es la constante de inercia de $\sqrt{\Sigma U_h^2}$, siendo constante el momento de resistencia nominal en el eje y $U = \sqrt{U_1^2 + \Sigma U_h^2} = U_{nom}$

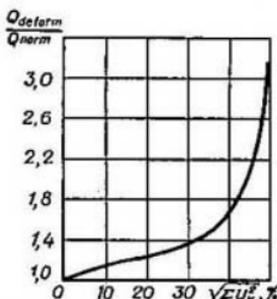


Fig. 11.27. Aumento del calor, cuando la curva de la tensión está deformada, liberado en los devanados del estator del motor asincrónico durante el arranque, en dependencia de la magnitud $\sqrt{\Sigma U_h^2}$, siendo $U = \sqrt{U_1^2 + \Sigma U_h^2}$ y siendo constante el momento de resistencia

creer que dicha influencia es pequeña. Sin embargo, hay que tener presente lo siguiente. Los voltímetros comunes reaccionan a la suma de los valores efectivos de U de la frecuencia fundamental y sus armónicos, o sea la tensión que se mide $U_{med} = \sqrt{U_1^2 + \Sigma U_h^2}$. Para una medición como ésta puede resultar que la tensión de la secuencia positiva disminuyó, aunque la tensión medida es igual a la nominal (debido a ΣU_h^2). En este caso el momento de rotación disminuirá notablemente.

Así, en la fig. 11.26 la dependencia 1 muestra cómo disminuye la tensión de la secuencia positiva U_1 , y la dependencia 2 del momento de arranque M_* cuando existen armónicos superiores en la tensión. De estas correlaciones se deduce que cuando $\sqrt{\Sigma U_h^2} = 55 \dots 60\%$, el motor no puede arrancar del estado inmóvil si su eje está unido al eje de un mecanismo que posea

un momento grande de resistencia. La dependencia β muestra cómo aumenta el tiempo de arranque del motor cuando el momento de resistencia en el eje es constante e igual al nominal. El aumento del tiempo de arranque va acompañado de un calentamiento adicional del rotor, lo cual se ve de manera esquemática en la fig. 11.27 que muestra aproximadamente el crecimiento del desprendimiento de calor con el aumento de las componentes armónicas.

La asimetría y la no sinusoidalidad de las tensiones causan pues pérdidas adicionales en los devanados del estator y del rotor. Al analizar el funcionamiento de un grupo de motores (sustituidos por un equivalente), cuando la tensión no es sinusoidal, las pérdidas generales adicionales se pueden evaluar mediante la siguiente expresión:

$$\Sigma \Delta P_h = \Sigma I_{h\text{rest}}^2 r_{\text{est}} K_{\text{rest}} + \Sigma I_{h\text{rot}}^2 r_{\text{rot}} K_{\text{rot}}^*$$

donde K_{rest} y K_{rot}^* se determinan experimentalmente*). El rendimiento del motor en este caso, lógicamente, disminuye.

De esta manera, la influencia de la asimetría y no sinusoidalidad de la tensión en el momento de rotación y, por consiguiente, en los procesos transitorios electromecánicos, no es grande

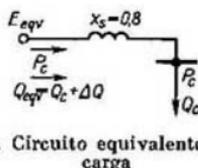


Fig. 11.28. Circuito equivalente del nodo de carga

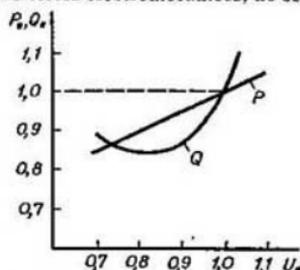


Fig. 11.29. Características estáticas de la carga

si se conserva el valor resultante de la tensión. En el caso contrario dicha influencia debe considerarse. La asimetría y no sinusoidalidad de la tensión que alimenta un motor es permisible o no fundamentalmente en dependencia de su calentamiento adicional.

Ejemplo 11.1. Un nodo de carga de gran potencia, representado por el circuito equivalente, contiene una central equivalente y una carga compleja compuesta de motores asincrónicos (60%) y de carga de alumbrado (40%) (fig. 11.28). Para una tensión igual a la nominal en las barras de la carga, la potencia activa de la carga es $P_{C0} = 0,9$; la reactiva $Q_{C0} = 0,7$. La reactancia del sistema es $x_s = 0,8$.

Probar la estabilidad de la carga de dicho sistema trazando las dependencias $E_{\text{eqv}} = f(U)$ y $Q_{\text{eqv}} = f(E_{\text{eqv}})$ y haciendo uso de los criterios de estabilidad de la carga compleja $dE_{\text{eqv}}/dU = 0$; $dQ_{\text{eqv}}/dE_{\text{eqv}} = -\infty$.

Las características estáticas de la carga compleja $P_* = f(U)$, $Q_* = f(U)$ se muestran en la fig. 11.29 y en la tabla:

U_*	P_*	Q_*	U_*	P_*	Q_*
1,0	1,0	1,0	0,8	0,893	0,844
0,9	0,941	0,885	0,7	0,855	0,880

*) Este problema y los analizados arriba más detalladamente se exponen en los libros: A. Церазов, Н. Якименко. Информационные материалы № 70. Исследование влияния несимметрии и не sinusoidalности напряжения на работу асинхронных двигателей. — М.: Госэнергоиздат, 1963, с. 115. (A. Tserázov, N. Yakimenko. Materiales de información. Estudio de la influencia de la asimetría y la no sinusoidalidad de la tensión en el funcionamiento de los motores asincrónicos); И. Петров, А. Мейстель. Специальные режимы асинхронного электропривода. — М.: Энергия, 1968, с. 204. (I. Petrov, A. Meistell. Regimenes especiales del accionamiento eléctrico asincrónico).

Solución. Para el circuito equivalente presentado en la fig. 11.16,

$$E_{\text{eqv}} = U + Q_C x_s / U + j P_C x_s / U,$$

o bien

$$E_{\text{eqv}} = \sqrt{(U + Q_C x_s / U)^2 + (P_C x_s / U)^2}.$$

La potencia reactiva entregada por la central equivalente

$$Q_{\text{eqv}} = Q_C + \Delta Q = Q_C + (P_C^2 + Q_C^2) x_s / U^2,$$

donde $P_C = P_s \cdot 0,9$ y $Q_C = Q_s \cdot 0,7$ son las potencias activa y reactiva de la carga correspondientes a diferentes tensiones de las barras.

Empleando la tabla y las tensiones aducidas, hallemos E_{eqv} y Q_{eqv} en dependencia de U :

U	1,0	0,95	0,90	0,80	0,75	0,70
$P_C = 0,9 P_s$	0,9	0,874	0,848	0,804	0,785	0,77
$Q_C = 0,7 Q_s$	0,7	0,653	0,62	0,591	0,596	0,616
$Q_C x_s / U$	0,56	0,55	0,551	0,591	0,635	0,704
$U + Q_C x_s / U$	1,56	1,50	1,451	1,391	1,385	1,404
$P_C x_s / U$	0,72	0,736	0,755	0,804	0,838	0,88
E_{eqv}	1,72	1,67	1,634	1,61	1,62	1,66
$P_C^2 + Q_C^2$	1,3	1,188	1,104	0,997	0,972	0,97
$\frac{P_C^2 + Q_C^2}{U^2} x_s$	1,4	1,05	1,09	1,25	1,382	1,588
$Q_{\text{eqv}} = Q_C + \Delta Q$	1,74	1,703	1,71	1,841	1,98	2,204

En las figs. 11.30 y 11.31 se trazaron las dependencias $E_{\text{eqv}} = f(U)$ y $Q_{\text{eqv}} = f(E_{\text{eqv}})$ y se halló el valor de $E_{\text{eqv}, \text{cr}} = 1,61$.

Ejemplo 11.2. Un nodo de carga de gran potencia (fig. 11.32, a) se representa como un motor asincrónico equivalente, cuyo circuito equivalente se muestra en la fig. 11.32, b.

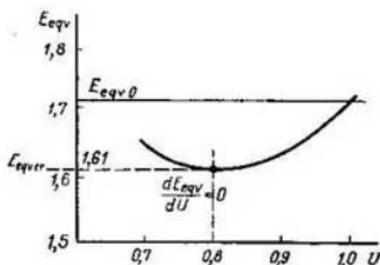


Fig. 11.30. Determinación de la tensión y f.e.m. críticas

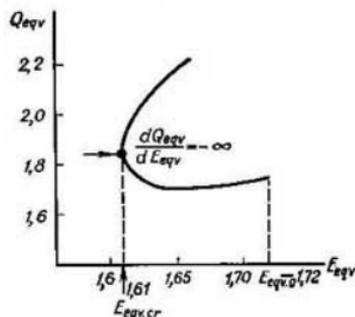


Fig. 11.31. Dependencia $Q_{\text{eqv}} = \varphi(E_{\text{eqv}})$

Establecer la influencia de la compensación de la potencia reactiva de la carga con ayuda de los condensadores estáticos en la estabilidad de la carga del sistema, analizando tres variantes:

- no hay compensación ($\cos \varphi = 0,89$);
- la compensación corresponde al $\cos \varphi = 0,95$;
- la potencia reactiva de la carga se compensa totalmente ($\cos \varphi = 1$).

Asumir que, siendo la tensión en las barras $U = 1$, la potencia consumida por el motor equivalente es $P = 1$. Para la solución emplear los criterios dE_{eqv}/dU y dQ_{eqv}/dE .

Solución. Hallamos el deslizamiento s para diferentes valores de la tensión U en las barras del motor cuando la potencia $P = 1$ es constante. Luego determinamos la potencia reactiva Q_s según los valores de U y s . Los resultados del cálculo se resumen en la tabla:

U	1,00	0,90	0,80	0,75	0,71
s , %	1,34	1,71	2,40	3,03	4,97
Q_s	0,27	0,34	0,48	0,61	1,00

Determinamos los valores críticos:

$$U_{cr} = \sqrt{2P_0 x_s} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 0,25} = 0,707; \quad s_{cr} = R_2/x_s = 0,0124/0,25 = 0,0496.$$

Los resultados de los cálculos del régimen para la variante «a» (sin compensación) se muestran a continuación:

U	1,000	0,900	0,800	0,750	0,707
Q_μ	0,244	0,197	0,156	0,137	0,122
Q_s	0,268	0,344	0,485	0,611	1,000
$Q = Q_\mu + Q_s$	0,512	0,541	0,641	0,748	1,120
ΔQ	0,631	0,799	1,100	1,390	2,260
$Q_{equiv} = Q + \Delta Q$	1,140	1,340	1,740	2,140	3,380
E_{equiv}	1,350	1,320	1,350	1,410	1,660

Según los valores numéricos aducidos en la tabla se trazaron las curvas I y I' en la fig. 11.33.

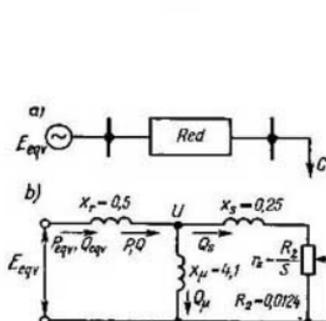


Fig. 11.32. Nodo de carga (a) y su circuito equivalente (b)

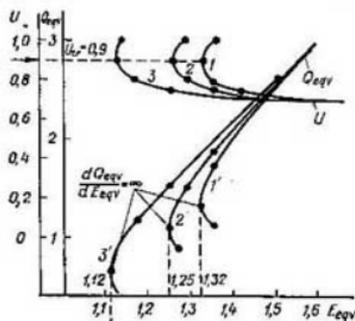


Fig. 11.33. Variación de U y Q_{equiv} ; Curvas 1, 1', siendo el $\cos \varphi = 0,95$; 2, 2', siendo el $\cos \varphi = 0,95$; 3, 3', siendo el $\cos \varphi = 1$

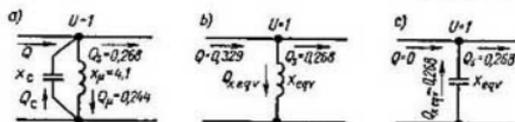


Fig. 11.34. Circuito equivalente cuando se mejora el factor de potencia de la carga

La potencia de la batería (condensador), necesaria para llevar mediante la compensación el factor de potencia hasta 0,95 (variante «b»), se halla de la siguiente manera (fig. 11.34, a):

$$Q_C = Q_\mu + Q_s - Q = 0,244 + 0,268 - 0,329 = 0,183,$$

donde $Q = P \operatorname{tg} \arccos 0,95 = 1 \cdot 0,329 = 0,329$.

La reactancia de la batería es

$$x_C = U^2/Q_C = 1/0,183 = 5,47.$$

Conforme a la fig. 11.34, b la reactancia del shunt (derivación) equivalente es

$$jx_{eqv} = jx_{\mu} (-jx_C)/(jx_{\mu} - jx_C) = j4,1 (-j5,47)/(j4,1 - j5,47) = j16,4.$$

Una vez hallada la reactancia del shunt equivalente (fig. 11.34, c), hallamos Q_{eqv} y E_{eqv} de manera similar a como se hizo anteriormente. Según los resultados de los cálculos se trazaron las curvas 2 y 2' en la fig. 11.33.

Para el $\cos \varphi = 1$, o sea compensación completa de la potencia reactiva de la carga (variante «c»), la reactancia del shunt equivalente es

$$x_{eqv} = 1/0,268 = 3,74$$

y corresponde a una capacitancia.

Los resultados de los cálculos para este caso se presentan mediante las curvas 3 y 3' en la fig. 11.33.

En todos los tres casos la tensión crítica es la misma (fig. 11.35) e igual a $U_{cr} = 0,9$ en vez de $U_{cr} = 0,707$ obtenida para la condición de que el motor equivalente se conecta a sus barras de un sistema de gran potencia ($x = 0$). Sin embargo, en las condiciones analizadas (potencia conmensurable de los generadores y la carga) el cambio de la tensión en los bornes del motor con su respectiva variación de E_{eqv} no caracteriza la estabilidad y no puede revelar la influencia de los condensadores estáticos sobre ella. Cómo influye la conexión de los condensadores que mejoran el factor de potencia de los motores asíncronos en la estabilidad se puede hallar determinando la reserva de estabilidad de la carga según los valores iniciales y críticos de la f.e.m. del generador equivalente:

$$K_r = (E_{eqv o} - E_{eqv cr}) \cdot 100\% / E_{eqv o}$$

Para las variantes analizadas y conforme a la fig. 11.35 tenemos:

$$a) \cos \varphi = 0,89; K_r = (1,35 - 1,32) 100/1,35 = 2,22\%;$$

$$b) \cos \varphi = 0,95; K_r = (1,27 - 1,25) 100/1,27 = 1,57\%;$$

$$c) \cos \varphi = 1,0; K_r = (1,12 - 1,12) 100/1,12 = 0\%.$$

La compensación de la potencia reactiva de la carga mediante los condensadores estáticos (baterías) causa una disminución considerable de la reserva de estabilidad de los motores asíncronos, y cuando el nivel de compensación es alto, un «salud de tensión».

Como se deduce de los cálculos realizados, en el caso dado el mejoramiento del $\cos \varphi$ hasta 0,95 disminuye el coeficiente de reserva de estabilidad de la carga aproximadamente 1,5 veces; el mejoramiento del $\cos \varphi$ hasta la unidad en el sistema dado conlleva, prácticamente, a la inestabilidad del nodo de carga.

Ejemplo 11.3. El motor asíncrono, circuito equivalente y parámetros del cual se muestran en la fig. 11.36, se conecta a unas barras cuya tensión disminuye lentamente.

Trazar la dependencia entre la potencia reactiva consumida y la tensión cuando el motor está en funcionamiento y cuando se detiene; $P_{mec} = \text{const} = 1$.

Solución. Hallamos el deslizamiento del motor durante variaciones de la tensión, resolviendo la ecuación (11.1) respecto de s , suponiendo que $E = U$:

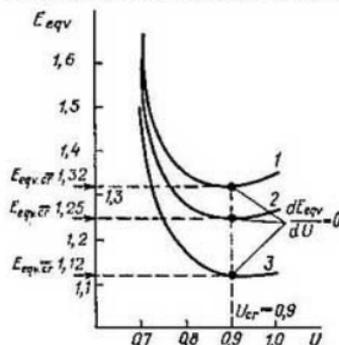


Fig. 11.35. Variación de E_{eqv} y esclacrecimiento de las condiciones de la no estabilidad de la carga

Curvas 1, siendo el $\cos \varphi = 0,89$; 2, siendo el $\cos \varphi = 0,95$; 3, siendo el $\cos \varphi = 1$

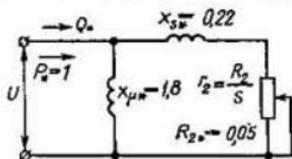


Fig. 11.36. Circuito equivalente simplificado del motor asíncrono

U	1,0	0,9	0,8	0,7
s	0,0525 0,98	0,069 0,766	0,091 0,571	0,142 0,364

El valor crítico del deslizamiento es

$$s_{cr} = 0,05/0,22 = 0,227.$$

Según (11.2)

$$U_{cr} = \sqrt{2 \cdot 0,22 \cdot 1} = 0,662.$$

Para hallar el valor del deslizamiento s cuando $P_{mec} = 1$ y las respectivas tensiones U según la expresión (11.4), determinamos la potencia reactiva consumida por el motor:

U	1,0	0,9	0,8	0,7	0,662				
s	0,0525	0,98	0,069	0,766	0,091	0,571	0,142	0,364	0,227
Q_{μ}	0,555		0,450		0,356		0,272		0,243
Q_s	0,231	4,40	0,310	3,30	0,403	2,50	0,625	1,59	0,995
$Q = Q_{\mu} + Q_s$	0,786	4,95	0,760	3,75	0,759	2,86	0,897	1,86	1,24

Los resultados obtenidos están presentados gráficamente en la fig. 11.37 en las secciones $J-1'$ y $I'-3$.

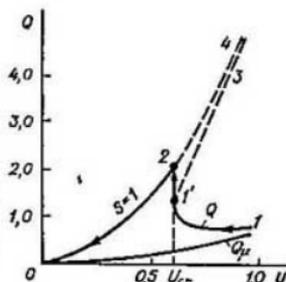


Fig. 11.37. Características de la potencia reactiva

Sección $J-1'$, funcionamiento en la parte estable cuando la tensión disminuye desde $U = 1$ hasta $U = U_{cr}$; $J'-3$, lo mismo, cuando aumenta $U > U_{cr}$, en la parte inestable; $I'-2$, proceso de detención, siendo $U = U_{cr} = 0,662$; $2-0$, variación de la potencia cuando el motor está parado ($s = 1$), siendo $U < U_{cr}$; $2'-4$, lo mismo cuando $U > U_{cr}$.

Cuando el motor está parado, o sea para $s = 1$, tenemos:

U	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4
Q_{μ}	0,555	0,450	0,356	0,272	0,200	0,139	0,089
Q_s	4,32	3,50	2,76	2,11	1,580	1,08	0,69
$Q = Q_{\mu} + Q_s$	4,88	3,95	3,12	2,38	1,76	1,22	0,779

La curva $Q = \varphi(U)$ para $s = 1$ se muestra en la fig. 11.37 en la sección $0-2-4$.

Preguntas de control

11.1. ¿Cómo se pueden obtener mediante el cálculo y el experimento las características estáticas de una carga compleja?

11.2. Compare las condiciones de estabilidad de un grupo de motores asíncronos, cuya potencia es conmensurable con la potencia del sistema que los alimenta, y de estabilidad de un motor unitario que se alimenta de unas barras de tensión constante. ¿Por qué en el primer caso la tensión crítica es notoriamente mayor que en el segundo?

11.3. ¿Cómo influye la presencia de una reactancia entre la fuente de suministro y el motor asíncrono de carga en la estabilidad de dicho sistema?

11.4. ¿Qué es el alud de tensión y cuáles son sus causas más importantes?

11.5. ¿Cuáles son los medios más efectivos y las medidas (desde el punto de vista del régimen) que se pueden emplear para luchar contra el alud de tensión?

11.6. Los condensadores que mejoran el factor de potencia de la carga y su tensión en el régimen normal ¿ejercen siempre una influencia positiva en la estabilidad de la carga compleja? ¿Por qué?

11.7. ¿Cuáles son las causas de la detención de los motores asíncronos de carga? ¿Cómo se desarrolla este proceso y cómo influye en el régimen del sistema?

11.8. ¿Cómo pueden influir las desviaciones de la tensión en la estabilidad de los motores de carga?

11.9. ¿Cómo pueden influir los aumentos (disminuciones) de la frecuencia en el sistema sobre la estabilidad de los motores de carga?

11.10. ¿Qué es el centro eléctrico del sistema?

Temas para las ponencias

1. Influencia de la resistencia de la red del sistema en el alud de tensión.

2. Particularidades del alud de tensión en condiciones cuando la frecuencia del sistema aumenta o disminuye.

3. Influencia de las variaciones del momento mecánico en el eje del motor en el desarrollo del alud de tensión.

4. Influencia de la no sinusoidalidad y asimetría de la tensión en la estabilidad de los motores de carga.