

V.VÉNIKOV

*procesos
transitorios
electromecánicos en los sistemas
eléctricos de potencia*

*procesos transitorios
electromecánicos en los sistemas
eléctricos de potencia*

В. А. Веников

**ПЕРЕХОДНЫЕ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

**Москва
«Высшая школа»**

V.VÉNIKOV

*procesos
transitorios*

*electromecánicos en los sistemas
eléctricos de potencia*



Editorial MIR Moscú

Traducido del ruso por el
ingeniero Hernán Serrato Bustos

Impreso en la URSS

На испанском языке

ISBN 5-03-000084-4

© Издательство «Высшая школа», 1985, с изменениями

© traducción al español, revisada y ampliada, editorial Mir, 1988

Índice

Abreviaturas empleadas	8
Prólogo a la edición española	10
Capítulo 1. Características del curso	14
1.1. Nociones básicas sobre un sistema eléctrico de potencia y sus regímenes	14
1.2. Sistematización de las nociones fundamentales y definiciones	17
1.3. Enfoque para describir los procesos transitorios	19
1.4. Lugar de la asignatura en la enseñanza. Objeto de estudio	23
Capítulo 2. Fundamentos para cálculos de regímenes permanentes iniciales y cuasitransitorios	25
2.1. Planteamiento del problema	25
2.2. Construcción de los circuitos equivalentes. Empleo de las admitancias mutuas y propias	26
2.3. Cálculo de las admitancias e impedancias propias y mutuas	31
2.4. Cálculo de las corrientes	33
2.5. Cálculo de la potencia	34
2.6. Sistema que posee elementos no lineales	38
2.7. Cálculo de las cargas máximas y límites	39
Capítulo 3. Exigencias a los regímenes y a los procesos	43
3.1. Exigencias a los regímenes	43
3.2. Calidad de los procesos transitorios	44
3.3. Realizabilidad de un régimen	49
3.4. Condiciones para la existencia del régimen del sistema	52
3.5. Posibilidad de control y observación de los sistemas eléctricos de potencia	54
Capítulo 4. La estabilidad como condición principal para que exista el régimen de un sistema eléctrico de potencia	57
4.1. La estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia y métodos más sencillos para su estudio	57
4.2. Estabilidad estática de un sistema según las condiciones de desprendimiento (desplazamiento) de los parámetros del régimen normal. Criterios prácticos	59
4.3. Interpretación energética de los criterios prácticos de estabilidad	65
4.4. Empleo de los criterios prácticos de estabilidad estática	68
4.5. Cálculos del régimen normal conjuntamente con la evaluación de su estabilidad estática	69
4.6. Evaluación más simple de la estabilidad del paso de un régimen a otro (estabilidad dinámica y sus criterios prácticos)	69
Capítulo 5. Supuestos fundamentales que se admiten en los estudios de los regímenes transitorios de los sistemas eléctricos de potencia	94
5.1. Problemas y medios de estudio	94
5.2. Las matemáticas en los problemas técnicos	95
5.3. Modelos de los procesos transitorios en un sistema eléctrico de potencia complejo y organización del estudio	96
5.4. Exactitud y rigurosidad en los estudios de ingeniería	99
5.5. Espacio y ecuaciones de estado (régimen). Supuestos y simplificaciones	101
Capítulo 6. Modelos, ecuaciones y circuitos equivalentes para el estudio de los regímenes transitorios de los sistemas eléctricos de potencia	112
6.1. Planteamiento del problema	112
6.2. Descripción matemática y modelos	112
6.3. Ecuaciones generalizadas	115

6.4. Interpretación física de las ecuaciones en las coordenadas d, q . Modelo de Park—Górev	122
6.5. Ecuaciones simplificadas	127
6.6. Circuitos equivalentes de los elementos del sistema	131
6.7. Esquemas estructurales de los sistemas eléctricos de potencia	135
6.8. Esquemas estructurales y ecuaciones de los sistemas de regulación	137
Capítulo 7. Oscilaciones grandes. Estabilidad dinámica	154
7.1. Planteamiento del problema	154
7.2. Resolución numérica de la ecuación de movimiento relativo por el método de intervalos sucesivos	165
7.3. Evaluación de los pasos dinámicos más típicos (variaciones del régimen)	174
7.4. Resolución aproximada de las ecuaciones diferenciales de movimiento relativo del rotor del generador en caso de desviaciones de los parámetros incluidos en dicho movimiento	189
7.5. Empleo de los métodos de la teoría de probabilidades en los cálculos de los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia	194
7.6. Particularidades del cálculo del proceso transitorio (estabilidad dinámica) de un sistema complejo que se compone de cualquier cantidad de centrales de potencia conmensurable y cargas	206
Capítulo 8. Estabilidad estática de un sistema eléctrico de potencia. Procesos con perturbaciones pequeñas libres	219
8.1. Planteamiento del problema	219
8.2. Estabilidad estática del sistema más sencillo en caso de una regulación de sus generadores mediante un regulador de excitación de acción proporcional	227
8.3. Un sistema no regulado analizado sin considerar los procesos electromagnéticos transitorios	239
8.4. Autoimpulsión y autoexcitación	242
8.5. Correlaciones simplificadas para determinar la estabilidad estática que se desprenden del método de las oscilaciones pequeñas	246
8.6. Fundamentos de la estabilidad de los sistemas complejos. Criterios del método de las oscilaciones pequeñas y criterios prácticos	249
8.7. Estabilidad de un sistema posicional cuando las cargas se representan por impedancias constantes	251
8.8. Estabilidad estática de un sistema con regulador automático de excitación de acción reforzada	254
8.9. Síntesis de las estructuras de la regulación automática de alta precisión	261
Capítulo 9. Variaciones de la frecuencia y la potencia en los sistemas eléctricos de potencia	276
9.1. Característica general del problema	276
9.2. Tipos de regulación y su interacción	280
9.3. Características estáticas del sistema (variaciones lentas de la frecuencia en el régimen permanente)	282
9.4. Características dinámicas del sistema durante las variaciones de la frecuencia	285
9.5. Inestabilidad de la frecuencia (alud de frecuencia)	289
9.6. Medidas para prevenir la inestabilidad de la frecuencia. Descarga automática por frecuencia	291
Capítulo 10. Procesos transitorios y estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia interconectados por transmisiones que son enlaces débiles	294
10.1. Planteamiento del problema	294
10.2. Sistema interconectado más simple compuesto de dos sistemas diferentes enlazados por una línea de enlace débil	295
10.3. Estabilidad dinámica de los enlaces débiles	298
10.4. Estabilidad estática de los enlaces débiles	299
10.5. Ajuste de los reguladores de excitación	300
Capítulo 11. Procesos transitorios en los sistemas de suministro eléctrico (nodos de carga) de los sistemas eléctricos de potencia durante variaciones pequeñas del régimen	308
11.1. Característica general del problema	308
11.2. Características estáticas y dinámicas de la carga con motores	309

11.3. Alud de tensión (estabilidad estática de la carga, detención de los motores)	315
11.4. Fórmulas de cálculo fundamentales	316
11.5. Criterio práctico de estabilidad de la carga compleja dE/du	320
11.6. Disminuciones lentas de la tensión	325
11.7. Proceso de detención de los motores	327
11.8. Funcionamiento de los motores asincrónicos de carga cuando la tensión aplicada es asimétrica y no sinusoidal	329
Capítulo 12. Procesos transitorios en los nodos de carga de los sistemas eléctricos de potencia durante perturbaciones grandes	337
12.1. Influencia de las desviaciones grandes de los parámetros del régimen en el comportamiento de la carga	337
12.2. Arranque de los motores	348
12.3. Procesos transitorios durante el arranque de los motores asincrónicos que tienen una potencia comensurable con la potencia de la fuente	356
12.4. Cambios bruscos del régimen en los sistemas de suministro eléctrico	361
12.5. Cargas tipo impulso	367
12.6. Autoarranque de los motores	374
12.7. Reconexión automática y conmutación del suministro	382
12.8. Influencia de la regulación de la excitación de los motores sincrónicos en el régimen y la estabilidad de los nodos de carga	385
12.9. Autoexcitación de los motores asincrónicos durante el arranque empleando la compensación capacitiva en serie de la red	387
Capítulo 13. Procesos transitorios durante la conexión de los generadores sincrónicos y estabilidad resultante	399
13.1. Consideraciones generales	399
13.2. Procesos durante la autosincronización	401
13.3. Arranque electromecánico de los generadores sincrónicos	406
13.4. Reconexión automática con autosincronización	406
13.5. Reconexión automática sin control del sincronismo	409
Capítulo 14. Mejoramiento de los regímenes. Regímenes asincrónicos, resincronización y estabilidad resultante	417
14.1. Característica general de los regímenes asincrónicos en los sistemas eléctricos de potencia	417
14.2. Aparición del régimen asincrónico	420
14.3. Problemas que surgen durante el estudio de los regímenes asincrónicos	423
14.4. Parámetros de los elementos básicos de los sistemas eléctricos de potencia durante los regímenes asincrónicos	424
14.5. Características del régimen del sistema más sencillo con velocidad asincrónica de la máquina sincrónica (generador, motor, compensador sincrónico)	431
14.6. Salida del sincronismo, marcha asíncrona y resincronización	445
14.7. Retorno al sincronismo de generadores que funcionan fuera de éste (resincronización y estabilidad resultante)	445
14.8. Control de las transmisiones de corriente continua con el objetivo de aumentar la estabilidad dinámica y resultante	451
14.9. Dispositivos adicionales para mejorar la estabilidad	455
14.10. Medidas relacionadas con el régimen	460
Apéndices	467
Apéndice 1. Averías en los sistemas eléctricos de potencia	467
Apéndice 2. Resumen acerca de las directrices y algunas recomendaciones para ejecutar los cálculos	474
A2.1. Exigencias a la estabilidad de los sistemas electroenergéticos	474
A2.2. Ideas acerca de la elección del método y paso de integración para el cálculo de los procesos transitorios mecánicos en los sistemas eléctricos de potencia	477
A3. Sistema de magnitudes por unidad (p.u.)	481
A4. Amortiguamiento y el coeficiente de amortiguamiento	486
A5. Resumen histórico acerca de los procesos transitorios	491
Signos convencionales	494
Conclusión	496
Bibliografía	498
Índice de materias	500

Abreviaturas empleadas

AA	— automática de antiavverías
AP	— acción proporcional
AR	— acción reforzada
AT	— alta tensión (de alta tensión)
BF	— baja frecuencia (de baja frecuencia)
BPI	— barras de potencia infinita
BT	— baja tensión (de baja tensión)
C	— carga
CA	— computadora analógica
CAR	— conexión automática de la reserva
CC	— complejo computacional
CE	— central eléctrica
CEA	— central eléctrica atómica
CEC	— central eléctrica de condensación
CHE	— central hidroeléctrica
CHEA	— central hidroeléctrica acumuladora
CTE	— central termoelectrónica
CDA	— control de antiavverías
CS	— compensador sincrónico
DAF	— descarga automática por frecuencia
DAR	— división automática de la red
DCD	— dispositivo complejo de distribución
DCS	— dispositivo de compensación en serie
DD	— dispositivo de distribución
DP	— display (pantalla de visualización)
DRFI	— dispositivo de reserva para falla del interruptor
ECC	— enlace de corriente continua
ED	— ecuación diferencial
ER	— enlace de retroalimentación
ERF	— enlace de retroalimentación flexible (no rígido)
ERR	— enlace de retroalimentación rígido
ESD	— estabilidad dinámica
ESE	— estabilidad estática
FPR	— fuente de potencia reactiva
GS	— generador sincrónico
LARA	— liquidación automática del régimen asíncrono
LC	— línea por cable
LTA	— línea de transmisión aérea
LTE	— línea de transmisión de la energía eléctrica
MA	— motor asincrónico
MCA	— máquina computadora analógica
MCE	— máquina computadora electrónica
MS	— máquina sincrónica, motor sincrónico
MVVR	— mecanismo para variar la velocidad de rotación
O	— ordenador
OM	— ordenador de mando
PAPE	— prevención automática de la pérdida de la estabilidad
PD	— punto de despacho
PR	— protección por relé
R	— rendimiento
RA	— reconexión automática
RAE	— regulador automático de excitación

RAE a.p	— regulador automático de acción proporcional
RAE a.r	— regulador automático con acción reforzada
RAF	— regulación (regulador) automática de la frecuencia (en el sistema)
RAFR	— regulador automático de la frecuencia de rotación (de la unidad — RAV)
RAPF	— reconexión automática por frecuencia
RAS	— regulador antes de sí mismo
RBC	— regulación bajo carga
SAC	— sistema automático de control
SACD ⁷	— sistema automático de control de despacho
SACF ⁴	— sistema automatizado de control de la producción (procesos, industria)
SAR	— sistema automático de regulación
SE	— subestación
SEE	— sistema electroenergético
SEG	— sistema energético grande
SEI	— sistema energético interconectado
SC	— semiconductor
SLPA	— sistema de limitación de la potencia en las averías
ST	— superalta tensión
TCC	— transmisión a corriente continua
TRC	— tubo de rayos catódicos
TS	— triodo semiconductor, transistor

Prólogo a la edición española

La energética moderna se crea y se desarrolla en todos los países como un sistema. No importa si dicho sistema pertenece al estado (como en Francia, Italia y, con mayor razón, en los países socialistas) o a compañías privadas (EE.UU. y otros países), en cualquier caso los procesos transitorios electromecánicos que transcurren en estos sistemas eléctricos de potencia tienen una gran importancia. El conocimiento de estos procesos es absolutamente necesario para el ingeniero. En un futuro no lejano, en una serie de países hispanoparlantes, se crearán nuevos sistemas eléctricos de potencia y se desarrollarán los ya existentes. Los ingenieros y estudiantes de estos países van a tener la imperiosa necesidad de dominar la teoría y práctica de estudio de dichos procesos. Este libro es, pues, un libro de texto. La construcción del mismo tiene, en cierto grado, forma concéntrica. Esto facilita el empleo seleccionado del material en todos los casos cuando, por alguna razón, el curso dado se expone en una forma un tanto diferente o simplificada. Para la escuela científica que se refleja en el libro lo más sustancial es la especial atención a la física de los fenómenos en el enfoque más aproximado a los problemas prácticos del ingeniero energético y la utilización de una descripción matemática lo más sencilla posible. Este curso no plantea el objetivo de dar al estudiante una orientación completa para la algoritmización, programación y realización de cálculos modernos lo suficientemente complejos de los procesos transitorios electromecánicos que, como regla, son realizados por el ingeniero en los ordenadores. Al pasar este curso, el estudiante debe obtener no tanto la experiencia en la técnica de los cálculos, como adquirir la comprensión de los conceptos, los supuestos y limitaciones, que son la base de los métodos de cálculo, aprender a enfocar los resultados obtenidos desde el punto de vista práctico de ingeniería. La idea expresada hace tiempo por el gran ingeniero y matemático ruso A. N. Krylov acerca de que un verdadero ingeniero no debe simplemente utilizar los resultados de las fórmulas matemáticas, «que muelen lo que hay escrito en ellas», sino comprender y asimilar claramente su contenido, no sólo es válida en nuestro tiempo, sino que adquiere un nuevo sentido. Este consiste en la exigencia de una interpretación física de aquellas soluciones formalizadas de los problemas complejos los cuales se resuelven con relativa facilidad en su parte puramente matemática con ayuda de la técnica computacional moderna y sus colosales posibilidades en este campo. No obstante, precisamente estas posibilidades estimulan el problema de aprobación, de si son correctos no sólo los algoritmos y programas con ayuda de los cuales se realizan las «resoluciones mecánicas» rápidas, sino también el problema de si son ciertos los resultados obtenidos, su observabilidad y la comodidad para emplear en la práctica. Con frecuencia el empleo irracional de los ordenadores conlleva a la continuación del aforismo arriba enunciado. Esta continuación dice: «Es preferible que el molino no funcione si no hay grano en vez de que mueva basuras...».

El ingeniero debe entender que el ordenador puede con la misma efectividad y rapidez dar soluciones tanto erradas como correctas. Los estudiantes y profesores deben tener presentes las palabras de P. A. Dirac que dijo que «las matemáticas son un instrumento especialmente adaptado para asimilar todo tipo de conocimientos abstractos, y en este sentido su potencial es infinito... Pero no se debe olvidar que las matemáticas son sólo un instrumento y que hay que saber dominar las ideas físicas independientemente de su forma matemática».

Al futuro ingeniero, antes que todo, hay que inculcarle el gusto y la capacidad de interpretar la física de los resultados del análisis. En relación con esto, durante el estudio del curso es importante dominar bien los métodos y procedimientos más sencillos, no formalizados de investigación. Por ejemplo, el método de las áreas para la valoración de las oscilaciones de los generadores, el de los criterios prácticos de estabilidad estática relacionados con la comprensión de la física de lo que es la fluctuación del régimen y muchas otras representaciones científicas energéticas, que son elementos del razonamiento del ingeniero. Estas últimas se diferencian del enfoque puramente matemático, primero que todo por la orientación a comprender la física de los fenómenos y no los estudios a base de su descripción formalizada, que son tan llamativos e impresionantes con la técnica computacional moderna.

Los sistemas eléctricos de potencia son y serán en el futuro en un grado más alto sistemas complejos regulados y controlados automáticamente, convirtiéndose en sistemas de tipo cibernético. Esto no sólo no cambia las opiniones arriba expuestas, sino que al contrario, las refuerza. Así, es de esperar que los problemas de carácter cibernético relacionados con la energética van a ser tan complejos, que con ayuda de cualquier matemática computacional, por perfecta que sea, sin el hombre no se podrán hallar inmediatamente los métodos de estudio y una descripción lo suficientemente completa de los sistemas y sus perturbaciones que sean adecuados a los aspectos técnicos. Además, las posibilidades de un enfoque analítico formalizado (ampliamente divulgado) con frecuencia empujan al ingeniero a hacer más y más «precisiones» con el fin de tener en cuenta factores de segundo orden, los cuales prácticamente no influyen, pero sí complican los cálculos, lo que a fin de cuentas conlleva a errores garrafales. Por esto es que precisamente para el ingeniero de hoy día no es menor, sino mayor el significado que van a tener las nociones físicas sobre las propiedades más importantes del sistema, los factores que influyen en unos u otros regímenes, los diferentes enfoques para el diseño y la explotación del sistema energético. Sin embargo, lo dicho no significa un menosprecio del papel de la matemática computacional. En este libro, teniendo en cuenta el nivel de preparación de los lectores y estudiantes y la escasez del tiempo que se da para el estudio de la asignatura, no se puede incluir ninguna programación detallada para los cálculos en los ordenadores. Sin embargo, el lector siempre debe tener presente su empleo, acercando a los estudiantes a la programación.

De esta manera la asignatura dada y, por consiguiente, el manual de texto se organizan como base para los futuros cursos especiales, que utilicen los métodos modernos de la técnica computacional, medios de automatización, cibernización en el diseño y el control de los sistemas electroenergéticos.

El curso «Procesos transitorios» puede estudiarse independientemente e incluso antes que los cursos dedicados a la automatización de los sistemas eléctricos de potencia. Esta circunstancia es la que predeterminó la inclusión en el texto nociones elementales sobre la regulación automática, las cuales se exponen en una forma sencilla, ya que son necesarias sólo para poder enfocar el estudio del sistema eléctrico de potencia moderno como un todo único, que incluye no solamente los elementos de potencia del sistema, sino que también los dispositivos de regulación y control. Como ya se dijo arriba, la particularidad en la organización de esta cuarta edición del libro, suscitada por el deseo de aliviar su estudio y a la vez darle una universalidad, consiste en su forma concéntrica y la independencia de una serie de capítulos. Con relación a esta circunstancia en el contexto del libro se destaca cierto material explicativo y auxiliar que amplía cierto mínimo obligatorio. Dicho material se da en gallarda. Para su análisis, en depen-

dencia de las condiciones concretas, se puede dedicar diferente tiempo. Puede emplearse además como material auxiliar, para profundizar en el curso y para su empleo en los trabajos de investigación académicos (T.I.A) y científicos (T.I.C) al igual que en las potencias de los estudiantes durante el estudio del curso y se señala con un asterisco. Aunque dicho material no es rigurosamente obligatorio, no lo deben perder de vista los profesores ni estudiantes.

El libro puede ser estudiado por los estudiantes de diferentes especialidades por secciones. Así, los capítulos 1—5 conforman una parte terminada que contiene las nociones generales sobre la teoría de los procesos transitorios y los métodos de su estudio. Para una serie de especialidades y para las facultades no energéticas, estos capítulos complementados con los párrafos 7.2, 7.3 pueden ser suficientes.

La segunda parte del libro la conforman los caps. 7—9, los cuales, desarrollando el material de los seis primeros capítulos, dan nociones lo suficientemente detalladas sobre la estabilidad estática y dinámica, transcurso de los procesos en el tiempo bajo perturbaciones pequeñas y grandes, y sobre los problemas actuales que tienen que ver con el mantenimiento de la frecuencia en los sistemas.

La parte especial (caps. 11—12) la conforma el análisis de los procesos transitorios en las cargas de los sistemas eléctricos de potencia, los cuales tienen una gran importancia: el capítulo 11 los analiza en presencia de perturbaciones pequeñas del régimen y el 13, con variaciones grandes de la potencia y velocidad.

Para las personas que se especializan en el suministro de energía eléctrica a las empresas industriales, les es necesario concentrar la atención en los procesos transitorios en las cargas. En este caso hay que prestar especial atención al estudio de los caps. 1, 2, 4, 5 y más adelante, los caps. 11 y 12, que para el caso dado se deben considerar como los centrales.

La estructura concéntrica del manual de texto (y, por consiguiente, de la asignatura) y la profundización gradual en el análisis de los fenómenos, con su complejidad, corresponde, en lo fundamental, a un enfoque inductivo en el estudio del curso.

Una organización puramente deductiva (atrayente a primera vista), en la cual la introducción sería una exposición de la teoría general de los procesos transitorios y estabilidad con la posterior descripción lógica del aparato formal-matemático, no conlleva a resultados positivos, como lo muestra la experiencia de muchos años de enseñanza. Esto se debe a que lo principal en el curso es la asimilación lógica de los fenómenos por los estudiantes, o sea, de la física de los mismos, lo que inevitablemente requiere la exposición graduada, que a fin de cuentas justifica precisamente el enfoque inductivo.

Es también esencial que así se hace más fácil reforzar el curso con ejercicios, prácticas de laboratorio y, lo que es muy importante, el autocontrol regular que consiste en la realización de no menos de tres pruebas de control durante el estudio del material, con ayuda de las máquinas examinadoras.

Al final de cada conferencia el estudiante responde a preguntas, las cuales movilizan su atención hacia el material expuesto, además que los formularios con las respuestas sirven tanto para el control de asistencia como para valorar la calidad del trabajo en la conferencia. Paralelamente a los trabajos de laboratorio el curso prevé la realización de cálculos típicos de curso. Durante la conferencia se deben mostrar diapositivas y películas cortas (5—7 min) que ilustren el problema del análisis y los medios para el mejoramiento de la calidad de los procesos transitorios.

La dificultad de la representación del material gráfico en la pizarra se elimina en cierta medida con el empleo de «carteles dinámicos», figuras no terminadas,

las cuales se reparten a los estudiantes al comienzo de la conferencia y son terminadas por ellos durante la misma (junto con el conferencista, que a su vez emplea el odoscopio). Todo esto en gran medida mejora la asimilación del curso.

Cada capítulo contiene preguntas de control y una gran parte de ellos, ejemplos. Es necesario analizar las preguntas y los ejemplos junto con el estudio de la teoría; para una mejor asimilación del material es recomendable consultar los manuales didácticos que tienen ejemplos prácticos del análisis de los procesos transitorios. La bibliografía presentada al final del libro amplía el curso y fomenta a la realización de los trabajos individuales. Cabe notar que la lista de la bibliografía presentada contiene sólo un número limitado de libros que tienen que ver directamente con los apartados de la asignatura y que son útiles para las consultas al realizar los cálculos, proyectos de curso y el proyecto de tesis. Las referencias a la bibliografía que puede ayudar a profundizar los conocimientos en ciertos problemas o más detalladamente argumentar algunas tesis del texto, se dan en las notas al pie de página.

Por supuesto, la bibliografía dada no es del todo completa y no agota las publicaciones empleadas durante la escritura del manual de texto. Se da en una forma bastante comprimida. En el libro se emplearon tanto los trabajos científicos del autor, como las investigaciones realizadas por sus colaboradores y alumnos.

En el Apéndice se da también a grandes rasgos un resumen histórico del desarrollo de la teoría de los procesos transitorios electromecánicos. Es deseable que el conferencista en su exposición final (precisamente en la final y no en la de introducción) se refiera al desarrollo del problema y resalte aquellos científicos que lo desarrollaron.

El libro de texto refleja los métodos de la escuela científica de sistemas eléctricos de potencia del Instituto Energético de Moscú (MEI). El autor señala que en la creación de esta escuela científica que tiene sus comienzos en los trabajos de P. S. Zhdánov, S. A. Lébedev, al igual que en la creación del presente manual de texto, siempre tuvo el apoyo y la ayuda directa de una serie de discípulos y colaboradores.

Las cuatro ediciones anteriores del libro en ruso y sus cinco traducciones a diferentes idiomas extranjeros tuvieron una gran cantidad de reseñas, consejos y observaciones, que el autor recuerda con agradecimiento.

El autor

Características del curso

1.1. Nociones básicas sobre un sistema eléctrico de potencia y sus regímenes

La *energética* que tiene una gran importancia en el desarrollo de la sociedad humana se ha convertido en un sistema de **tipo cibernético**, o sea, en un sistema orientado hacia un objetivo, que se optimiza durante el pronóstico, diseño y explotación.

Un *sistema energético grande* se compone de diferentes sistemas interconectados o subsistemas, que funcionan como un todo único, pero en la resolución de problemas prácticos con frecuencia se analizan por separado.

Uno de estos subsistemas es el **sistema electroenergético**, que es la parte del sistema energético en la que el calor y diferentes formas de energía se transforman en energía eléctrica, la cual se transmite a distancia, se distribuye a los consumidores donde de nuevo es transformada. En esta asignatura se va a estudiar la **parte electromecánica** del sistema electroenergético que en lo sucesivo se denomina eléctrica de potencia.

El *sistema eléctrico de potencia* está formado por un conjunto de elementos que interactúan y que se pueden dividir en dos grupos:

elementos de potencia: de producción (por ejemplo, generadores con sus motores primarios), de conversión (transformadores, rectificadores, inversores), de

transmisión y distribución (líneas de transmisión, redes) y consumidores (cargas) de la energía eléctrica;

elementos de control: los que regulan o modifican el estado del sistema (reguladores de excitación de las máquinas sincrónicas, reguladores de frecuencia, relés, interruptores, etc.).

Todos los elementos del sistema están vinculados por la unidad de generación, transmisión y consumo de la energía eléctrica. En el estado de funcionamiento normal, o como lo llamaremos más adelante *régimen normal*, el sistema debe de **manera confiable** garantizar al consumidor energía eléctrica de calidad suficientemente constante de acuerdo con las normas establecidas. A la vez sería deseable que el régimen del sistema fuera absolutamente invariable. Sin embargo, un «régimen

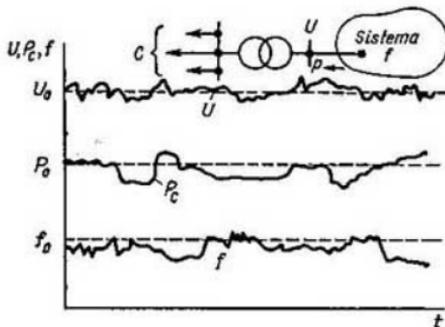


Fig. 1.1. Variación de los parámetros del régimen normal del sistema:

U , tensión en las barras de la subestación que alimenta la carga; P_C , flujo de potencia consumida por la carga C ; f , frecuencia en el sistema. El índice 0 significa que el valor es nominal (normal)

completamente estacionario» en la realidad no puede existir. La carga en el sistema oscila: constantemente tienen lugar «pequeñas variaciones» (fluctuaciones) del número de consumidores conectados, su potencia y estructura, o sea, la carga

«respira» (fig. 1.1). Además de estas pequeñas desviaciones tienen lugar también, aunque con menor frecuencia, «desviaciones grandes» que están relacionadas con las variaciones de los valores de las potencias generadas y consumidas y con la

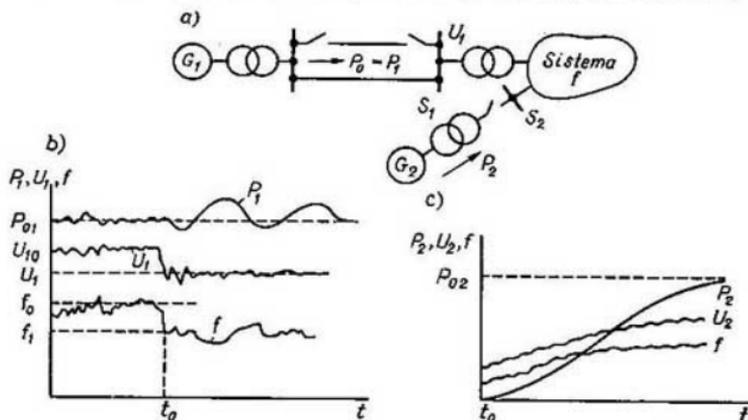


Fig. 1.2. Variación de los parámetros durante los regímenes transitorios normales en el sistema:

a, esquema del sistema; b, desconexión de la línea de transmisión L_1 que alimenta la subestación S_1 y la enlaza con el generador G_1 ; U_1 , tensión en las barras de la subestación S_1 ; P_1 , flujo de potencia del generador G_1 ; c, conexión del generador de alta potencia G_2 y aumento gradual de su carga; U_2 , tensión en las barras de la subestación S_2 ; P_2 , flujo de potencia del generador G_2 ; el índice 0 significa valor inicial, 1, 2, valor permanente (estacionario)

configuración del sistema: conexión y desconexión de generadores, líneas de transmisión, transformadores y de subestaciones de gran potencia (nodos de carga). Dichas variaciones, pasos de un régimen a otro durante el funcionamiento normal del sistema, se denominan *regímenes transitorios normales* (fig. 1.2).

Un sistema eléctrico de potencia, como cualquier otro sistema, está expuesto a influencias de averías. Estas últimas pueden ser causadas por:

— la *perturbación del régimen del sistema*: sobrecargas de algunos elementos y su desconexión automática y división del sistema en partes, «desaharajuste del sistema»;

— o por la *destrucción de algunos elementos del sistema*. Por ejemplo, debido a influencias exteriores (viento, heladas) se pueden destruir las torres de transmisión. Por causa de influencias interiores condicionadas por las corrientes crecientes durante el cortocircuito, pueden destruirse los generadores, transformadores, reactores y subestaciones (véase Apéndice 1). El estado del sistema durante dichas averías y su posterior paso a un nuevo estado de funcionamiento se denomina *régimen transitorio de avería* (fig. 1.3).

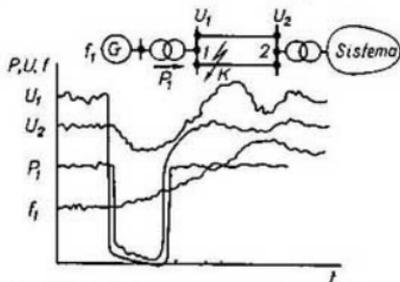


Fig. 1.3. Régimen transitorio de avería en el sistema

Cortocircuito en el punto K en una de las líneas de transmisión cerca de las barras de la subestación de suministro 1 y la posterior desconexión de dicha línea. El sistema permanece estable. U_1 , U_2 , tensiones en las barras de las subestaciones 1 y 2; P_1 , flujo de potencia del generador; f_1 , frecuencia en el sistema

El estudio de los regímenes de un sistema eléctrico de potencia requiere el análisis no sólo de los fenómenos electromagnéticos que garantizan la posibilidad de obtener, transmitir y consumir la energía eléctrica, sino también de los fenómenos mecánicos en sus elementos: motores primarios, sus reguladores automáticos, generadores, motores de carga, donde la energía eléctrica de nuevo se transforma a mecánica. De esta manera, es necesario analizar el estado eléctrico y mecánico del sistema o *regímenes electromecánicos*.

Un sistema que enlaza varios elementos puede tener propiedades que no se manifiestan en dichos elementos. Los regímenes del sistema pueden diferenciarse sustancialmente de los regímenes de sus elementos incluso de los regímenes de los subsistemas*).

Un sistema eléctrico de potencia, al igual que cualquier otro sistema artificial (o sea, creado por el hombre), está destinado a cumplir sus funciones normalmente, o sea, para funcionar en un régimen normal permanente. No obstante, asegurar su funcionamiento confiable y de calidad es posible sólo en el caso si cualquier régimen transitorio (normal o de avería) satisface ciertas exigencias.

El objetivo de esta asignatura es enseñar al futuro ingeniero a entender los fenómenos físicos que suceden en cualquier régimen transitorio, calcular y controlarlo de tal forma que se hagan más leves las consecuencias posibles y más aún evitar que éstas lleven a una catástrofe técnica y económico-social, como sucedió en algunas averías «nacionales» bien conocidas, por ejemplo, en EE.UU. o Francia. Y para esto es necesario antes que todo aclarar la física de los regímenes que le interesan al ingeniero, exponer los métodos para sus cálculos cuantitativos y describir las formas, medidas y directrices, con ayuda de las cuales se pueden controlar los regímenes transitorios, dándoles el carácter deseado. Con este fin se muestra la descripción matemática más sencilla de los regímenes transitorios que aparecen durante las variaciones del estado electromecánico del sistema. Los métodos analíticos de estudio se exponen aquí más que todo para que sea más fácil entender los fenómenos que ocurren y garantizar en adelante un dominio de los métodos de análisis más complejos, los cuales son empleados en la práctica del diseño y la explotación de los sistemas eléctricos de potencia.

El estudiante debe formarse una idea sobre las medidas que garanticen un funcionamiento normal del sistema bajo perturbaciones pequeñas (estabilidad estática) y una salida exitosa de los diferentes regímenes de avería (estabilidad dinámica y resultante). Por eso, es necesario estudiar los regímenes permanentes normales con los que comienza el régimen transitorio y establecer las condiciones para la existencia de los regímenes posteriores a la avería.

Todos los elementos del sistema eléctrico de potencia se analizan en una interrelación que se establece a base de los índices que predeterminan las «propiedades del sistema» (parámetros del régimen), características estáticas y dinámicas (véase más adelante). Los problemas de la ejecución constructiva de los elementos del sistema aquí no se estudian. Los sistemas eléctricos de potencia estudiados en esta asignatura se consideran automatizados en una u otra medida. El régimen de un sistema automatizado se halla teniendo en cuenta la acción continua de los dispositivos automáticos que reaccionan a todas las perturbaciones del régimen del sistema y que influyen sobre éste provocando a la vez reacciones de respuesta por parte del sistema.

Conocer el comportamiento del sistema después de las perturbaciones es, de esta forma, necesario para evaluar la influencia de los dispositivos de regulación

*) Aquí se manifiesta la propiedad de enfoque global o de sistema.

automática, correcta elección de los mismos y asegurar el funcionamiento del sistema en condiciones normales y de avería.

A los elementos del sistema eléctrico de potencia, cuya acción se somete a un análisis más adelante, por consiguiente, pertenecen también los dispositivos de regulación automática. Por eso tanto los problemas de construcción de los dispositivos de regulación automática, como los problemas de análisis de sus propiedades intrínsecas, no se incluyen en esta asignatura. Se estudian en otras asignaturas, basándose en las nociones aquí expuestas. Los dispositivos de regulación automática, entonces, son analizados sólo como elementos que transforman los parámetros del régimen a magnitudes que influyen sobre otros elementos del sistema, variando su régimen.

1.2. Sistematización de las nociones fundamentales y definiciones

En esta asignatura se analizan los *regímenes transitorios de un sistema eléctrico de potencia**, sus pasos de un estado a otro. *Régimen* es el estado del sistema que se caracteriza por índices que cuantitativamente definen su funcionamiento. Estos índices se denominan *parámetros del régimen* Π_r . A los mismos pertenecen los valores de la potencia, tensión, corriente, frecuencia de los ángulos de desplazamiento de los vectores de las f.e.m., tensiones y corrientes, etc. Los parámetros del régimen están enlazados por correlaciones en las cuales se incluyen los parámetros del sistema.

Los *parámetros del sistema* son los índices Π_s que cuantitativamente determinan las propiedades físicas del sistema como una «edificación» material, las cuales dependen del esquema de unión de sus elementos y de los supuestos que se hacen. A los parámetros del sistema pertenecen los valores de las impedancias, resistencias, reactancias y admitancias de los elementos, las impedancias propias y mutuas, coeficientes de transformación, constantes de tiempo, coeficientes de amplificación, etc. Por ejemplo, la corriente en una resistencia es

$$\dot{i} = \dot{U}/R,$$

donde \dot{I} y \dot{U} son los parámetros del régimen; R , el parámetro del sistema.

La corriente en una rama de un sistema complejo está predeterminada por los parámetros del régimen (f.e.m. $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_n$) y por los parámetros del sistema (admitancias $\dot{Y}_{11}, \dot{Y}_{12}, \dots, \dot{Y}_{1n}$):

$$\dot{I}_1 = \dot{E}_1 \dot{Y}_{11} + \dot{E}_2 \dot{Y}_{12} + \dot{E}_n \dot{Y}_{1n}.$$

Una serie de parámetros del sistema en una u otra medida **depende del régimen**. Este sistema *no es lineal*. Sin embargo, en muchos problemas prácticos comúnmente los parámetros de este sistema se pueden suponer constantes, tomando el sistema como lineal. Los casos cuando la no linealidad condicionada por cambios de los parámetros del sistema debe tenerse en cuenta serán indicados especialmente.

Otro caso de no linealidad del sistema en estudio, que frecuentemente hay que tener en cuenta, está condicionado por el carácter de las interrelaciones entre los parámetros de su régimen. Por ejemplo, la potencia P que depende cuadráticamente

* 1. El sistema se define como una unidad que se compone de elementos que están relacionados y entrelazados y forman una unidad determinada. 2. Por sistemas eléctricos de potencia se entienden los de corriente alterna, que en ciertos casos tienen elementos (eslabones, partes) de corriente continua. 3. En lo sucesivo, para simplificar, el término «eléctrico de potencia» algunas veces se omite.

camente de la tensión U y en forma sinusoidal respecto al ángulo de divergencia δ entre los vectores de la tensión en los extremos de la transmisión, va a ser una función no lineal de estas magnitudes:

$$P = U^2/R; \quad P = (U_1 U_2 / X) \text{ sen } \delta,$$

donde R , X son los parámetros del sistema.

Los regímenes de un sistema eléctrico de potencia se dividen en dos grandes grupos: *regímenes permanentes* y *regímenes transitorios* llamados a veces *no permanentes* o *no estacionarios*.

Dentro de estos grupos los regímenes se clasifican en los siguientes tipos:

- *normales permanentes*, son regímenes duraderos conforme a los cuales durante el diseño del sistema eléctrico se calculan sus características técnico-económicas fundamentales;
- *normales transitorios*, son los regímenes durante los cuales el sistema pasa de un estado de operación a otro;
- *de avería*, regímenes permanentes o transitorios, para los cuales se determinan las características técnicas de los equipos destinados para liquidar la avería y se establecen las condiciones de funcionamiento ulterior del sistema;
- *permanentemente posteriores a la avería*, son los regímenes que en caso general se caracterizan por la variación del esquema normal del sistema, por ejemplo, la des-

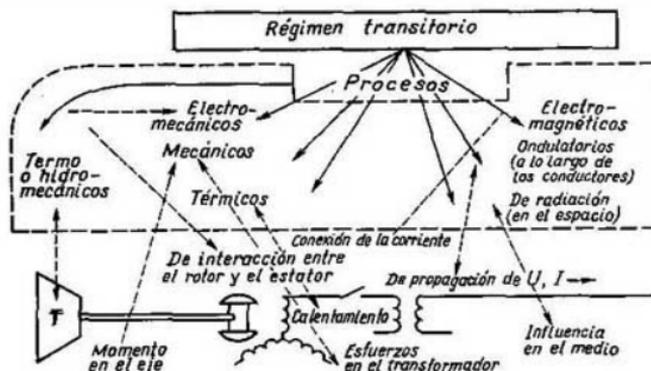


Fig. 1.4. Régimen transitorio del bloque «generador—transformador—línea» durante su conexión a operación y los procesos que componen dicho régimen

conexión de uno o una serie de elementos. En el régimen posterior a la avería el sistema puede operar con características técnico-económicas un tanto peores en comparación con las del régimen normal.

En los regímenes de un sistema eléctrico de potencia real, entre ellos en el permanente, los parámetros del régimen no son permanentes, varían constantemente —se desvían de cierto valor medio—, pero estas desviaciones son tan pequeñas que el régimen en la práctica se califica como permanente; en los regímenes transitorios estas desviaciones son sustanciales.

Para los regímenes de los tipos indicados se establecen gradaciones más pequeñas. Así, hablando acerca de un régimen de uno u otro tipo, comúnmente se refiere al estado del sistema en cierto intervalo de tiempo. A la vez, se indican el valor u otros índices de dicho intervalo (por ejemplo, «régimen después de desco-

nectado el cortocircuito», «... antes del funcionamiento de la protección de relé contra el aumento de la tensión», etc.).

Cualquier régimen transitorio aparece como resultado de la variación de los parámetros del sistema, provocada por cualquier causa. Estas causas, denominadas *acciones perturbadoras*, hacen que aparezcan desviaciones iniciales de los parámetros del régimen —*perturbaciones del régimen*.

Procesos. El régimen de un sistema se compone de un conjunto de diferentes procesos, esquemáticamente mostrados en la fig. 1.4. Por *proceso* se entiende un cambio sucesivo de cualesquiera de los fenómenos. En los sistemas eléctricos de potencia y sus elementos dichos procesos, que componen cualquier régimen, existen en gran cantidad (fig. 1.4). Los procesos electromecánicos aquí analizados son una serie de variaciones sucesivas de los fenómenos electromagnéticos en los circuitos eléctricos con variaciones de los fenómenos mecánicos en las máquinas giratorias.

La separación sólo de una parte de los procesos (en el caso dado los electromecánicos) no es casual. En la resolución de los problemas de ingeniería, del conjunto de procesos se separan sólo aquellos que directamente están relacionados con el problema estudiado. En esta asignatura, cuando se tratan procesos transitorios, se concentra la atención principalmente en los procesos transitorios electromecánicos normales y de avería, y por eso en el nombre de la asignatura se incluye el término «procesos», y no «régimenes».

1.3. Enfoque para describir los procesos transitorios

Durante los pasos del sistema de un régimen permanente (estado de equilibrio) a otro hay una variación en la cantidad de energía relacionada con el circuito eléctrico o electromecánico en el régimen inicial. Este fenómeno, que es único por su naturaleza, se toma en el análisis como compuesto por una serie de procesos, cada uno de los cuales refleja la variación de un determinado grupo de parámetros del régimen. El grupo de parámetros del régimen, que se considera por separado y que caracteriza dicho proceso, se denomina *parámetros del proceso*. En un enfoque más riguroso los procesos transitorios debieran ser analizados al mismo tiempo en el espacio y en el tiempo (por ejemplo, aparición de la corriente bajo cortocircuito y la propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio a lo largo de la línea, cables, devanados de las máquinas y transformadores). Sin embargo, la resolución del problema se puede simplificar, teniendo en cuenta sólo los factores más importantes para el problema concreto. Esta simplificación se admite en esta asignatura, donde el análisis de los procesos transitorios se realiza sólo en el tiempo, mas no en el espacio. Los procesos transitorios, al igual que los regímenes, se clasifican según ciertos índices:

—de acuerdo a las condiciones en que transcurren; así, en los regímenes transitorios normales se puede juzgar sobre los procesos transitorios normales, en los regímenes de avería, acerca de procesos transitorios de avería. Esta división es un tanto convencional, ya que la naturaleza física del fenómeno no depende de si éste es normal o de avería;

—de acuerdo a las causas de aparición, por el tipo de acción perturbadora y por las magnitudes de la perturbación. Por perturbación se entiende la desviación de los parámetros del régimen, la cual tiene lugar al comienzo del proceso transitorio y está relacionada con la aparición de nuevos factores, o sea, que no se habían reflejado antes y que varían (perturban) el régimen. Estos factores, que son la causa de la perturbación y se denominan acciones perturbadoras, pueden ser grandes, pequeños, sinusoidales, tipo impulso etc. Junto con esto se pueden analizar las causas físicas reales del proceso transitorio o, independientemente de las causas

físicas, incluir en el cálculo ciertas desviaciones de prueba (grandes o pequeñas) de los parámetros del régimen, que por un tiempo varían el régimen inicial;

—de acuerdo a los supuestos que se hacen al escribir las ecuaciones diferenciales, o sea, conforme a lo completo de la descripción matemática;

—de acuerdo a la velocidad con que transcurren los procesos en el sistema, aquí se debe tener en cuenta que un proceso transitorio que comenzó en el momento de la perturbación del régimen en un sistema lineal se prolonga por tiempo indefinido. En la práctica se considera que el proceso terminó si el parámetro que caracteriza su variación difiere del valor teórico permanente en un valor finito que depende de las condiciones concretas;

—de acuerdo a la estructura del sistema estudiado, que puede ser sencillo, con transmisiones radiales, o complejo, compuesto de una serie de circuitos paralelos;

—de acuerdo a los supuestos que se hacen para la descripción matemática; dicha gradación de los procesos transitorios es en especial variada, por eso comúnmente hay que limitarse sólo a algunos, los más importantes índices.

En los estudios de los procesos transitorios con frecuencia se realiza la linealización, o sea, la simplificación del sistema real no lineal, en la que las no linealidades existentes no se tienen en cuenta en los estudios de los procesos transitorios. Los parámetros no lineales del régimen se toman como constantes o se representan por medio de dependencias lineales.

Procesos cuasitransitorios. La partícula *cuasi* indica que en el estudio de los procesos transitorios una parte de sus parámetros durante todo el proceso o en el intervalo Δt , contrariamente a la realidad, se toma constante (E'_g en la fig. 1.5) o varía de acuerdo a una ley dada de antemano, por ejemplo, exponencial (E_g en la fig. 1.5); a veces parte de los parámetros del proceso

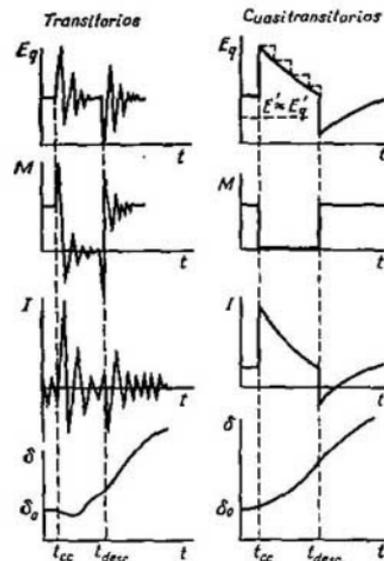


Fig. 1.5. Presentación de un proceso transitorio real mediante un cuasitransitorio en el ejemplo de un cortocircuito trifásico y de su posterior desconexión:

I , corriente en el estator del generador; δ , ángulo del giro de generador; M , momento de la turbina; E_g , f.e.m. del generador, la cual es función de la corriente de excitación; E' , f.e.m. detrás de la reactancia transitoria

pueden no tenerse en cuenta en absoluto. La variación continua de un parámetro del proceso se puede reemplazar a veces por una escalonada, discreta (véase la línea interrumpida). Se sobreentiende, que dichos supuestos son correctos, si tienen justificación en el problema dado.

Descripción completa y simplificada. Si la descripción matemática de los procesos estudiados tiene en cuenta todas las *componentes fundamentales* del proceso en el planteamiento dado del problema, entonces las ecuaciones correspondientes se llaman *completas*. Si una parte de las componentes del proceso (que tienen influencia pero en el problema dado son menos importantes) y, por consiguiente, parte de sus parámetros no se toman en consideración (o se hacen en forma incompleta y con ciertas alteraciones de antemano conocidas, las cuales son permitidas en el estudio dado), entonces las ecuaciones se llaman *simplificadas*.

Analicemos más detalladamente los procesos transitorios normales. La explotación corriente del sistema va acompañada de dichos procesos. Ellos están relacionados, en lo fundamental, con las variaciones de la carga y también con la reacción correspondiente de sus dispositivos de regulación. Estos procesos se manifiestan durante las operaciones corrientes de conmutación: conexión y desconexión de generadores, transformadores y ciertas líneas de transmisión; cambios normales de explotación en el esquema de conmutación del sistema; conexión y desconexión de ciertos generadores y cargas o la variación de su potencia.

Durante el funcionamiento normal del sistema siempre se tienen algunas acciones perturbadoras pequeñas, que provocan pequeñas perturbaciones del régimen, por ejemplo, la variación de la carga. Por consiguiente, tiene lugar una acción continua y correspondiente de los dispositivos de regulación. Esto significa que un régimen del sistema rigurosamente invariable no existe y el régimen permanente es en sí una serie de procesos transitorios, provocados por las perturbaciones pequeñas. Junto con esto se supone que las desviaciones de los parámetros del régimen, relacionadas con las perturbaciones, tienen lugar alrededor de un estado de equilibrio convencionalmente tomado como inicial. Las desviaciones deben ser más o menos constantes (en dependencia de las exigencias concretas). Se sobreentiende que estas pequeñas perturbaciones no deben provocar la pérdida de la estabilidad del régimen, no permitiendo un cambio creciente de los parámetros del régimen (incluyendo la amplitud de las oscilaciones). *El sistema debe ser estable, siendo pequeñas las perturbaciones, dicho de otra forma, debe poseer estabilidad estática (en régimen permanente).*

Estabilidad estática es la capacidad del sistema de restablecer el régimen inicial u otro muy cercano al inicial después de una perturbación pequeña (si la acción perturbadora no desaparece).

Los procesos transitorios normales también en caso de perturbaciones grandes en forma de cambios bruscos y sustanciales del régimen del sistema. Su causa puede ser el cambio en el esquema de conexión del sistema, por ejemplo, durante la desconexión de unidades o líneas de transmisión con cargas considerables; durante la conexión o desconexión normal de líneas con grandes cargas de energía; durante la conexión de generadores por el método de autosincronización, etc. Aparecen desviaciones tan considerables de los parámetros del régimen con relación a su estado inicial, que se hace obligatorio tener en cuenta, en la mayoría de los casos, las dependencias no lineales más importantes [por ejemplo, $P = f(\delta)$].

Los procesos transitorios de avería, que son causados por cortocircuitos y la desconexión inmediata de las partes averiadas, y en algunos casos su reconexión, requieren considerar obligatoriamente el carácter no lineal en el análisis. En lo referente a las perturbaciones grandes, se incluye la noción de estabilidad dinámica del sistema.

Estabilidad dinámica es la capacidad del sistema de restablecer el estado inicial o un estado prácticamente cercano al inicial (permitido por las condiciones de funcionamiento del sistema), después de una perturbación grande. Si después de una perturbación grande el funcionamiento sincronizado del sistema se pierde, y luego de una marcha asincrónica, permitida por las condiciones de operación, se restablece, entonces se dice que el sistema posee *estabilidad resultante*.

Este tipo de estabilidad algunas veces se considera como una variedad de la estabilidad dinámica, diferenciando la estabilidad dinámica sincrónica y la estabilidad dinámica resultante.

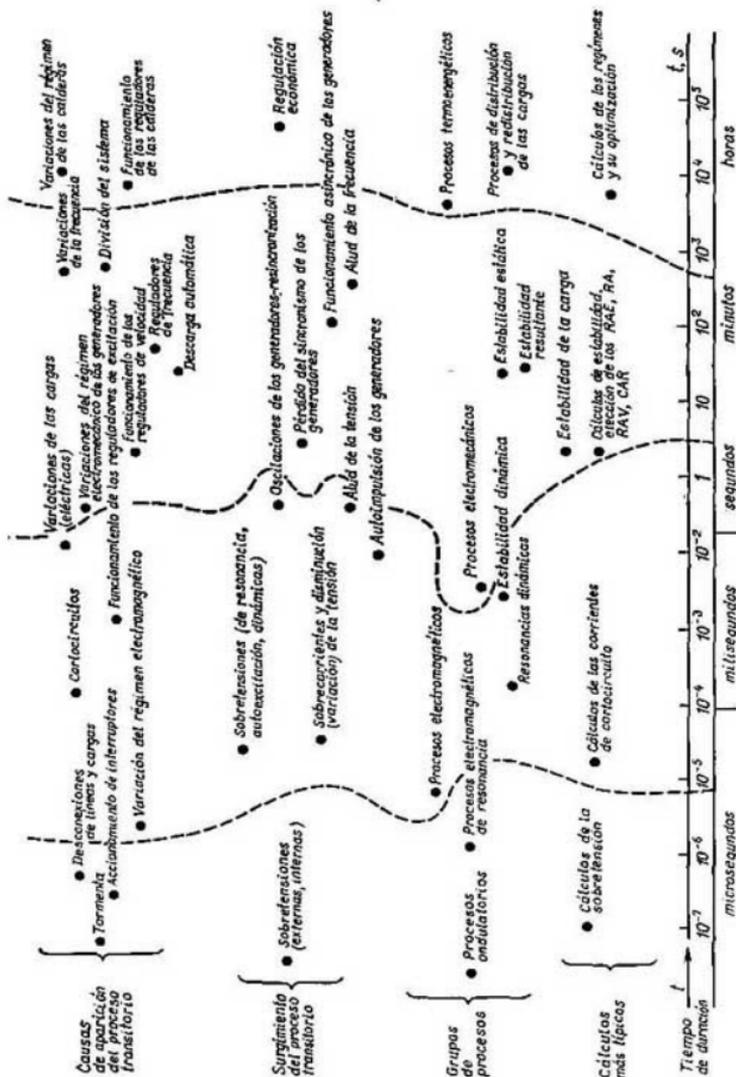


Fig. 1.6. Procesos transitorios en un sistema electroenergético y sus grupos

Con frecuencia, en la literatura extranjera (en especial la de EE.UU.) clasifican la *estabilidad transitoria* (*Transient Stability*), que se determina en el análisis del proceso en un lapso de unos cuantos segundos y *dinámica* (*Dynamic Stability*), que está relacionada con los procesos cuyos estudios se llevan a cabo durante unos cuantos minutos. En este caso deben tenerse en cuenta las características dinámicas de los elementos del sistema tales como calderas de vapor, reactores atómicos, tuberías de carga de las hidroeléctricas y las características dinámicas de las protecciones de relé y de los dispositivos de regulación del sistema, por ejemplo, la regulación de la frecuencia y la potencia.

En la literatura soviética comúnmente se emplea un solo término «estabilidad dinámica», y para su análisis en un intervalo de tiempo grande agregan: «durante procesos transitorios largos».

Las nociones arriba expuestas de perturbaciones «pequeñas» y «grandes» son convencionales. *Perturbación pequeña* en dicho concepto es una perturbación cuya influencia en el carácter del comportamiento del sistema es prácticamente independiente del sitio donde aparece la acción perturbadora y de su magnitud. En relación con esto, el sistema en un diapasón de regímenes cercanos al inicial puede analizarse como lineal. *Perturbación grande* es aquella cuya influencia en el carácter del comportamiento del sistema sustancialmente depende del tiempo de duración, magnitud y sitio de aparición de la acción perturbadora, y en relación con esto el sistema en todo el diapasón de estudio debe ser analizado como no lineal.

Todos los procesos que transcurren o pueden transcurrir en un sistema eléctrico de potencia pueden dividirse según el tiempo de duración (desde microsegundos hasta decenas de horas), las causas de su aparición y los métodos de estudio en cuatro grandes grupos. Por cuanto el límite entre dichos grupos es un tanto convencional, los podemos representar gráficamente como se muestra en la fig. 1.6. Esta asignatura, en lo fundamental, estudia los procesos del tercer grupo, aunque en una serie de casos también se analizan los problemas relacionados con la influencia de los procesos en los grupos contiguos.

1.4. Lugar de la asignatura en la enseñanza. Objeto de estudio

El estudio de los procesos transitorios se basa en los conocimientos adquiridos en los cursos de enseñanza general anteriores (matemáticas, mecánica teórica, fundamentos de electrotecnia) y en una serie de cursos especiales dedicados al estudio de regímenes de elementos separados del sistema (procesos transitorios electromagnéticos, máquinas, aparatos y redes eléctricas).

Para el presente curso resulta esencial el hecho de que los procesos que tienen lugar en los elementos interactuantes de los sistemas eléctricos de potencia se estudian como un todo único. En el planteamiento de los problemas científicos y de los problemas prácticos se realiza un *enfoque de sistema (global)*, o sea, se tiene en cuenta el conjunto de relaciones entre los elementos del sistema, que en grupo conforman los subsistemas, y los diferentes procesos que tienen lugar en ellos. Los enlaces directos y de retroalimentación entre los subsistemas y el sistema en total, de acuerdo a la metodología de estudio admitida, se reflejan como un todo único. Por consiguiente, se puede decir que el objetivo de esta asignatura es establecer las particularidades y propiedades cualitativamente nuevas, que se manifiestan durante un cambio cuantitativo (unión de una gran cantidad de elementos diferentes en un sistema eléctrico de potencia unificado), y enseñar a entender los fenómenos que tienen lugar.

Sin embargo, para el ingeniero la comprensión sola es insuficiente; él debe prever el transcurso de los procesos y controlarlos. Para eso es necesario saber calcular los procesos, pronosticando, de acuerdo con las variaciones de los parámetros del sistema, los cambios cuantitativos de su régimen; establecer cuándo y qué

influencias deben experimentar los elementos del sistema por parte de los dispositivos de regulación, para que de esta forma el proceso transitorio tenga el carácter deseado.

Para saber y poder actuar hay que disponer de ciertos conocimientos.

Es necesario conocer las expresiones matemáticas iniciales que describen el fenómeno; las principales fórmulas de cálculo; la terminología; los conceptos más importantes.

Es necesario conocer los parámetros de los sistemas eléctricos de potencia y de sus elementos, los valores de las magnitudes físicas que toman parte en los procesos. Aunque el principal objetivo del curso es enseñar el entendimiento de la física de los fenómenos, del estudiante se exige la memorización de una pequeña cantidad de material práctico, en forma de características numéricas y fórmulas.

La asignatura estudiada precede por tiempo y por contenido el estudio de los sistemas eléctricos de potencia, transmisiones a larga distancia, automatización y protección de los sistemas eléctricos de potencia y el control de despacho. Es básica para el estudio posterior de los métodos y formas empleados en la práctica para los cálculos de los procesos transitorios. *Estos cálculos en lo sucesivo se formalizan por completo*, ante todo por medio de la representación matricial de todas las operaciones de cálculo. Este hecho y el paso a modelos matemáticos, los cuales contienen programas para los cálculos conllevan a que la física de los procesos calculados inevitablemente se oculta. Mientras tanto el papel de las representaciones físico-técnicas es esencialmente grande en las condiciones modernas, cuando el control de los procesos transitorios por medio de la automática, cibernética y la técnica computacional es el problema principal del especialista que diseña y explota los sistemas electroenergéticos. Por eso, en el estudio de esta asignatura es necesario dedicar especial atención a la parte física del problema, teniendo en cuenta que el empleo de la técnica computacional será asimilado más tarde.

Por consiguiente, el objeto de estudio son los procesos transitorios entrelazados electromagnéticos y mecánicos (*electromecánicos*) en los sistemas eléctricos de potencia y los regímenes permanentes que anteceden y dan término a los procesos transitorios.

Preguntas de control

- 1.1. ¿Qué es un sistema eléctrico de potencia y qué elementos lo constituyen?
- 1.2. Regímenes y procesos; sus definiciones. Clasificación de los regímenes y procesos en los sistemas eléctricos de potencia.
- 1.3. ¿Qué se entiende por estabilidad estática, dinámica y resultante en un sistema?
- 1.4. Objeto de estudio y finalidades del curso «Procesos transitorios».
- 1.5. La no linealidad y sus variedades en un sistema eléctrico de potencia. Definiciones.
- 1.6. ¿Qué es lo que se llama parámetros del régimen, proceso y parámetros de los sistemas?
- 1.7. ¿De acuerdo a qué índices se clasifican los procesos transitorios?
- 1.8. ¿Qué se entiende por procesos cuasitransitorios?
- 1.9. ¿Cuáles son las causas y consecuencias de las averías del sistema?
- 1.10. ¿En qué consiste el enfoque de sistema (global) para el estudio de los procesos transitorios?

Temas para las ponencias

1. Averías del sistema, particularidades y medios para evitar consecuencias graves.
2. División por grupos de los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia y sus particularidades estudiados en esta asignatura.

Fundamentos para cálculos de regímenes permanentes iniciales y cuasitransitorios

2.1. Planteamiento del problema

Los problemas relacionados con el estudio de los regímenes transitorios electromecánicos y los componentes de sus procesos, se reducen en lo fundamental a determinación de las variaciones de las corrientes, las potencias y los desplazamientos de los rotores en el tiempo. Ellos exigen primero que todo la obtención de las características de los regímenes normales. Sin el conocimiento del régimen

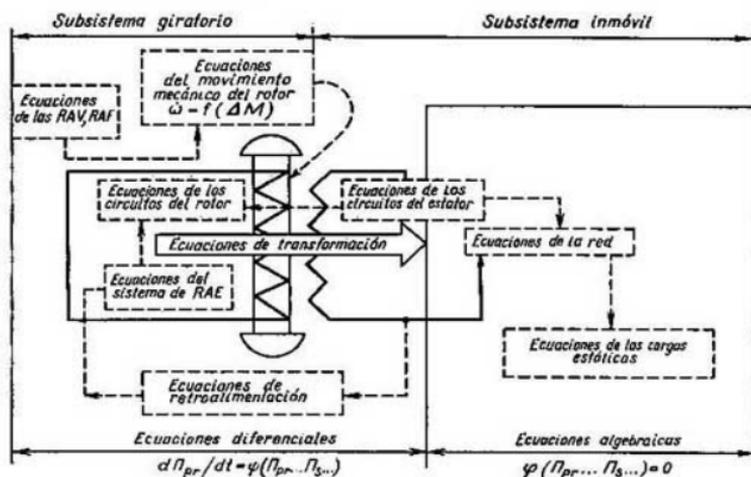


Fig. 2.1. Estructura de un sistema electroenergético y su descripción matemática

normal inicial con el que comienzan los procesos transitorios y el régimen permanente posterior a la avería en el que terminan dichos procesos, no se puede tener una idea completa acerca del funcionamiento del sistema en estudio y de sus regímenes transitorios.

Un régimen (fig. 2.1) se caracteriza por los parámetros del sistema Π_s ($\Pi_s = x_d, x_d', r$, etc.) y de los procesos Π_{pr} ($\Pi_{pr} = U, i, P, Q$, etc.). Los parámetros del sistema como conjunto de elementos que poseen ciertas propiedades físicas, pueden considerarse:

— como invariables ($\Pi_s = \text{const}$) en las condiciones del proceso en estudio. En este caso se les llama lineales;

— como no lineales, si dependen de los parámetros de los procesos $\Pi_s = f(\Pi_{pr1}, \dots, \Pi_{prn})$;

—pueden tener un carácter probabilístico-determinante, o sea, pueden no ser constantes y variar en dependencia del tiempo o de cualquier otro parámetro del proceso de acuerdo a cierta ley (conocida);

—pueden tener algunas variaciones aleatorias que no corresponden a ninguna ley probabilística. En este caso se dice de un sistema de parámetros dados con dispersión, a veces llamados *difuminados* o *indeterminados*.

En lo sucesivo, donde no se haga mención especial, los parámetros del sistema en el transcurso del proceso en estudio siempre se van a tomar como constantes, o sea, el sistema en este sentido será lineal. Todos los regímenes permanentes y transitorios se describen por sistemas de ecuaciones *algebraicas y diferenciales*. Los sistemas de ecuaciones algebraicas de la forma

$$\varphi(\Pi_{p1}, \dots, \Pi_s, \dots) = 0 \quad (2.1)$$

relacionan entre sí los parámetros del sistema y los parámetros de su régimen permanente (cuasipermanente).

Para el estudio de los procesos transitorios se pueden escribir sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma

$$d\Pi_{pr}/dt = \psi(\Pi_{p1}, \dots, \Pi_s). \quad (2.2)$$

Con ciertos supuestos no se toma en cuenta parte de los procesos transitorios electromagnéticos en una sección del esquema (fig. 2.1) y la red que contiene elementos R, L, C , se caracteriza sólo por ecuaciones algebraicas de la forma (2.1). Para la parte del esquema que refleja los circuitos giratorios (generadores, motores) de la red, son correctas las ecuaciones diferenciales de la forma (2.2).

Las ecuaciones (2.2), escritas para las máquinas eléctricas giratorias, y las ecuaciones de la red (2.1) se pueden unir en un sistema común que permite resolver el problema arriba mencionado —obtener los parámetros de los procesos $\Pi_{pr} = f(t)$. Para esto es necesario volver a escribir las ecuaciones de las máquinas giratorias, enlazándolas con los circuitos inmóviles de la red, realizando la «reducción de los parámetros» o «transformación de coordenadas». El procedimiento de dicho recálculo se hace con ayuda de relaciones matemáticas, comúnmente llamadas ecuaciones de relación o matrices de transformación (fig. 2.1).

2.2. Construcción de circuitos equivalentes. Empleo de las admitancias mutuas y propias

Después de las transformaciones indicadas y la «reducción» el sistema en estudio se puede representar de otra forma (fig. 2.2) para el análisis del régimen permanente y cuasipermanente. Ahora el sistema se puede considerar como una red multipolo (n -polo) con un circuito eléctrico pasivo lineal en el que en los puntos $j = 1, 2, \dots, n$, detrás de las impedancias Z_j , se han aplicado fuerzas electromotrices E_j (f.e.m.) las cuales representan las máquinas eléctricas $1, 2, \dots, n$.

En vez de cualquier generador en el circuito se puede introducir una carga. Entonces, su f.e.m. se hace igual a cero y la impedancia va a ser constante ($Z_C = \text{const}$) o bien va a ser función del régimen del sistema [$Z_C = \varphi(U_j; f)$]. En este caso el circuito se convierte en **no lineal**. Las corrientes y, por consiguiente, las potencias en cualquier rama del circuito, se pueden determinar por medio de la matriz de admitancias Y del multipolo (fig. 2.2). La corriente de parte del generador se va a calcular por la fórmula $\dot{I} = Y \cdot \dot{E}$. Si las f.e.m. \dot{E} en el circuito dado son conocidas, entonces para determinar las corrientes y las potencias es necesario hallar las admitancias Y . La matriz Y tiene elementos diagonales Y_{nn} y no diagonales Y_{jk} .

Es sabido*) que $Y_{nn} = y_{nn} \angle \psi_{nn} = g_{nn} + jb_{nn}$ es la admitancia propia, o sea, una magnitud compleja (en caso general), que determina el módulo y la fase de la corriente en cualquier rama n del circuito, causada por acción de la f.e.m. aplicada en esta rama cuando no existen f.e.m. en todas las demás ramas. La magnitud $Y_{nk} = y_{nk} \angle \psi_{nk}$ es la admitancia mutua entre los nodos n y k . Ésta es una magnitud compleja que determina el módulo y la fase de la corriente en cualquier rama n ,

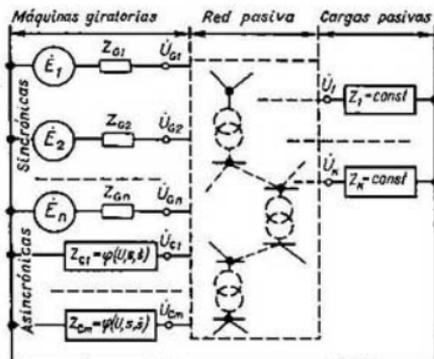


Fig. 2.2. Esquema inicial de cálculo de un sistema electroenergético

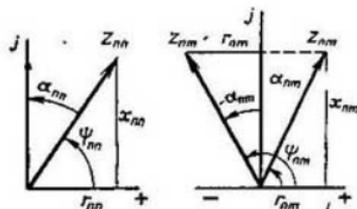


Fig. 2.3. Estructura de las impedancias propias z_{nn} y mutuas z_{nm}

causada por acción de la f.e.m. aplicada en otra rama k , cuando no existen f.e.m. en todas las demás ramas. Cualquiera de estas admitancias se puede representar como

$$Y = g \mp jb = ye^{\mp j\psi} = ye^{\mp j(90-\alpha)} = \mp jye^{\pm j\alpha},$$

donde

$$\begin{aligned} \psi &= \arctg(b/g); \alpha = 90 - \psi; Y = \mp jye^{\pm j\alpha} = \\ &= y(\sen \alpha \mp j \cos \alpha) = y(r/z \mp jx/z); \end{aligned}$$

aquí el signo superior corresponde a la conductibilidad inductiva, y el inferior, a la capacitiva (fig. 2.3).

Cuando se determina la admitancia mutua, con frecuencia se obtienen valores negativos de su componente real, o sea $-g$, y, por consiguiente, para el ángulo $\alpha = \arctg(b/g)$. Esto puede crear confusión, ya que cualquier elemento real puede tener una componente negativa de la admitancia sólo en un circuito activo (cuando existe en dicho elemento una fuente de energía). Sin embargo, la admitancia mutua no caracteriza ningún elemento real, sino es en sí un coeficiente complejo de proporcionalidad entre la corriente en una rama del circuito y la tensión en otra rama. Por eso ella puede tener la componente real negativa también en los circuitos pasivos. Las admitancias propias Y_{nn} y Y_{kk} , que se determinan por la relación entre la corriente y la tensión en un punto dado del circuito, no pueden tener las componentes activas negativas si las ramas no contienen resistencias ne-

*) Véanse: Электрические системы: Математические задачи электроэнергетики/Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1981. Электрические системы: Электрические сети/Под ред. В. А. Веникова. — М.: Высшая школа, 1971. (Sistemas eléctricos de potencia: Problemas matemáticos de la electroenergética/Bajo la red. de V. Véntkov; Sistemas eléctricos de potencia: Redes eléctricas/Bajo la red. de V. Véntkov).

gativas, o sea, algunas fuentes de potencia, la presencia de las cuales en el caso dado se excluye del estudio. De esta manera, los ángulos α_{nn} y α_{nk} de las admitancias propias y sus componentes reales son siempre positivas; el ángulo α_{nm} puede ser tanto negativo como positivo.

Las magnitudes inversas a las admitancias propias se denominan *impedancias propias* y las inversas a las admitancias mutuas, *impedancias mutuas*.

Para hallar las potencias activas y reactivas, las corrientes y las tensiones en cualquier elemento del sistema en un régimen permanente o variación muy lenta de éste, se emplea el conocido método de superposición. Para eso es necesario representar las máquinas sincrónicas por unas impedancias constantes con unas f.e.m. aplicadas detrás de ellas, y los motores asincrónicos de carga, por elementos pasivos. Para esto el sistema en estudio deberá ser lineal o por medio de alguna transformación se deben separar las partes lineales. Después de las transformaciones el esquema del sistema se puede presentar como base para los cálculos de los regímenes permanentes o cuasipermanentes. Él se convierte en el *circuito equivalente* que une los generadores (fuentes de tensión en forma de f.e.m. \dot{E} e impedancias Z_G), las cargas y los elementos de la red (véase fig. 2.2).

La red eléctrica se representa en el circuito equivalente por un circuito lineal pasivo, cuyo régimen puede ser descrito por las ecuaciones nodales que relacionan las tensiones en los puntos nodales de dicha red con las corrientes de los generadores y las cargas. Para una red que tiene n nodos, estas ecuaciones, escritas en forma matricial, tienen la forma

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} & \dots & -Y_{1n} \\ -Y_{21} & Y_{22} & \dots & -Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -Y_{n1} & -Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

donde el sentido de la corriente hacia la red se toma como positivo.

Los elementos de la matriz de admitancias nodales de la red Y , se determinan fácilmente a base del circuito equivalente de la red*):

el elemento diagonal Y_{ii} ($i = 1, \dots, n$), que se denomina *admitancia propia* del nodo i , es igual a la suma de las admitancias de las ramas de la red que están enlazadas con el nodo i ;

el elemento no diagonal Y_{ij} ($i, j = 1, \dots, n; i \neq j$), denominado *admitancia mutua* de los nodos i y j , es igual a la admitancia de la rama que une estos nodos**).

Veamos un circuito equivalente lineal de un sistema eléctrico de potencia cuando las cargas se representan por impedancias constantes $Z_k = \text{const}$. Suponiendo que a los primeros m nodos de la red ($i = 1, \dots, m < n$) les están unidos los generadores, y a los restantes nodos ($j = m + 1, \dots, n$), las cargas, escribimos las ecuaciones de las cargas teniendo en cuenta el sentido positivo de las corrientes de acuerdo a (2.3):

$$\dot{I}_j = -(1/Z_C) \dot{U}_j = -Y_{Cj} \dot{U}_j, \quad j = m + 1, \dots, n. \quad (2.4)$$

*) Véase: Электрические системы: Математические задачи электроэнергетики/Под ред. В. А. Великова. — М.: Высшая школа, 1981. (Sistemas eléctricos de potencia: Problemas matemáticos de la electroenergética. Bajo la red. de V. Vénikov).

**) En los problemas del cálculo de los regímenes permanentes de los sistemas eléctricos de potencia se utiliza también la forma de escritura de la matriz Y , cuando los elementos no diagonales en (2.3) tienen el signo más; en este caso ellos se determinan como las impedancias de las ramas del circuito equivalente tomadas con signo contrario.

Uniendo (2.3) y (2.4) obtenemos

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & -Y_{1(m)} & \vdots & -Y_{1(m+1)} & \dots & -Y_{1n} \\ -Y_{m1} & \dots & Y_{mm} & \vdots & -Y_{m(m+1)} & \dots & -Y_{mn} \\ -Y_{(m+1)1} & \dots & -Y_{(m+1)m} & \vdots & Y_{(m+1)(m+1)} & \dots & -Y_{(m+1)n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{n1} & \dots & -Y_{nm} & \vdots & -Y_{n(m+1)} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_m \\ \dot{U}_{m+1} \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_m \\ -Y_{C(m+1)}\dot{U}_{(m+1)} \\ \vdots \\ Y_{Cn}\dot{U}_n \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

o bien

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & -Y_{1m} & -Y_{1(m+1)} & \dots & -Y_{1n} \\ -Y_{m1} & \dots & Y_{mm} & -Y_{m(m+1)} & \dots & -Y_{mn} \\ -Y_{(m+1)1} & \dots & -Y_{(m+1)m} & [Y_{(m+1)(m+1)} + Y_{C(m+1)}] & \dots & -Y_{(m+1)n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -Y_{n1} & \dots & -Y_{nm} & -Y_{n(m+1)} & \dots & [Y_{nn} + Y_{Cn}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \vdots \\ \dot{U}_m \\ \dot{U}_{(m+1)} \\ \vdots \\ \dot{U}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

La reducción de la ecuación (2.3) a la forma (2.6) corresponde a la introducción de las impedancias constantes de carga en el circuito equivalente de la red. Esto conllevó a la variación de las admitancias propias de los nodos de carga Y_{jj} ($j = m+1, \dots, n$) y a la eliminación de las corrientes de carga como variables externas de la red. De acuerdo con la división de (2.6) en bloques, estas ecuaciones se pueden escribir en la forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GC} \\ Y_{GC} & Y_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{U}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_G \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

El grado del sistema de ecuaciones (2.7) es igual a n , pero se puede disminuirlo hasta $m < n$, eliminando del conjunto de variables las tensiones de las cargas.

El método de disminución del orden se utiliza para el caso, cuando en el problema de cálculo del régimen no entra la determinación de \dot{U}_C . Desarrollamos (2.7):

$$Y_{GG}\dot{U}_G + Y_{GC}\dot{U}_C = \dot{I}_G; \quad (2.7a)$$

$$Y_{CG}\dot{U}_G + Y_{CC}\dot{U}_C = 0. \quad (2.7b)$$

De (2.7b) obtenemos

$$\dot{U}_C = -Y_{CC}^{-1}Y_{CG}\dot{U}_G.$$

Reemplazando la última expresión en (2.7a) obtenemos

$$(\mathbf{Y}_{GG} - \mathbf{Y}_{GC}\mathbf{Y}_{CC}^{-1}\mathbf{Y}_{CG}) \dot{\mathbf{U}}_G = \dot{\mathbf{I}}_G,$$

o bien

$$\mathbf{Y}_r \dot{\mathbf{U}}_G = \dot{\mathbf{I}}_G, \quad (2.8)$$

donde

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{Y}_{GG} - \mathbf{Y}_{GC}\mathbf{Y}_{CC}^{-1}\mathbf{Y}_{CG}.$$

Los elementos de la matriz de admitancias en (2.8) a diferencia de (2.3), para ser determinados exigen cálculos complejos, y sólo los elementos diagonales de esta matriz tienen una interpretación física clara. En efecto, veamos una ecuación i -ésima cualquiera del sistema (2.8):

$$-Y_{ri1}\dot{U}_{G1} - \dots - Y_{ri(i-1)}\dot{U}_{G(i-1)} + Y_{rii}\dot{U}_{Gi} - Y_{ri(i+1)}\dot{U}_{G(i+1)} - \dots - Y_{rim}\dot{U}_{Gm} = \dot{I}_{Gi}. \quad (2.9)$$

La admitancia propia del nodo Y_{rii} se puede determinar como la relación entre la corriente y la tensión del nodo i cuando son iguales a cero las tensiones de todos los demás nodos (o sea cuando se unen estos nodos en corto), en otras palabras, Y_{rii} es la admitancia de entrada del circuito con relación al nodo i . Debido a que en el circuito pasivo en estudio las resistencias de las ramas son positivas, la componente activa de Y_{rii} será positiva, y el signo de la componente reactiva va a ser determinado por la relación entre las inductancias y las capacitancias de las ramas del circuito.

La impedancia mutua de los nodos Y_{rij} ($j \neq i$) se puede determinar como la relación, tomada con signo contrario, entre la corriente en el nodo i y la tensión en el nodo j cuando son iguales a cero las tensiones en todos los demás nodos, o sea, es el coeficiente de proporcionalidad entre la corriente en un nodo del circuito y la tensión en otro, y a diferencia de la admitancia propia, no tiene analogía física. En relación con esto, el signo de la componente activa de la admitancia mutua puede resultar negativo para un circuito pasivo que tiene las resistencias de las ramas positivas.

Si el circuito equivalente de un circuito eléctrico es lineal y las cargas se representan por impedancias constantes, el circuito equivalente de todo el sistema eléctrico de potencia (teniendo en cuenta las f.e.m. y las impedancias de los generadores) también será lineal. Las ecuaciones de las tensiones nodales para un sistema eléctrico de potencia se pueden obtener complementando (2.8) con las ecuaciones

$$\dot{E}_{Gi} - \dot{U}_{Gi} = \mathbf{Z}_{Gi}\dot{I}_{Gi}; \quad i = 1, \dots, m,$$

o en forma matricial

$$\dot{\mathbf{E}}_G - \dot{\mathbf{U}}_G = \mathbf{Z}_G \dot{\mathbf{I}}_G, \quad (2.10)$$

donde $\dot{\mathbf{E}}_G$, $\dot{\mathbf{U}}_G$, $\dot{\mathbf{I}}_G$ son los vectores de las f.e.m., tensiones y corrientes de los generadores; \mathbf{Z}_G es la matriz diagonal de impedancias de los generadores.

Designando $\mathbf{Z}_G^{-1} = \mathbf{Y}_G$, escribimos (2.10) en la forma

$$\mathbf{Y}_G \dot{\mathbf{E}}_G - \mathbf{Y}_G \dot{\mathbf{U}}_G = \dot{\mathbf{I}}_G. \quad (2.11)$$

Reemplazando \mathbf{I}_G de (2.11) en (2.8) obtenemos

$$-\mathbf{Y}_G \dot{\mathbf{E}}_G + (\mathbf{Y}_r + \mathbf{Y}_G) \dot{\mathbf{U}}_G = 0. \quad (2.12)$$

Uniendo (2.11) y (2.12) en una ecuación matricial, escribimos el sistema de tensiones nodales del sistema eléctrico de potencia en la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_G & -\mathbf{Y}_G \\ -\mathbf{Y}_G & \mathbf{Y}_r + \mathbf{Y}_G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{E}}_G \\ \dot{\mathbf{U}}_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_G \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

El orden del sistema de ecuaciones (2.13) es el doble del número de generadores, o sea $2m$.

Si en el problema del cálculo del régimen no entra calcular $\dot{\mathbf{U}}_G$, entonces, el orden de (2.13) se puede disminuir hasta m en forma similar a como se hizo para obtener (2.8). Excluyendo \mathbf{U}_G de (2.13) obtenemos un sistema de ecuaciones de orden m :

$$\mathbf{Y}_{eqv} \dot{\mathbf{E}}_G = \dot{\mathbf{I}}_G, \quad (2.14)$$

donde

$$\mathbf{Y}_{eqv} = \mathbf{Y}_G - \mathbf{Y}_G (\mathbf{Y}_r + \mathbf{Y}_G)^{-1} \mathbf{Y}_G.$$

De esta manera, la representación de los generadores y las cargas en un circuito equivalente de un sistema eléctrico de potencia por elementos de un circuito eléctrico que tiene impedancias constantes permite disminuir el orden de las ecuaciones nodales por medio de la exclusión de los nodos pasivos.

Las admitancias propias y mutuas, o sea, los elementos de la matriz de admitancias nodales de un circuito eléctrico lineal, se determinan a través de las admitancias de las ramas del circuito, si las ecuaciones nodales se escriben para todos los nodos [determinación de los elementos de la matriz Y_G en (2.3)]. En los cálculos de estas admitancias aparecen dificultades sustanciales, si del sistema completo de ecuaciones nodales es necesario excluir las ecuaciones de los nodos pasivos, o sea, los nodos a los cuales no se les aplican fuentes de corriente o de f.e.m.

2.3. Cálculo de las admitancias e impedancias propias y mutuas

Para un circuito lineal el cálculo de las admitancias e impedancias*) propias y mutuas se puede llevar a cabo de cuatro maneras.

1. Método de superposición. El sistema en este caso puede representarse por el circuito mostrado en la fig. 2.4, a. Reemplazamos el análisis de este circuito por el

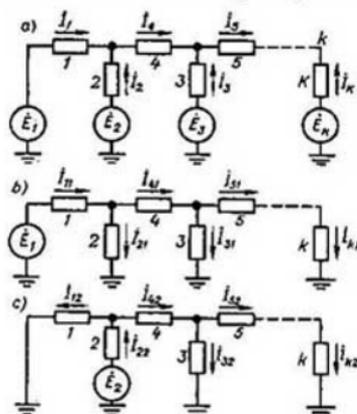


Fig. 2.4. Circuito para determinar las impedancias propias y mutuas por el método de superposición:

a, régimen inicial del circuito; b, subcircuito en caso de la influencia de la f.e.m. E_1 ; c, subcircuito en caso de la influencia de la f.e.m. E_2 .

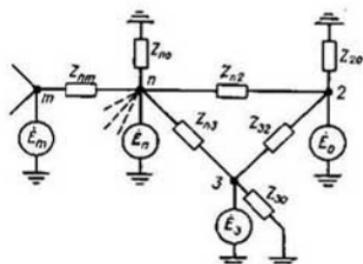


Fig. 2.5. Circuito para determinar las impedancias o admitancias propias y mutuas por el método de transformación

análisis sucesivo de los subcircuitos presentados en la fig. 2.4, b, c. El número de subcircuitos debe ser igual a la cantidad de ramas con f.e.m. en el circuito (fig. 2.4, a). La corriente en cualquier rama será:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{12} - \dot{I}_{13} - \dot{I}_{1n} - \dots - \dot{I}_{1k},$$

donde \dot{I}_{11} es la corriente propia; \dot{I}_{12} , \dot{I}_{13} , \dot{I}_{1n} , \dot{I}_{1k} son las corrientes mutuas.

Por corriente propia se entiende la componente de la corriente en cualquier rama, causada por la acción de la f.e.m. aplicada en dicha rama, cuando no existe

*) Estas impedancias en la disciplina dada se definen como magnitudes inversas a las admitancias correspondientes y no tienen el mismo significado que ellas tuvieron en el curso de electrotecnia teórica.

(es igual a cero) f.e.m. en otras ramas. Por *corriente mutua* se entiende la componente de la corriente en cualquier rama, causada por la acción de una f.e.m. en otra rama cuando las f.e.m. son iguales a cero en las restantes ramas.

Es evidente que

$$\dot{I}_{nn} = \dot{E}_n Y_{nn}; \quad \dot{I}_{nm} = \dot{E}_m Y_{nm},$$

donde Y_{nn} es la admitancia propia igual a \dot{I}_{nn}/\dot{E}_n ; Y_{nm} es la admitancia mutua igual a \dot{I}_{nm}/\dot{E}_m .

2. **Método de transformación.** Las admitancias propias y mutuas para cualquier circuito se pueden hallar por medio de una transformación. Para esto, cualquier circuito se reduce a un circuito de la forma mostrada en la fig. 2.5. Partiendo del circuito transformado es fácil encontrar las admitancias propias y mutuas:

$$Y_{n2} = 1/Z_{n2}; \quad Y_{n3} = 1/Z_{n3}, \text{ etc.}; \\ Y_{nn} = 1/Z_{n0} + 1/Z_{n2} + 1/Z_{n3} + \dots + 1/Z_{nm}, \text{ etc.}$$

3. **Método de corrientes unitarias.** Para determinar Y_{hk} , o sea, la admitancia propia de cualquier rama que comienza en el punto k , y su admitancia mutua con el punto n ($n = 1, 2, 3$) se procede de la siguiente manera. Se supone que a la rama k (véase fig. 2.4, a) se le aplica una f.e.m. de cálculo ΔE_k , cuyo valor y fase se toman tales*) que en la rama n por acción de sólo esta f.e.m. (en las demás ramas las f.e.m. son iguales a cero) aparece una corriente $\dot{I}_{nk} = 1$. Conociendo la corriente en la rama n encontramos que la caída de tensión en ella es $\Delta \dot{U}_n = \dot{I}_{nk} Z_n = 1 \cdot Z_n$. Es evidente que la tensión aplicada en el punto de unión de la impedancia Z_n es igual a $\Delta \dot{U}_n$. Realizando luego la distribución de corrientes, encontramos las corrientes y las tensiones en todas las ramas y, al final, la corriente \dot{I}_{hk} y la f.e.m. $\Delta \dot{E}_k$. La admitancia mutua es $Y_{nk} = 1/\Delta \dot{E}_k$, y la admitancia propia, $Y_{kk} = \dot{I}_{kk}/\Delta \dot{E}_k$.

4. **Método matricial para determinar las admitancias propias y mutuas.** Esto se puede realizar de acuerdo con las recomendaciones hechas en el párrafo 2.2. En este caso**) para determinar las admitancias propias y mutuas se crean programas especiales y el cálculo comúnmente se realiza en ordenadores. A veces se recomienda***) determinar la admitancia propia de cualquier nodo k (punto) de un circuito complejo dividiendo el determinante M de la matriz de admitancias nodales (polinomio de admitancias de las ramas de los árboles) entre el polinomio de admitancias M_{k0} de dos árboles correspondientes (para los nodos k y 0) o bien

$$Y_{kk} = Y_{kk} = M/M_{k0}.$$

La admitancia mutua entre los nodos n, k se expresa como

$$Y_{nk} = M/[M_{kn, om} - M_{km, on}],$$

donde para determinar $M_{kn, om}$ y $M_{km, on}$ es necesario establecer el trayecto entre los nodos kn y Om y luego entre los nodos km y On , donde k, n, m son los números de los nodos ****).

*) Esta f.e.m. en el esquema real no existe y es para el cálculo «imaginaria».

**) Véase también: *Электрические системы: Электрические сети*/Под ред. В. А. Венукова. — М.: Высшая школа, 1971, § 5.9. (Sistemas eléctricos de potencia: Redes eléctricas/Bajo la redacción de V. Vénikov).

***) Véase: *Szendy Karoly*. Korszerű Hálózatszámítás, Módszerek. A műszaki tudományok doktora C. Egyetemi Tanár, Kossuth—Díjas Akadémiai Kiadó, Budapest 1967. (K. Szendy. Métodos modernos para el análisis de los sistemas eléctricos de potencia).

****) Véase: P. Anderson and A. Fouad. Power System Control and Stability. The Iowa State University Press 1977. (P. Anderson, A. Fouad. Control y estabilidad de los sistemas eléctricos de potencia).

Los métodos de cálculo matricial se justifican sólo para los circuitos complejos. Con ayuda de las computadoras digitales estos cálculos permiten fácilmente hallar las admitancias para una red que tiene hasta 3000 nodos y más. Sin embargo, cuando se realizan los cálculos en el ordenador no hay necesidad de calcular por separado las admitancias propias y mutuas para encontrar luego el régimen, calculando las corrientes, flujos de potencia, tensiones en los nodos, etc. Todas estas operaciones (o una parte de ellas que es necesaria para objetivos concretos de una investigación) se hacen simultáneas en un programa*) o en un programa con subprogramas.

2.4. Cálculo de las corrientes

En los cálculos de los regímenes permanentes y los procesos cuasitransitorios de los sistemas eléctricos de potencia los generadores se representan comúnmente por un circuito equivalente en forma de una f.e.m. E_Q detrás de una reactancia x_Q . Para las máquinas de polos no salientes ($x_d = x_q$) en el circuito equivalente se toma la f.e.m. E_q que es proporcional a la corriente de excitación**). En caso general estas f.e.m. varían con la variación del régimen. En casos particulares la f.e.m. en el circuito equivalente puede ser constante. Esto corresponde, por ejemplo, a regímenes permanentes de un generador de polos no salientes y no regulado ($E_q = \text{const}$). Además, cuando se estudian los procesos transitorios que tienen lugar durante alguna perturbación en el sistema (véase cap. 1) la f.e.m. E_Q del generador, que varía como respuesta a la variación de la corriente de excitación, se puede reemplazarla, aproximadamente***), por una f.e.m. $E' = \text{const}$ aplicada detrás de una reactancia x' .

De esta manera el circuito equivalente de un generador incluye una f.e.m. constante o variable, aplicada detrás de una u otra reactancia. Para un sistema que contiene m generadores, la corriente en cada uno de ellos se puede calcular de acuerdo a (2.14) por la fórmula

$$\dot{I}_i = -Y_{i1}\dot{E}_1 - \dots - Y_{i(i-1)}\dot{E}_{i-1} + Y_{ii}\dot{E}_i - Y_{i(i+1)}\dot{E}_{i+1} - \dots - Y_{im}\dot{E}_m, \quad (2.15)$$

o bien

$$\dot{I}_i = \dot{E}_i Y_{ii} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^m \dot{E}_k Y_{ik}.$$

Las magnitudes complejas incluidas en (2.15) las representamos en la forma polar, separando sus módulos y argumentos.

Las f.e.m. de los generadores se pueden escribir (fig. 2.6) como

$$\dot{E}_i = E_i e^{j\delta_i}.$$

Las admitancias de las ramas se representan de la forma

$$Y = 1/Z = 1/(r + jx) = g - jb = -jye^{j\alpha},$$

donde

$$g = \frac{r}{r^2 + x^2}; \quad b = \frac{x}{r^2 + x^2}; \quad \alpha = \arctg(r/x) = \arctg(g/b).$$

*) Véase: A. Brameler, R. M. Allan, Y. M. Haman. — Sparsity. Its practical application to Systems Analysis. London, Pitman, 1976.

**) Los circuitos equivalentes y la f.e.m. del generador se estudiaron en los cursos «Máquinas eléctricas» y «Procesos transitorios electromagnéticos»; véase también el parágrafo 2.5, fig. 2.7 y el cap. 6.

***)) Más detalladamente acerca de la argumentación de dicha suposición véase más adelante.

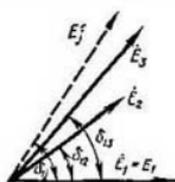


Fig. 2.6. Diagrama vectorial de la f.e.m. del sistema y su representación en el plano

Teniendo en cuenta las designaciones hechas escribimos (2.15) como

$$\dot{I}_i = -E_i e^{j\delta_i} j y_{ii} e^{j\alpha_{ii}} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_h e^{j\delta_h} j y_{ih} e^{j\alpha_{ih}}. \quad (2.16)$$

En los cálculos es cómodo representar la fórmula para \dot{I}_i en forma de dos componentes, una de las cuales (q_i) está dirigida por el eje de \dot{E}_i , y la otra (d_i) se retrasa con relación a \dot{E}_i en 90° :

$$\dot{I}_i = e^{j\delta_i} (I_{qi} - jI_{di}). \quad (2.17)$$

Teniendo en cuenta (2.15), la expresión para las componentes de la corriente toma la forma

$$I_{qi} = E_i y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_h y_{ih} \operatorname{sen} (\delta_i - \delta_h - \alpha_{ih}); \quad (2.18)$$

$$I_{di} = E_i y_{ii} \operatorname{cos} \alpha_{ii} - \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_h y_{ih} \operatorname{cos} (\delta_i - \delta_h - \alpha_{ih}). \quad (2.19)$$

2.5. Cálculo de la potencia

El complejo de la potencia aparente \dot{S} , que circula a través de cualquier punto del circuito, se determina por el producto del complejo de la f.e.m. o la tensión en el punto dado por el complejo conjugado de la corriente*). Por ejemplo, la potencia generada por la fuente i es:

$$\dot{S}_i = \dot{E}_i \dot{I}_i^*.$$

Sustituyendo (2.17) en esta fórmula obtenemos

$$\dot{S}_i = E_i (I_{qi} + jI_{di}) = E_i I_{qi} + jE_i I_{di}.$$

Al designar $\dot{S}_i = P_i + jQ_i$, se puede escribir:

$$P_i = E_i^2 y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_i E_h y_{ih} \operatorname{sen} (\delta_i - \delta_h - \alpha_{ih});$$

$$Q_i = E_i^2 y_{ii} \operatorname{cos} \alpha_{ii} - \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_i E_h y_{ih} \operatorname{cos} (\delta_i - \delta_h - \alpha_{ih}).$$

Para simplificar la escritura comúnmente utilizan la expresión de los ángulos mutuos $\delta_{ik} = \delta_i - \delta_k$, entonces

$$P_i = E_i^2 y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_i E_h y_{ih} \operatorname{sen} (\delta_{ih} - \alpha_{ih}); \quad (2.20)$$

$$Q_i = E_i^2 y_{ii} \operatorname{cos} \alpha_{ii} - \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq i}}^m E_i E_h y_{ih} \operatorname{cos} (\delta_{ih} - \alpha_{ih}). \quad (2.21)$$

*) Como es sabido, el complejo de la potencia se puede obtener también por la multiplicación del complejo de la corriente por el complejo conjugado de la tensión, lo cual conlleva al cambio de signo de la potencia reactiva.

Las fórmulas (2.18)–(2.21) son correctas cuando los generadores y los motores sincrónicos, incluidos en el circuito equivalente del sistema, son representados por las f.e.m. $E = E_q, E', E''$ y E_Q (para la máquina de polos salientes). Estas f.e.m. se muestran en el diagrama vectorial (fig. 2.7) y se hallan por la fórmula

$$E_l = \sqrt{\left(U_k + \frac{P_{kr} + Q_k x_l}{U_k}\right)^2 + \left(\frac{P_k x_l - Q_k r}{U_k}\right)^2}; \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{P_k x_l - Q_k r}{U_k^2 + P_{kr} + Q_k x_l}. \quad (2.22)$$

Aquí U_k es la tensión del punto nodal k del sistema al cual está conectado el generador dado; P_k, Q_k son las potencias entregadas por dicho generador al punto k .

La resistencia (r) y la reactancia (x), escritas en las fórmulas anteriores y en lo sucesivo, incluyen tanto la resistencia y reactancia del generador como las mismas de la red exterior (desde E hasta U). Cuando se determina la f.e.m. E_l , el generador en x_l se incluye por la reactancia x_G la cual tiene los siguientes valores:

$$\begin{array}{ccccc} E_l & E_q & E'_q & E''_q & E_Q \\ x_G & x_d = x_q & x'_d & x''_d & x_q \neq x_d \end{array}$$

Si en el cálculo se introduce la f.e.m. E_q de una máquina de polos salientes, es imposible obtener un circuito equivalente sencillo *). (Este no existe puesto que $x_d \neq x_q$). En este caso la potencia interna electromagnética del generador conectado a un punto con tensión U_k se puede determinar como $P = E_q I_q$, o

$$P = \frac{E_q^2 z_q^2 \operatorname{sen} \alpha_q}{z_q^4} + \frac{E_q U_k z_q^2}{z_q^4} \left[z_d \operatorname{sen} (\delta - \alpha_d) + \frac{r(x_d - x_q)}{z_q} \cos (\delta - \alpha_q) \right] + \frac{U_k^2 z_d z_q (x_d - x_q)}{z_q^4} \cos (\delta - \alpha_q) \operatorname{sen} (\delta - \alpha_d) + \dots \quad (2.23)$$

Aquí

$$z_s = \sqrt{r^2 + x_q x_d}; \quad z_q = \sqrt{r^2 + x_q^2}; \quad z_d = \sqrt{r^2 + x_d^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha_q = r/x_q; \quad \operatorname{tg} \alpha_d = r/x_d.$$

La potencia entregada por un generador dado al punto k , expresada a través de E_q se escribe de la siguiente manera:

$$P_k = \frac{E_q U_k}{z_s^2} z_q \operatorname{sen} (\delta + \alpha_q) - U_k^2 \frac{r}{z_s^2} + \frac{U_k^2}{2} \frac{x_d - x_q}{z_s^2} \operatorname{sen} 2\delta. \quad (2.24)$$

*) La máquina de polos salientes ($x_d \neq x_q$) no tiene el circuito equivalente común en forma de unas reactancias constantes detrás de las cuales se aplica una f.e.m. constante.

El circuito equivalente de la máquina de polos salientes contiene la f.e.m. E_Q , que depende del régimen y es aplicada detrás de una reactancia constante x_q . Si no se introduce la f.e.m. E_Q , mas se opera con la f.e.m. E_q , entonces esta f.e.m. debe ser aplicada detrás de una reactancia $x_d \xi$ la cual depende del régimen. En realidad, en cualquier máquina (de polos salientes o no salientes) la magnitud física E_q , que es proporcional a la corriente de excitación, es fundamental para el análisis. Junto con esto, para cualquier máquina $E_q = I_d x_d = U_{Gq}$ y $E_d = I_q x_q$. Si $x_d \neq x_q$, entonces la caída de tensión en la máquina es $\Delta E = E_q - U_G$, donde $|\Delta E| = \sqrt{(I_d x_d)^2 + (I_q x_q)^2}$. Pero de acuerdo a la fig. 2.7, $I_d = I \operatorname{sen} \psi$, e $I_q = I \cos \psi$. Por consiguiente, $\Delta E = I x_d \xi$, donde $\xi = \sqrt{\operatorname{sen}^2 \psi + (x_q/x_d)^2 \cos^2 \psi}$. Aquí $\psi = \delta + \varphi$ y caracteriza el régimen de la máquina.

De aquí es evidente que la reactancia $x_d \xi$ depende del régimen, variando desde x_q hasta x_d en dependencia de ψ . Cuando $x_d = x_q$, $x_d \xi = \operatorname{const} = x_d$; entonces $\xi = 1$. Más detalladamente véanse: A. Ivanov-Smolensky. Máquinas eléctricas. Mir, 1984, V. Venikov. Transient Processes in Electrical Power Systems. Mir, 1980. (V. Venikov. Procesos transitorios electromecánicos en los sistemas eléctricos de potencia).

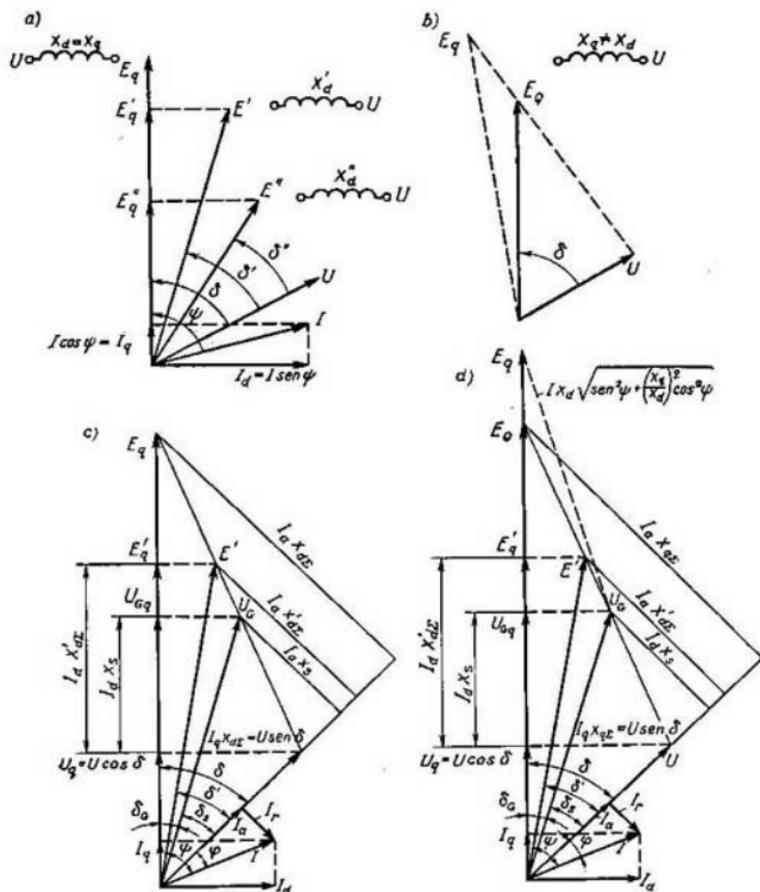


Fig. 2.7. Diagramas vectoriales de una máquina sincrónica:

a, aspecto de los diagramas simplificados de las f.e.m. y sus respectivos circuitos equivalentes; b, aspecto del diagrama simplificado de un generador de polos salientes, que corresponde al circuito equivalente artificial: E_q amplificada detrás de x_q' ; c, diagrama vectorial completo del sistema compuesto de una máquina sincrónica de polos no salientes enlazada mediante la reactancia x_g con unas barras de tensión constante; d, el mismo diagrama vectorial en el caso de una máquina de polos salientes. Aquí I_d , I_q son las componentes directas y de cuadratura de la corriente; U_G , tensión del generador; $U = \text{const}$, tensión del sistema; E_q , f.e.m. aplicada detrás de x_q ; E' , f.e.m. aplicada detrás de x_q' ; E_q , f.e.m. ficticia dependiente del régimen corriente del sistema

Sustituyendo en (2.23) y (2.24) E_q por E_q' ; x_d por x_d' ; z_s por $z_s' = \sqrt{r^2 + x_d'x_q}$; $z_d' = \sqrt{r^2 + (x_d')^2}$, etc., obtenemos los valores correspondientes de P y P_R , expresados*) a través de la f.e.m. E_q' (característica cuasitransitoria).

*) El sentido se elige en forma convencional y se precisa con el cálculo.

Una sustitución análoga se puede hacer para la fórmula de las potencias P y P_h , escrita a través de la f.e.m. E_q'' .

Presentemos las fórmulas sencillas de la potencia, escritas conforme a un sistema sencillo de dos máquinas (fig. 2.8). Para un esquema de dos máquinas (fig. 2.8, a), teniendo en cuenta que $\delta_{in} = -\delta_{n1}$ de (2.20) y (2.17) obtenemos

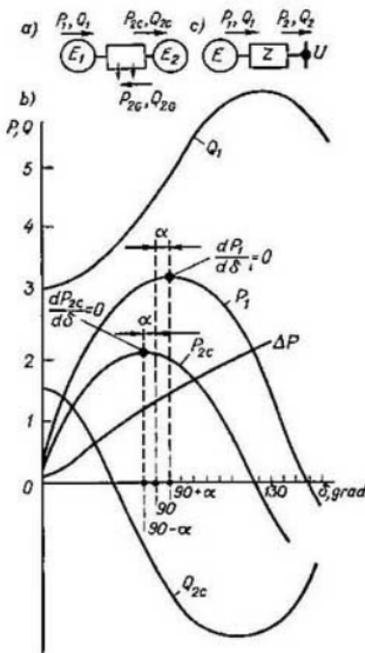


Fig. 2.8. Curvas de la potencia en el sistema más sencillo:

P_1 , curva de la potencia del generador, desplazada a la derecha en el ángulo α : $P_1 = \frac{E_1^2}{Z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E_1 U}{Z_{12}} \sin (\delta - \alpha)$; P_{2c} , curva de la potencia del extremo receptor (carga): $P_{2c} = -\frac{E_2^2}{Z_{22}} \sin \alpha_{22} + \frac{E_2 U}{Z_{21}} \times \sin (\delta + \alpha)$; ΔP , pérdidas de potencia iguales a $P_1 - P_2 = I^2 r$

Si se toma que los flujos de potencia están dirigidos hacia el punto 2 (carga), o sea $P_2 = P_{2c} = -P_{2G}$; $Q = Q_{2c} = -Q_{2G}$, entonces las características $P_2 = f(\delta)$ y $Q_2 = \varphi(\delta)$ van a tener la forma mostrada en la fig. 2.8, b, donde $\alpha = \alpha_{12}$, $\delta = \delta_{12}$.

*) En lo sucesivo, en dependencia de la f.e.m. a través de la cual se expresan las potencias, éstas van a designarse: $P_{E_q'}$, $P_{E_q''}$, P_U , $P_{E'}$, etc. El ángulo α_{12} puede ser tanto positivo como negativo, lo cual condiciona el desplazamiento del máximo de P_1 , P_2 hacia el ángulo $90^\circ - \alpha$ o al ángulo $90^\circ + \alpha$ (fig. 2.8).

$$\begin{cases} P_1 = \frac{E_1^2}{z_{11}} \sin \alpha_{11} + \frac{E_1 E_2}{z_{12}} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}); \\ Q_1 = \frac{E_1^2}{z_{11}} \cos \alpha_{11} - \frac{E_1 E_2}{z_{12}} \cos (\delta_{12} - \alpha_{12}). \end{cases} \quad (2.25)$$

Si se considera que los flujos de potencia están dirigidos*) desde el punto 2 (generación) entonces

$$\begin{cases} P_{2G} = \frac{E_2^2}{z_{22}} \sin \alpha_{22} + \frac{E_1 E_2}{z_{12}} \sin (\delta_{21} - \alpha_{21}) \\ \text{o bien} \\ P_{2G} = \frac{E_2^2}{z_{22}} \sin \alpha_{22} - \frac{E_1 E_2}{z_{12}} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}); \\ Q_{2G} = \frac{E_2^2}{z_{22}} \cos \alpha_{22} - \frac{E_1 E_2}{z_{12}} \cos (\delta_{12} + \alpha_{12}). \end{cases} \quad (2.26)$$

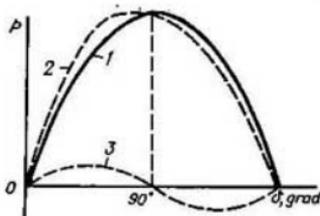


Fig. 2.9. Influencia de la consideración de los polos salientes:

1, curva para $x_d = x_q$; 2, cuando se tiene en cuenta que $x_d \neq x_q$; 3, sumando condicionado por la presencia de polos salientes $\frac{U^2}{2} \frac{x_d - x_q}{x_q x_d} \sin 2\delta$

Para un sistema sencillo (fig. 2.8, c) $Z_{12} = Z = Z_{11}$, el ángulo $\alpha = \alpha_{12} = \alpha_{11} = \arcsen(r/Z)$ siempre es positivo y el máximo de las curvas P_1 y P_C se desplaza a la derecha o a la izquierda, respectivamente:

$$P_1 = \frac{E^2}{z} \operatorname{sen} \alpha + \frac{EU}{z} \operatorname{sen}(\delta - \alpha); \quad Q_1 = \frac{E^2}{z} \cos \alpha - \frac{EU}{z} \cos(\delta - \alpha);$$

$$P_{2C} = -\frac{U^2}{z} \operatorname{sen} \alpha + \frac{EU}{z} \operatorname{sen}(\delta + \alpha);$$

$$Q_{2C} = -\frac{U^2}{z} \cos \alpha + \frac{EU}{z} \cos(\delta + \alpha).$$

En estas fórmulas la f.e.m. se puede tomar de acuerdo a (2.22).

La fórmula para determinar la potencia mediante E'_q (característica cuasitransitoria se da en la fig. 2.9) se escribe análogicamente a (2.24) de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} P_{1(E'_q)} &= \frac{E'_q U}{x'_d} \operatorname{sen} \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_q - x'_d}{x_q x'_d} \operatorname{sen} 2\delta; \\ Q_{1(E'_q)} &= \frac{E'_q U}{x'_d} \cos \delta - \frac{U^2}{2} \frac{x_q + x'_d}{x_q x'_d} - \frac{U^2}{2} \frac{x_q - x'_d}{x_q x'_d} \cos 2\delta. \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

2.6. Sistema que posee elementos no lineales

Un cálculo que utiliza el método de las admitancias propias y mutuas en un sistema con elementos no lineales es posible, si se lleva a cabo por medio de aproximaciones sucesivas (iteraciones), prefijando una serie de tensiones en el elemento no lineal y encontrando una que satisfaga el balance de las potencias (activas y reactivas) en todos los nodos del sistema en estudio. En estos cálculos se emplea el

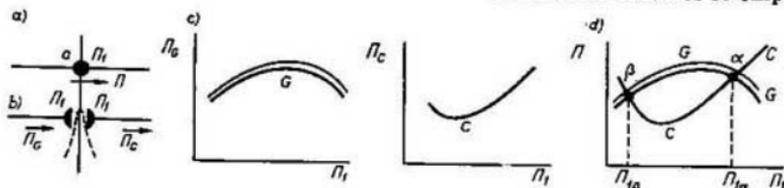


Fig. 2.10. Cálculo del régimen por el método de intersección de curvas, trazado por separado de la curva de «generación» (G) y «cargas» (C) para el punto a tomado en el sistema:

a , punto dado con el parámetro del régimen Π dependiente de Π_1 (por ejemplo, la potencia reactiva dependiente de la tensión); b , división convencional del sistema en el punto a ; c , construcción por separado de las curvas $\Pi_G = \varphi(\Pi_1)$ y $\Pi_C = \varphi(\Pi_1)$ para la variable independiente Π_1 ; d , unión de las curvas G y C y determinación de los puntos de posible existencia de los regímenes α y β .

método de intersección de curvas*), el cual se usa en forma gráfica o analítica para encontrar el punto del régimen posible mediante la resolución (comúnmente iterativa) del sistema de ecuaciones correspondiente.

Cuando se utiliza el método de intersección de curvas se puede prefijar una serie de valores de cualquier parámetro del régimen Π_1 en un punto nodal del sistema (fig. 2.10, a). Luego se procede como si ese punto se dividiera en dos, y por separado se trazan las curvas para la mitad izquierda y derecha del circuito en es-

*) Véase: Электрические системы. Электрические сети/Под ред. В. Веникова. — М.: Высшая школа, 1974, 4.4. (Sistemas eléctricos de potencia. Redes eléctricas/Bajo la redacción de V. Vénikov).

tudio (fig. 2.10, b). A la vez, se puede entender por parámetro Π_1 los voltajes, las corrientes, las potencias activas y reactivas que «entran» de la fuente (Π_G y Π_C , fig. 2.10, b). Es evidente que prefijando el parámetro Π se pueden construir las características de «generación» (G) y de «carga» (C) (como se muestra en la fig. 2.10, c), es decir, de aquellos parámetros del régimen que pueden «entrar» al punto α o «salir» de éste, por ejemplo, las potencias y las corrientes. Juntando estas dos características trazadas en función del parámetro del régimen Π_1 (cuyos valores fueron prefijados al comienzo arbitrariamente), se buscan los puntos $|\alpha, \beta|$ que se hallan en el cruce de las curvas G y C y que, por consiguiente, son los puntos de operación (fig. 2.10, c). Para construir las características de las partes izquierda (G) y derecha (C) del circuito (fig. 2.10) se puede utilizar el método de admitancias propias.

2.7. Cálculo de las cargas máximas y límites

Antes fueron descritos los métodos para determinar las corrientes, potencias y tensiones en cualquier elemento del sistema. Utilizando estos métodos se puede hallar el valor máximo de los parámetros del régimen o las cargas máximas, o sea, los valores máximos que pueden tener las corrientes, potencias y tensiones en cualquier elemento del sistema. Así, por ejemplo, la potencia máxima de una transmisión que tiene en sus extremos las tensiones U_1 y U_2 y que se representa en el circuito equivalente por una reactancia x_L es

$$P_{\max} = U_1 U_2 / x_L.$$

Esta potencia será alcanzada con el ángulo máximo posible de transmisión $\delta_{\max} = 90^\circ$.

Cuando se representa la misma línea por una impedancia, la potencia máxima determinada por el extremo generador es

$$P_{\max} = (U_1^2 / z_L) \operatorname{sen} \alpha_{11} + U_1 U_2 / z_L,$$

en este caso el ángulo $\delta_{\max} = 90^\circ \pm \alpha_{12}$.

Si la línea en el circuito de cálculo se representa por un cuadripolo con parámetros A, B, C, D , entonces la potencia de la línea está limitada por el valor máximo $P_{\max L} = (U_1^2 D / B) \cos(\psi_B - \psi_D) + U_1 U_2 / B$ con $\delta_{\max} = 90^\circ \pm \psi_B$. De acuerdo con el planteamiento dado del problema, la presencia de un máximo en el valor de P está condicionada sólo por las propiedades de la transmisión de energía mediante corriente alterna y no está relacionada con factores de carácter práctico, por ejemplo, el régimen térmico de los equipos, las variaciones de la tensión y de las cargas, etc. Estas últimas limitaciones se ponen en evidencia por medio de cálculos o de experimentos e indican los límites por calentamiento, pérdidas, tensión de corona, etc., respectivamente.

La potencia máxima de un sistema de transmisión (x_L, r_L) que incluye generadores (x_G) y transformadores (x_T), será

$$P_{\max} = (E^2 / z) \operatorname{sen} \alpha_{11} + E U_2 / z = \frac{E}{z} \left(U_2 + \frac{E r_L}{z} \right),$$

donde

$$z = \sqrt{(x_G + x_T + r_L)^2 + r_L^2}.$$

Las potencias máximas de un sistema de transmisión (P_{\max}) y de una línea ($U_1 U_2 / z_L$) se pueden hacer iguales, si se utiliza una regulación de excitación de los generadores tal, que se pueda mantener constante la tensión U_1 al comienzo y U_2

al final de la transmisión cuando hay variación en las cargas, excluyendo con esto la influencia de las reactivancias de los generadores y los transformadores.

En un sistema de transmisión que tiene cargas intermedias pasivas (fig. 2.11), la potencia máxima entregada por el generador es

$$P_{\max}' = E^2 y_{11} \operatorname{sen} \alpha_{11} + EU z_{12} y_{12}.$$

En la práctica, la potencia máxima es la límite, con la cual el sistema no puede operar ya que cuando éste se acerca a dicho valor, el sistema no sólo no puede

resistir impulsos fuertes relacionados con la presencia de una avería, sino tampoco variaciones pequeñas en el régimen que tienen lugar continuamente en el sistema, y el régimen se «desliza» del valor normal. Si la potencia transmitida P_1 , siendo $E_q = \text{const}$, se representa por la fórmula (2.23), entonces para determinar su valor máximo es necesario calcular $c_1 = \partial P_1 / \partial \delta = \partial P_{E_q} / \partial \delta$. Luego, partiendo de la condición $c_1 = 0$, es necesario hallar* el ángulo δ_{\max} que satisface dicha condición. Reemplazando el valor del ángulo en (2.23) encontramos $P_{1\max}$. En general, de acuerdo a (2.23) ($x_d \neq x_q$), el valor de c_1 es:

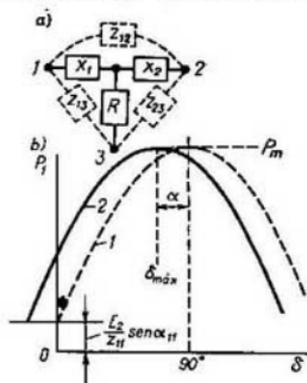


Fig. 2.11. Sistema de transmisión con una carga intermedia R :

a, circuito equivalente; b, curva $P_1 = \varphi(\delta)$ al haber transmisión de potencia a través del sistema que tiene un esquema según la fig. 2.11: 1, curva de $(E/U) \operatorname{sen} \delta$ para $|x| = |Z_{12}|$ levantada en $(E^2/Z_{11}) \operatorname{sen} \alpha$; 2, curva 1 desplazada a la izquierda en el ángulo α , convertida en la curva $P_1 = (E^2/Z_{11}) \operatorname{sen} \alpha_{11} + (EU/Z_{12}) \operatorname{sen}(\delta + \alpha)$.

$$c_1 = \frac{E_q U z_{12}^2}{z_d^4} \left[z_d \cos(\delta - \alpha_d) - \frac{r(x_d - x_q)}{z_q} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{sen}(\delta - \alpha_q) \right] + \frac{U^2 z_d x_q}{z_d^3} (x_d - x_q) \cos(2\delta - \alpha_q - \alpha_d). \quad (2.28)$$

En el caso particular cuando $x_q = x_d$ y $r \neq 0$

$$c_1 = (E_q U / z_d) \cos(\delta - \alpha_d). \quad (2.29)$$

Cuando no se tiene en cuenta la resistencia y $x_q \neq x_d$

$$c_1 = \frac{E_q U}{x_d} \cos \delta + U^2 \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \cos 2\delta. \quad (2.30)$$

Si la potencia transmitida se representa por la característica cuasitransitoria que se obtiene de (2.23) reemplazando E_q por E'_q , x_d por x'_d , etc., entonces el valor de $c_2 = \partial P / \partial \delta = \partial P_{E'_q} / \partial \delta$ se puede obtener de (2.28) haciendo el mismo reemplazo. En el caso particular cuando no se tiene en cuenta la resistencia y $x_d = x_q$, obtenemos

$$c_2 = \frac{E'_q U}{x_d} \cos \delta - U^2 \frac{x_d - x'_d}{x_d x'_d} \cos 2\delta = c_1 + \frac{U^2 (x_d - x'_d)}{x_d x'_d} \operatorname{sen}^2 \delta.$$

El valor máximo de la potencia, siendo $E'_q = \text{const}$, se obtiene al reemplazar en P_1 el valor de δ_{\max} que se halla tomando $c_2 = 0$.

En la fig. 2.12, a y b se muestran los regímenes límites determinados de acuerdo a las ideas expuestas.

Cargas límites. Para los elementos básicos del sistema (generadores, transformadores, compensadores sincrónicos), además de las cargas máximas, se calculan las cargas límites, o sea, limitan la potencia transmitida mediante los valores

* Por construcción gráfica o por elección.

de algunos parámetros del régimen: corriente de estator, corriente de excitación y otras magnitudes que se establecen de acuerdo a las condiciones de funcionamiento de la unidad primaria (potencia de la turbina), recalentamiento de los devanados del estator, del rotor, lo mismo que de la excitatriz y subexcitatriz. Junto con esto, indican el tiempo durante el cual la sobrecarga dada puede ser permitida.

Además de las nociones de cargas máxima y límite, que no siempre se diferencian con precisión, introducen la noción de *capacidad de transmisión* del elemento del sistema (línea, transformador, etc.), que se define como la *potencia máxima que se puede transmitir por el elemento dado teniendo en cuenta todos los factores* (es-

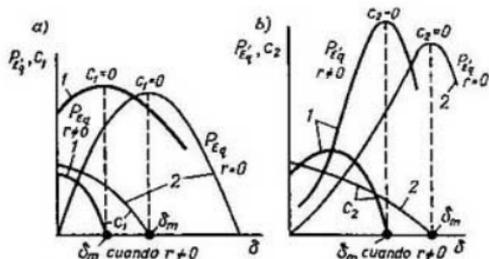


Fig. 2.12. Curvas de la potencia P_{Eq} y P_{Eq}' cuando se toma en cuenta y no se toma la resistencia del circuito del estator y sus derivadas $c_1 = \partial P_{Eq} / \partial \delta$ y $c_2 = \partial P_{Eq}' / \partial \delta$:

— sin tener en cuenta r ; — tomando en cuenta r

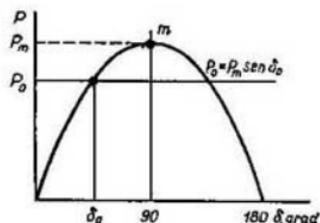


Fig. 2.13. Correlaciones para determinar el coeficiente de reserva

tabilidad, recalentamiento, etc.). A veces la capacidad de transmisión la calculan al igual que la carga límite e indican: «capacidad de transmisión por corriente», «por estabilidad», etc.

Las cargas límites se restringen no sólo por características técnicas, sino que también por índices económicos. Comúnmente el cálculo de los regímenes inicial, que precede al transitorio y posterior a la avería, que termina con el transitorio, se realiza para un sistema en funcionamiento o para uno ya completamente diseñado, para el cual los índices técnico-económicos ya han sido determinados y las limitaciones técnicas han sido establecidas.

Por eso, los cálculos de los regímenes transitorios y los procesos que toman parte en ellos, así como de los regímenes inicial y posterior a la falla, comúnmente, se realizan sin tener en cuenta las limitaciones tanto económicas como técnicas. El coeficiente de reserva de estabilidad K_r del régimen se determina por la aproximación al máximo teórico de la potencia transmitida $P_{m\max}$. El valor de K_r determinado de acuerdo a la fig. 2.13 será $(P_{m\max} - P_0) / P_0$. Se sobreentiende que cuando sea necesario, las ideas y limitaciones expuestas arriba se pueden tener en cuenta en un análisis posterior.

Para los cálculos de los procesos transitorios en la etapa de diseño, al elegir las formas de mejorar la estabilidad y calidad del proceso transitorio, elegir los esquemas de conexión del sistema, establecer las exigencias a la protección y a los equipos de conmutación, etc., es obligatorio tener en cuenta los índices económicos de las variantes posibles de solución y también su comparación.

El material de este capítulo es básico para los cálculos de los regímenes iniciales (normales), que preceden a los transitorios, lo mismo que de los regímenes pos-

teriores a la avería, en los cuales terminan los transitorios. Los cálculos de estos regímenes se llevan a cabo en forma aproximada (en lo fundamental se supone la linealidad de los parámetros), con el uso del método de superposición (admitancias propias y mutuas). Este mismo método se utiliza en el estudio del proceso transitorio que se considera en su totalidad (o en algunos intervalos de tiempo) como un grupo de procesos cuasitransitorios (invariabilidad de unos u otros parámetros del régimen). Las fórmulas de cálculo obtenidas en el presente capítulo, serán utilizadas para el análisis en los capítulos siguientes.

Preguntas de control

- 2.1. ¿En qué se diferencian los parámetros lineales, no lineales, probabilísticos y difuminados de un sistema y de los regímenes? Aduzca ejemplos.
- 2.2. ¿Por medio de qué ecuaciones (algebraicas, diferenciales) y bajo qué supuestos se representan los regímenes permanentes y transitorios? ¿En qué consiste lo específico de la representación matemática de las máquinas eléctricas giratorias y cómo se enlaza con las representaciones de los circuitos estáticos?
- 2.3. ¿Qué son las admitancias e impedancias propias y mutuas?
- 2.4. Nombre cuatro métodos para calcular las impedancias propias y mutuas.
- 2.5. ¿Cómo se calculan las corrientes y las potencias por medio de la f.e.m., las impedancias propias y mutuas? ¿Qué suposiciones y limitaciones se hacen para eso?
- 2.6. ¿Por qué una máquina de polos salientes no tiene circuito equivalente?
- 2.7. ¿Qué son cargas máximas y límites y cómo se calculan?
- 2.8. ¿Qué predetermina el signo del componente reactivo en el complejo de la potencia?
- 2.9. ¿Cómo se encuentran gráfica y analíticamente los valores de las f.e.m. E_q , E'_q , E' , E_Q ?
- 2.10. Dibuje y explique el diagrama vectorial de un sistema sencillo (f.e.m., corriente, tensión).

Temas para las ponencias

1. Física de los regímenes permanentes y transitorios y la relación de ésta con las peculiaridades de su descripción matemática.
2. Circuitos equivalentes de una máquina sincrónica que funciona en un sistema y el empleo de éstos en los estudios de los procesos transitorios.

Exigencias a los regímenes y a los procesos

3.1. Exigencias a los regímenes

Después de un régimen transitorio normal o de avería que terminó exitosamente, el sistema regresa a un régimen permanente inicial o prácticamente cercano a él. Los regímenes de los sistemas eléctricos de potencia tanto permanentes como transitorios deben responder a ciertas exigencias que hay que tener en cuenta en la realización de los cálculos (véase Apéndice 2). Así, en un régimen normal de funcionamiento del sistema, que como regla se toma como inicial, debe garantizarse:

1) *calidad*, es decir, el suministro de energía a los consumidores con índices que respondan a los establecidos por las normas*);

2) *fiabilidad*, o sea, el suministro de energía a los consumidores sin recesos largos y sin rebajar la calidad; a su vez el tiempo de receso o, en general su ausencia, así como la posibilidad de desviarse de la calidad dada se determinan por las normas correspondientes para el sistema y la clase de consumidores dados. La confiabilidad del sistema se asegura por el funcionamiento sin fallas, la aptitud para reparación, la integridad y duración de sus elementos. Un sistema confiable debe mantener por largo tiempo los índices de explotación tales como productividad, rendimiento económico y rentabilidad;

3) *vitalidad*, que es la capacidad de resistir a la influencia de fuerzas exteriores y por largo tiempo conservar este estado. La noción de «vitalidad» (o supervivencia) que apareció en los problemas ecológicos y biológicos se emplea en el estudio de la interacción de los sistemas complejos entre sí y con el medio. De esta manera en la noción de vitalidad hay mucho de común con la estabilidad. En la energética por *vitalidad se entiende la capacidad del sistema de resistir cualquier perturbación de una forma tal que aquella no pueda provocar el desarrollo de una avería escalonada con pérdida masiva del suministro a los consumidores*. Como índices de vitalidad se toman las cargas desconectadas, la producción no suministrada a los consumidores, etc. Cuando se emplean estos índices, la noción de vitalidad se hace más amplia que las nociones análogas de funcionamiento sin fallas, aptitud para reparación, integridad o estabilidad;

4) *rendimiento económico*, que es el suministro confiable de energía a los consumidores con calidad aceptable a un costo mínimo de producción y transmisión (economía de los combustibles y energía y la disminución de pérdidas).

* La calidad de la energía se caracteriza, en lo fundamental, por el valor y la frecuencia de las tensiones del consumidor. Índices adicionales de la calidad de la energía pueden ser la simetría de las tensiones en un sistema multifásico y la forma sinusoidal de la curva de tensión (el valor efectivo de todos los armónicos corresponde a menos del 5% del armónico fundamental). De acuerdo a las normas estatales soviéticas, para funcionamiento normal, en los bornes de los aparatos y los motores, se permite una desviación de la tensión desde -5% hasta +10% del valor nominal, y de frecuencia de $\pm 0,1$ Hz (algunas veces se permite una desviación de la frecuencia $\pm 0,2$ Hz mayor de la permitida tomada como la frecuencia media durante 10 minutos).

Los regímenes transitorios de los sistemas eléctricos de potencia en la práctica *deben terminar en un régimen deseado* (por una u otra razón) permanente. Es importante que dicho régimen sea **realizable** con los parámetros admitidos en los cálculos, y si es realizable, debe ser **estable y lo suficientemente confiable** para que el sistema pueda funcionar por largo tiempo sin temores en lo relativo a cambios pequeños aleatorios (perturbaciones pequeñas), los cuales no deben conllevar a la pérdida de su estabilidad. El régimen transitorio y los procesos más importantes para el problema de ingeniería, dado que forman parte del dicho régimen, deben también responder a ciertas exigencias, las cuales fijan la **calidad de los procesos transitorios**. Cuando se evalúa la calidad de los procesos transitorios es necesario que las medidas tomadas para mejorar la calidad sean económicas y que, además, la variación de los parámetros del régimen no pueda disminuir sustancialmente la calidad del suministro de energía a los consumidores. Para esto primero que todo es necesario que los procesos transitorios en estudio terminen lo suficientemente rápido. Así, por ejemplo, si un impulso (variación) de la carga o cualquier operación de conmutación conlleva a oscilaciones duraderas en los rotores de los generadores del sistema y, por consiguiente, a oscilaciones de la tensión en los consumidores, el proceso transitorio no es aceptable según la exigencia de asegurar a los consumidores la calidad de la energía eléctrica. La calidad del proceso transitorio no es aceptable si como consecuencia de éste aparecen nuevos procesos transitorios, que a fin de cuentas pueden conllevar a la pérdida de la estabilidad del sistema o a una baja no permitida de la calidad de la energía suministrada al consumidor. Un proceso transitorio no se puede considerar aceptable si después de su terminación el sistema va a tener una reserva pequeña de estabilidad. En otras palabras, *los procesos transitorios que en conjunto conforman el régimen transitorio deben ser tales, que después de su terminación se establezca un régimen que responda a determinadas exigencias.*

Es de especial importancia el cumplimiento de éstas para el régimen posterior a la avería, que se establece después de liquidar esta última. Estas exigencias incluyen la garantía de *existencia, observabilidad y control* del régimen que se establece (se autoestablece). En el caso de una existencia duradera, este régimen debe responder a las cuatro exigencias que fueron formuladas para el régimen inicial y antes que todo a la estabilidad como componente fundamental de la vitalidad. Cabe notar que si el régimen que se **autoestablece** no satisface algunas de las exigencias presentadas, el régimen debe corregirse, o, como dicen a veces, debe ser **introducido en la región permitida**.

Estudiemos detalladamente los índices que se relacionan con la disciplina dada. Los otros índices (calidad, confiabilidad, rendimiento económico, vitalidad) se estudian en otras disciplinas.

3.2. Calidad de los procesos transitorios

La calidad de los procesos que aparecen durante el paso del sistema de un régimen a otro puede evaluarse de acuerdo a los siguientes índices:

- 1) tiempo en el transcurso del cual termina el proceso;
- 2) carácter del proceso (aperiódico, oscilatorio);
- 3) posible influencia del proceso dado en el régimen del sistema y de sus subsistemas (oscilación de otras máquinas que son parte del sistema, baja de la tensión) y en la inestabilidad de la carga;
- 4) peligro del proceso transitorio para los equipos del sistema (recalentamiento de los conductores de la red, de los devanados de las máquinas eléctricas);
- 5) pérdidas de potencia (y energía) durante el proceso transitorio;

6) costo de las medidas adicionales que mejoran el proceso transitorio dado.

La evaluación del proceso transitorio según el tiempo de duración y su carácter se realiza primero que todo por la variación de sus parámetros Π . El proceso puede terminarse rápidamente en un nuevo régimen permanente (fig. 3.1, a) o extenderse por un tiempo bastante largo (fig. 3.1, b). Puede ser aperiódico 1, oscilatorio 2, monótono 3 o medio entre oscilatorio y monótono cuando $\Pi_1 - \Pi_2$ no varía de signo (proceso 4') o varía sólo una vez (proceso 4). El proceso oscila-

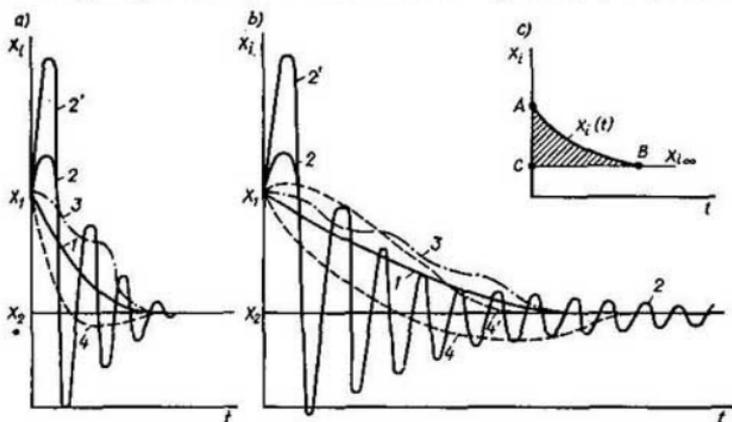


Fig. 3.1. Acerca de cómo determinar la calidad del proceso transitorio durante el paso de Π_1 a Π_2

torio puede tener una desviación (amplitud) grande (curva 2') o pequeña (curva 2). Este proceso puede transcurrir con una cantidad relativamente pequeña (fig. 3.1, a) o grande (fig. 3.1, b) de oscilaciones.

En la mayoría de las ramas que emplean la regulación automática, el atenuamiento rápido del proceso transitorio, el carácter aperiódico o al menos monótono, son considerados índices completos de buena calidad del proceso transitorio. Sin embargo, para determinar la calidad del proceso transitorio en los sistemas eléctricos de potencia estos índices son insuficientes. No existe un método establecido para calcularlos en los sistemas eléctricos de potencia, por eso aducimos primero los índices de calidad en los procesos en ramas contiguas, y luego en la electroenergética. En la teoría del control automático la calidad del proceso transitorio (aperiódico o cercano a él) se valora cuantitativamente por el área ABC (fig. 3.1, c) o por la magnitud

$$I_1 = \int_0^{\infty} [\Pi_i(t) - \Pi_i(\infty)] dt,$$

donde $\Pi_i(t)$ es el valor corriente; $\Pi_i(\infty)$ es el valor permanente del parámetro del proceso transitorio.

Para un proceso oscilatorio por analogía se incluye la magnitud

$$I_2 = \int_0^{\infty} [\Pi_i(t) - \Pi_i(\infty)]^2 dt.$$

Cuanto menor sea I_1 e I_2 , mejor transcurrirá el proceso.

Sin embargo, el mínimo de I_2 no da por completo una evaluación correcta, ya que él aún no garantiza el mínimo de oscilación del proceso transitorio, y las oscilaciones que por largo tiempo se repiten (como, por ejemplo, el proceso 2 en la fig. 3.1, b) pueden a veces conllevar a oscilaciones en otras partes del sistema siendo así peligrosas. Los mejores resultados para evaluar la calidad del proceso transitorio los da el criterio

$$I_3 = \int_0^t V(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n) dt, \quad (3.1)$$

donde $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$ son parámetros del régimen; V , cierta forma cuadrática definida-positiva especialmente escogida, compuesta de los parámetros del sistema en consideración; en un caso sencillo

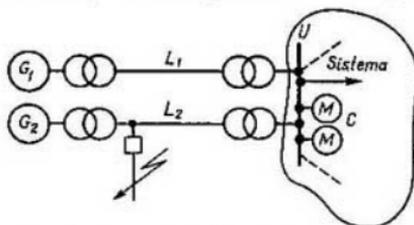


Fig. 3.2. Esquema de influencia del proceso transitorio en una parte del sistema sobre las otras partes

$$V = \Pi_1^2 + \Pi_2^2 + \dots + \sum_{k=1}^n \Pi_k^2.$$

Por medio de los criterios arriba presentados, y especialmente I_3 , se puede bastante bien evaluar la calidad de los procesos transitorios en una serie de elementos no energéticos automáticamente regulados. Por ejemplo, para un avión automáticamente regulado, un barco o un cohete es muy importante que no haya desvío del rumbo «correteo» y que el paso de una dirección a otra sea aperiódico. Al

mismo tiempo para un sistema eléctrico de potencia no tiene importancia, como regla, que los generadores de cualquier central hagan unas cuantas oscilaciones más o menos durante el proceso transitorio.

Por esta razón, los criterios arriba descritos no caracterizan por completo la calidad del proceso transitorio de un sistema electroenergético en total. Para esto es necesario evaluar no tanto el comportamiento del elemento en el cual tiene lugar el proceso transitorio, como la influencia de dicho elemento en el régimen de todo el sistema. Así, indudablemente, es necesario exigir que durante un «buen» proceso transitorio en el sistema la tensión $u(t)$ no pueda bajar hasta valores que sean peligrosos desde el punto de vista de estabilidad de los generadores y los motores del sistema. La variación de la tensión durante el proceso transitorio no se puede evaluar sólo por el cambio inmediato de su valor absoluto. Es importante el tiempo durante el cual existió dicha desviación. Por eso, la evaluación con frecuencia se realiza calculando la desviación cuadrática media con relación a la tensión U_0 que para la parte dada del sistema es la óptima:

$$I_4 = \int_0^t \left[\frac{u(t) - u_0}{u_0} \right]^2 dt. \quad (3.2)$$

Un criterio similar se puede incluir para evaluar el desvío de la frecuencia. Todos los criterios estudiados van a tener diferentes valores numéricos para cada sistema concreto.

Un proceso transitorio en una parte del sistema puede no resultar peligroso, pero puede conllevar a consecuencias indeseables en otras partes del sistema. Tomemos, por ejemplo, que en el sistema mostrado en la fig. 3.2 hay una falla en la línea L_2

y su posterior desconexión no conlleva a la pérdida del enlace L_1 de la central 1 con el sistema, pero el régimen transitorio de la central 2 (oscilación, marcha asincrónica con resincronización posterior, etc.) puede causar la baja de la tensión U en las barras del sistema receptor y a la detención de los motores M incluidos en la carga C , o sea, alud de la tensión (véase cap. 11). Otro ejemplo de falla puede ser la salida de sincronismo de la central 1 por influencia de las oscilaciones de la central 2.

De esta manera, en el criterio de calidad del proceso transitorio debe incluirse un índice que refleje la influencia de dicho proceso en todo el sistema o en subsistemas contiguos; de aquí aparece la necesidad de caracterizar la calidad del proceso transitorio no sólo por un criterio, sino por un conjunto de criterios, los cuales reflejan el grupo de factores influyentes. Además, la influencia de los factores debe indicarse no sólo en el proceso transitorio, sino que también en el régimen posterior a la avería. En forma general el conjunto de criterios puede ser escrito en la siguiente forma:

$$K_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} K_i K_j + \sum_{i=1}^{i=n} K_i K_s, \quad (3.3)$$

donde K_{Σ} es el índice sumatorio de calidad del proceso transitorio; K_i , el coeficiente de ponderación, que refleja el peso del parámetro dado en el proceso transitorio; K_j , el índice de calidad para cualquiera de los parámetros del régimen (tensión, frecuencia, ángulo, etc.) del proceso dado; K_i son los índices de calidad de los parámetros de los procesos ulteriores, que se desarrollan como resultado de una serie de acontecimientos en cadena, que pueden ser consecuencia del proceso transitorio dado; K_s es el coeficiente de ponderación que tiene en cuenta la influencia y probabilidad de aparición de una u otra consecuencia.

Las consecuencias más indeseables de un proceso transitorio mal calculado o mal controlado son la pérdida de la estabilidad de diferentes centrales y subsistemas que funcionan en paralelo, la división entre ellas con funcionamiento ulterior fuera de sincronismo y en una serie de casos con desconexión («apagado») de la carga. Este «desbarajuste», que es una avería grave (véase Apéndice 1), no puede suceder si la calidad de los regímenes transitorios y diferentes procesos satisfacen ciertas exigencias.

El cumplimiento de las exigencias al proceso transitorio, que se desprenden de las condiciones de funcionamiento de los elementos del sistema, también predetermina su calidad. Así, la corriente de los rotores y de los estatores de las máquinas eléctricas (generadores y motores) se limita por el aumento de la temperatura de los devanados*, cuyo recalentamiento se refleja negativamente en las propiedades mecánicas y eléctricas del aislamiento. Por condiciones de calentamiento no pueden sobrepasarse las corrientes permitidas en las líneas de transmisión y en las redes. La corriente se limita por los esfuerzos mecánicos que aparecen en la máquina y que pueden causar su destrucción. Tiene límite también la simetría de las corrientes: la componente de la corriente de secuencia negativa, que aparece al no haber simetría, crea en la máquina un campo magnético que gira a una velocidad angular doble con relación al rotor y que induce corrientes de frecuencia doble en la masa («tambor») del rotor. Ellas provocan en la máquina un calentamiento adicional, esfuerzos mecánicos y vibraciones. El proceso de paso de los generadores sincrónicos a funcionar en un régimen asincrónico, el funcionamiento en este régimen y la resincronización están limitados por una serie de fac-

* Por ejemplo, la corriente de excitación de los generadores termoelectrónicos modernos se puede aumentar hasta el valor máximo (de tope) por un tiempo no mayor de 15 s.

tores. Los más importantes de ellos son: pérdidas adicionales y el calentamiento creado por ellas, esfuerzos mecánicos entre los devanados del rotor y el estator, oscilaciones grandes en el consumo de potencia reactiva, las cuales provocan oscilaciones de la tensión en el sistema.

Estas oscilaciones pueden reflejarse negativamente en la calidad de funcionamiento y la estabilidad de otras partes del sistema y de sus cargas. Para resolver el problema acerca de la tolerancia, duración de cualquier régimen de avería y la necesidad de limitar los procesos incluidos en él, se deben tener en cuenta también las pérdidas de energía que aparecen durante el régimen transitorio y la economía de combustible que puede ser obtenida gracias al control del régimen (por ejemplo, disminución de número de arranques de unidades). Así, en los casos cuando se permite la marcha asíncrona y su ulterior resincronización (estabilidad resultante) no hay necesidad en desconectar el generador de la red y luego conectarlo. Para una unidad turbogeneradora potente esto es un proceso largo y costoso. En la evaluación de la calidad de un proceso transitorio es necesario tener en cuenta que: 1) los esfuerzos mecánicos en los diferentes aparatos (por ejemplo, la potencia de ruptura de los interruptores) no permiten aumentar las corrientes de avería por encima de las permitidas; 2) el funcionamiento de las cargas con tensión oscilatoria o baja es desfavorable y en una serie de casos puede conllevar a la interrupción del proceso de producción.

El efecto negativo del proceso transitorio puede reflejarse no sólo durante el tiempo en que éste transcurre, sino que también después de su terminación. Ejemplos de semejantes consecuencias de índices bajos de calidad del proceso transitorio pueden ser:

baja del nivel de tensión, que causa autodescarga considerable de los consumidores (a veces alud de tensión);

baja del nivel de frecuencia, que conlleva a la disminución de la productividad de las calderas de vapor;

sobrecarga térmica de los equipos (líneas, transformadores, generadores).

Los regímenes posteriores a la avería descritos (y similares a ellos) en el transcurso de un corto tiempo (segundos, decenas de segundos) pueden pasar sin dificultades, pero luego si el régimen no es introducido en la zona de valores permitidos de sus parámetros para un tiempo prolongado, inevitablemente comienza el desarrollo ulterior de la avería, una avalancha de sucesos de avería. Por eso los índices de calidad K_j , K_t incluidos en (3.3) deben ser, como regla, integrales (incluir el tiempo de existencia de la desviación peligrosa de los parámetros del régimen). El índice de calidad del proceso para uno de los parámetros puede ser un funcional de diferente tipo. Uno de los criterios más difundidos es el criterio

$$K_t = \frac{1}{T} \int_0^T \Pi_t d\Pi, \quad (3.4)$$

donde Π_t es el parámetro del régimen.

En el criterio de la forma (3.4) deben incluirse también ciertas evaluaciones económicas. Así, para neutralizar las posibles consecuencias de los regímenes transitorios se llevan a cabo ciertas medidas, cuyo costo debe ser comparado con las pérdidas relacionadas con el proceso desfavorable, y esta comparación debe reflejarse en el criterio (3.3).

Un enfoque general para determinar los criterios complejos de la forma (3.3), (3.4) por el momento no existe. Calcularlos para los sistemas energéticos de estructuras complejas requiere grandes y trabajosas investigaciones. Por eso, aquí sólo se habla de ellos en forma de planteamiento del problema.

Señalemos que la aceleración máxima del curso del proceso transitorio es una condición que, aunque puede utilizarse en la resolución de una serie de problemas, no siempre es un criterio preferible.

3.3. Realizabilidad de un régimen

Para que exista el régimen inicial que anteceda al transitorio y el régimen que deba establecerse después de la perturbación y el proceso transitorio por ésta causado, es necesario el balance de potencias. Así, la transmisión de la potencia P de los generadores cuyas turbinas desarrollan una potencia P_T es posible sólo en el caso si $P_T = P$, donde P es la potencia eléctrica de la transmisión.

Matemáticamente la existencia de un régimen está predeterminada por la posibilidad de resolución de las ecuaciones $P_T = \varphi(\Pi)$ y $P_m = \psi(\Pi)$, donde Π es el parámetro del régimen. Por ejemplo, si se analiza un sistema sencillo «central—barras de potencia infinita» representada en el circuito equivalente por una f.e.m. E , una reactancia x y una tensión constante U , entonces el régimen puede existir si las características $P_T = \varphi(\delta)$ y $P = \psi(\delta)$ se intersecan, con la particularidad de que comúnmente $P_T = \text{const}$, $P = (EU/x) \text{ sen } \delta$.

También es necesario que la potencia activa P_G generada por los generadores del sistema sea igual a la potencia P_C consumida en las cargas más las pérdidas en todos los elementos del sistema ΔP :

$$P_T = P_C + \Delta P = P. \quad (3.5)$$

En los circuitos de corriente alterna existen condiciones similares para la potencia reactiva:

$$Q_G = Q_C + \Delta Q = Q. \quad (3.6)$$

Las potencias activa y reactiva están enlazadas mediante la fórmula

$$S^2 = P^2 + Q^2,$$

donde S es la potencia aparente.

Las ecuaciones (3.5) y (3.6), por consiguiente, no pueden analizarse como independientes y utilizarse sin condiciones adicionales que reflejen uno u otro enlace. Hablando en general, en cada caso es necesario realizar un estudio de estos enlaces. Sin embargo, la práctica de funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia modernos, cuyos parámetros varían en determinados intervalos, permiten establecer regularidades que pueden y deben ser utilizadas por el ingeniero en su trabajo. Así, es sabido que la variación de la potencia activa generada por los generadores influye, en lo fundamental, en la variación de la frecuencia en el sistema, ejerciendo una influencia relativamente pequeña en la tensión. Aproximadamente se puede determinar la desviación de la frecuencia de la nominal ($f_0 = 50$ Hz) por la expresión:

$$\Delta f = (\sum P_{Gj}^0 - \sum P_{Ci} - \sum \Delta P_k) / \sum P_{Gj}^0 \sigma, \quad (3.7)$$

donde P_{Gj}^0 es la potencia del generador j , correspondiente a la frecuencia f_0 ; P_{Ci} es la potencia de la carga i ; ΔP_k son las pérdidas de potencia en la sección k de la red; σ es el coeficiente de desigualdad medio en el sistema: $\sigma \approx 1/(50e)$.

La fórmula (3.7) se obtiene de las ya conocidas expresiones aproximadas

$$\sum P_{Gj} = \sum P_{Ci} + \sum \Delta P_k; \quad P_{Gj} = P_{Gj}^0 \left(1 - \frac{\Delta f}{50e_j}\right) = P_{Gj}^0 (1 - \sigma_j \Delta f), \quad (3.7a)$$

donde e_j es el coeficiente de estatismo de los reguladores de velocidad en la zona de operación.

De (3.7) es evidente que si el sistema no tiene reserva y P_{Gj}^0 no se puede aumentar cuando crece P_{C1} , entonces, siendo $\sum P_{C1} > \sum P_{Gj}^0$, es inevitable la baja de la frecuencia.

De (3.7) se deduce que la regulación de la frecuencia y el mantenimiento de su valor dado se garantiza por la regulación de la potencia activa de los generadores. Con las suposiciones arriba hechas podemos brevemente formular:

el nivel de la frecuencia está relacionado con el balance de la potencia activa, o $\Delta f \approx \varphi(\Delta P)$.

La potencia reactiva generada por las centrales del sistema está relacionada con la tensión U_C en las barras de carga y con la excitación de los generadores: $E \equiv i_{ex}$. Para una red radial con reactancia sumatoria x es correcta la fórmula

$$U_G^2 = \left(E - \frac{Q_C + \Delta Q}{E} x \right)^2 - \left(\frac{Px}{E} \right)^2, \quad (3.8)$$

donde Q_C es la potencia reactiva de la carga; ΔQ son las pérdidas en la red y el generador.

De (3.8) se deduce que la regulación de la tensión U_C en la carga y el mantenimiento de su valor dado se asegura por regulación de la excitación en los generadores $E \equiv i_{ex}$, que a su vez significa regulación de la potencia reactiva generada. De acuerdo a (2.26),

$$Q_G = Q_C + \Delta Q = \frac{E^2}{x} - \frac{EU}{x} \cos \delta,$$

de donde, teniendo en cuenta la condición mencionada se deduce:

el nivel de tensión en la red (en la carga) está relacionado con el balance de la potencia reactiva, o $\Delta U \approx \psi(\Delta Q)$.

Por consiguiente, para que exista un régimen dado o para la «introducción al régimen» es necesario influir en el balance de las potencias reactivas (realizar regulación de la excitación) y activas (realizar regulación en la turbina de la central).

La necesidad de balance de las potencias activa y reactiva conlleva a la siguiente regla. En un régimen permanente las dependencias gráficas $P_G = \varphi_1(\Pi)$ y $P_C = \varphi_2(\Pi)$ siempre tienen un punto común, cruzándose entre sí o por lo menos rozándose una con la otra cuando $\Pi = \Pi_1$. A su vez, las dependencias $Q_G = \psi_1(\Pi)$ y $Q = \psi_2(\Pi)$ también deben tener un punto común para el mismo valor $\Pi = \Pi_1$. Este método grafoanalítico para determinar los parámetros del régimen permanente es ampliamente utilizado en la práctica. Para explicarlo demos unos cuantos ejemplos.

1. En el circuito mostrado en la fig. 3.3, a, la carga no es lineal, ya que la resistencia depende de la tensión aplicada: $r = \psi(U)$ y, respectivamente, $Z = \varphi(U)$. Supongamos que el valor de esta resistencia disminuyó de r_0 a r_1 . ¿Qué parámetros va a tener el nuevo régimen permanente, si la potencia activa del generador es constante y el valor de reactancia x no varía?

En calidad de parámetro característico Π tomamos la tensión en el punto C. Volvamos a trazar la curva de potencia I , construida con la resistencia r_0 , aumentando sus ordenadas en la relación r_0/r_1 (fig. 3.3, b); obtenemos la nueva curva 2. El punto de cruce α de la curva 2 con la curva de la potencia del generador P_G indica el valor de la tensión que debe establecerse si el régimen va a existir. Para que éste exista se necesita el balance de potencia reactiva. Con la tensión U_G éste se mantendrá: la curva de la potencia Q_G obtenida del generador y de la potencia de la carga Q_C se cruzaban en el punto β . Con U_1 la potencia Q_{G1} entregada por el generador es mayor que la potencia consumida por la carga. Por consiguiente, el régimen para $P_G = \text{const}$ y $r = r_1$ no puede existir.

Para que exista es necesario variar la potencia reactiva entregada por el generador en el punto de conexión de la carga C, disminuyendo la excitación del generador y rebajando con esto su f.e.m. E_G . Regulando E_G , obtenemos la dependencia $Q'_G = f(U)$, para la cual (cuando $U = U_1$), $Q'_{G1} = Q_{G1}$, o sea, se garantiza la existencia del régimen (fig. 3.3, c).

Realizar el régimen se puede de otra forma: conectando al punto C (fig. 3.3, d) una carga reactiva complementaria $Q_{G1} = Q_1$ que consume el exceso de potencia.

2. Analicemos la transmisión que enlace la central con las barras de tensión constante (o sea invariable tanto la frecuencia como la amplitud) por medio de una línea de tres circuitos (fig. 3.4, a). Notemos que las barras donde se aplica dicha tensión frecuentemente se les llama

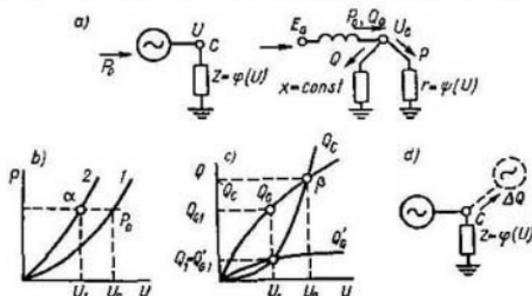


Fig. 3.3. Condiciones para la existencia del régimen permanente en el sistema más sencillo: a, esquema y circuito iniciales y distribución de la potencia; b, dependencia para determinar el régimen permanente; c, balance de la potencia reactiva como condición de existencia; d, esquema de conexión de la fuente de balance (reguladora) de la potencia reactiva

barras de potencia infinita (BPI). Comúnmente las barras del sistema, cuya potencia es cinco veces mayor que la potencia de la transmisión, se pueden considerar como BPI.

Supongamos que un circuito de la línea de transmisión se desconectó y el circuito toma la forma mostrada en la fig. 3.4, b . La reactancia entre los puntos donde se aplican las f.e.m. E

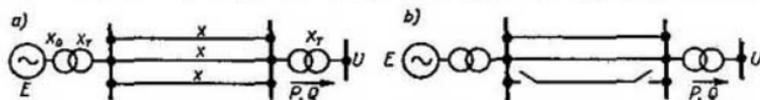


Fig. 3.4. Esquema del sistema inicial y después del cambio

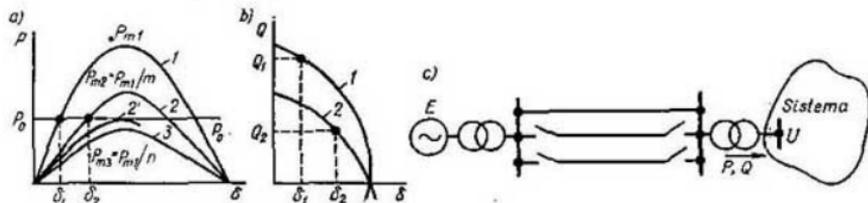


Fig. 3.5. Curvas de la potencia activa (a) y reactiva (b) del sistema mostrado en la fig. 3.4: 1, curva correspondiente al esquema mostrado en la fig. 3.5, a; 2, lo mismo para la fig. 3.5, b; 3, lo mismo para la potencia activa en caso de la desconexión de dos circuitos en el esquema de la fig. 3.4

constantes y la tensión U aumentó en la relación $m = (x_G + 2x_T + x/2)/(x_G + 2x_T + x/3)$. Respectivamente, el valor máximo de la potencia activa $P = P_{m2} \sin \delta$ (δ es el ángulo entre los vectores \vec{E} y \vec{U}) se hace m veces menor (fig. 3.5, a). Si la potencia activa entregada por el generador no varió, entonces el ángulo δ , que es tomado como el parámetro característico, aumenta de δ_1 a δ_2 . El nuevo valor de la potencia reactiva Q_2 , que es hallado por la curva 2 (fig. 3.5, b), siendo el ángulo δ_2 , se va a diferenciar del valor anterior Q_1 . De esta manera, después de variar los parámetros del sistema (en el caso dado la reactancia en m veces), el régimen puede existir, si se tiene la posibilidad de cambiar libremente la potencia reactiva. La curva 2' (fig. 3.5, a) puede rozar con la línea $P_0 = const$, entonces el régimen que corresponde al punto de tangencia

va a ser crítico. Si se desconectan dos circuitos de la transmisión (fig. 3.5, c), entonces la reactancia aumenta $n = (x_G + 2x_T + x)/(x_G + 2x_T + x/3)$ veces. Conforme a esto n veces disminuye el máximo de la curva $P = P_{ms}$ sen δ la cual en este caso no se intersecará con la curva $P_G = P_0 = \text{const}$ (y no se roza); por consiguiente, la existencia del régimen es imposible (fig. 3.5, a, curva 3).

3. Analicemos el sistema eléctrico de potencia, mostrado en la fig. 3.6, a, donde la carga C , que consume la potencia activa P_{G0} y reactiva Q_{G0} , siendo la tensión U_0 , es abastecida por

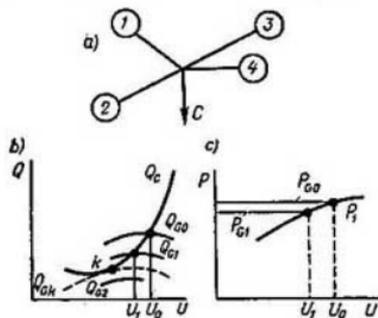


Fig. 3.6. Acerca de cómo determinar las condiciones de existencia del régimen y sus parámetros según el balance de la potencia reactiva:

a, esquema del sistema; b, curvas $Q = f(U)$;
c, curvas $P = f(U)$

— insuficiencia de potencia activa, o sea, la central que regula la frecuencia no asegura el balance de potencia activa.

Señalemos que el régimen crítico tendrá lugar en el punto k , donde $\partial Q_C/\partial U = \partial Q_{Gk}/\partial U$. Estos son los casos más sencillos para comprobar la probabilidad de existencia del régimen.

La noción de «insuficiencia», «escasez» de potencias activa y reactiva es convencional. Haciendo uso de las mismas se tiene en cuenta que los valores de la frecuencia y la tensión en el sistema no deben salir de un diapason dado por las normas. En este caso justamente es cuando se puede hablar en forma convencional de desbalance de potencia activa (convencionalmente, ya que físicamente en cada momento dado la potencia generada es igual a la consumida en la carga más la acumulada en los elementos electromecánicos).

3.4. Condición para la existencia del régimen del sistema

Analicemos el sistema compuesto de dos centrales de potencia finita. Si la carga se representa por impedancias constantes, las ecuaciones del sistema, de acuerdo a (2.20), van a tener la forma

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= E_1^2 y_{11} \text{sen } \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \text{sen } (\delta - \alpha_{12}); \\ P_2 &= E_2^2 y_{22} \text{sen } \alpha_{22} - E_1 E_2 y_{12} \text{sen } (\delta - \alpha_{12}). \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Transformemos (3.9) a la forma

$$p_1 = \text{sen } (\delta - \alpha_{12}) \quad \text{y} \quad p_2 = -\text{sen } (\delta + \alpha_{12}), \quad (3.10)$$

donde

$$p_i = \frac{P_i - E_1^2 y_{i1} \text{sen } \alpha_{i1}}{E_1 E_2 y_{12}}, \quad i = 1, 2.$$

En la fig. 3.7 se presentan las características correspondientes.

Entonces después de excluir de (3.10) la magnitud δ obtenemos que las magnitudes p_1 , p_2 y α_{12} están enlazadas por la fórmula

$$p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2 \cos 2\alpha_{12} = \text{sen}^2 2\alpha_{12},$$

la cual es la ecuación de una elipse *), construida en las coordenadas p_1 , p_2 (fig. 3.8). Dentro de la elipse los regímenes pueden existir.

En un sistema más complejo (número de centrales más de dos; se toman las cargas por sus características estáticas; se tiene en cuenta la regulación) las curvas $p = f(\delta)$ ya no van a ser

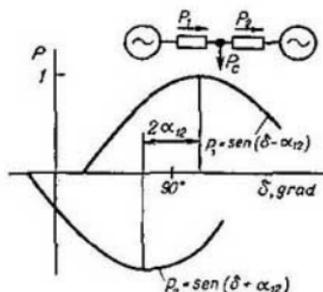


Fig. 3.7. Curvas de la potencia $P = f(\delta)$ del sistema «dos centrales — carga»

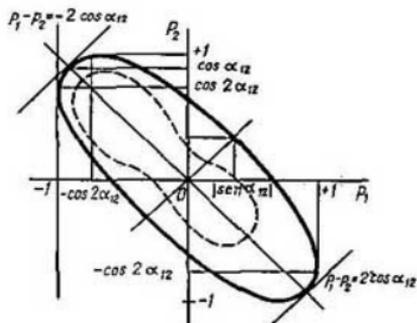


Fig. 3.8. Correlaciones de las potencias permitidas en el sistema mostrado en la fig. 3.7 según las condiciones de existencia (elipse de las potencias)

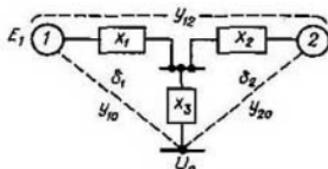


Fig. 3.9. Sistema en estudio compuesto de dos centrales, carga y BPI

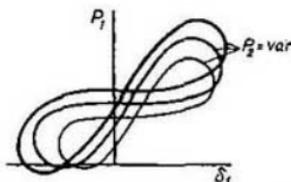


Fig. 3.10. Condiciones para la existencia del régimen en el sistema de la fig. 3.9:

a , deformación de la elipse de potencias;
 b , posibles cargas de la central 1; c , posibles cargas de la central 2

sinusoidales y las elipses $p_1 = f(p_2)$, etc., van a deformarse, como muestran las líneas interrumpidas en la fig. 3.8.

Para el sistema «dos centrales—barras de tensión constante U_0 » (fig. 3.9) el régimen se describe por dos ecuaciones:

$$P_1 = E_1 U_0 y_{10} \text{sen } \delta_1 + E_1 E_2 y_{12} \text{sen } (\delta_1 - \delta_2) + \dots; \quad (3.11a)$$

$$P_2 = E_2 U_0 y_{20} \text{sen } \delta_2 + E_2 E_1 y_{21} \text{sen } (\delta_2 - \delta_1) + \dots; \quad (3.11b)$$

*) Véase: Ю. Морозкин, П. Чертова. Метод расчета стационарного режима сложных электрических систем. — Электричество, 1974. (Yu. Morozhkin, P. Chertova. Método para calcular el régimen estacionario de los sistemas electroenergéticos complejos).

donde y_{10} , y_{20} son las admitancias mutuas entre las centrales y las barras; $y_{12} = y_{21}$ es la admitancia mutua entre los generadores.

Tomando la potencia P_2 como una magnitud constante dada, de (3.11b) se puede hallar el ángulo $\delta_2 = f(P_2, E_1, E_2, y_{20}, y_{21}, \delta_1)$ y, reemplazándolo en (3.11a), se puede determinar y trazar $P_1 = \varphi(\delta_1)$ para diferentes P_2 (fig. 3.10). Estas dependencias muestran las zonas de posible existencia de los regímenes del sistema.

En casos aún más complejos (tres centrales y más, cuando no hay BPI) el establecimiento de las condiciones de existencia requiere estudios de ecuaciones algebraicas no lineales que describan el régimen. Así, las ecuaciones de la red, que reflejan el balance de potencia en sus nodos, tienen la forma

$$\hat{S}_i = \hat{U}_i \sum_k (\hat{U}_i - \hat{U}_k) Y_{ik}, \quad i=1, \dots, n; \quad k=1, \dots, n+1, \quad (3.12)$$

donde \hat{S}_i , \hat{U}_i son, respectivamente, los complejos conjugados de la potencia y la tensión en el i -ésimo nodo; Y_{ik} son las admitancias complejas de las ramas que enlazan los nodos i y k .

El proceso iterativo para resolver estas ecuaciones puede tener convergencia y dar una solución, o puede divergir. El primer caso señala la existencia del régimen, el segundo no indica en forma directa su existencia y exige pruebas adicionales. Las ecuaciones no lineales de la forma (3.12) tienen varias soluciones, lo cual indica que teóricamente *) existe la posibilidad de que los regímenes permanentes no son unívocos. Se presenta el problema de trazar, bajo condiciones dadas, ciertas regiones que sean funciones de los parámetros del régimen y buscar en ellas subregiones con no más de una solución, o sea un régimen único, y regiones en las cuales no va a existir solución; en otras palabras, el régimen no puede establecerse y existir.

Sistema complejo. Para un sistema eléctrico de potencia que se compone de m centrales eléctricas en vez de (3.9) es necesario escribir

$$P_i = E_i^2 y_{ii} \operatorname{sen} \alpha_{ii} + \sum_{k \neq i}^m E_i E_k y_{ik} \operatorname{sen} (\delta_{ik} - \alpha_{ik}), \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (3.13)$$

El estudio de este sistema de ecuaciones permite establecer las correlaciones entre los parámetros con las cuales teóricamente el régimen no es único o en general no puede existir. La diferencia entre los parámetros del régimen encontrado, que lo caracterizan como existente, y los parámetros que corresponden al límite de la zona de existencia, indirectamente indica el grado de confiabilidad. En particular es evidente que todos los regímenes estables se van a encontrar dentro de la zona de existencia. Los cálculos de este género son muy complejos y requieren supuestos (de ordinario $E = \text{const}$, las potencias de las cargas se dan por $Z_c = \text{const}$, frecuencia constante) que hacen los resultados convencionales. Por esto aquí nos limitamos a los cálculos más sencillos, suponiendo que todo el sistema funciona y que la existencia del régimen se puede probar escogiendo sólo un eslabón dudoso, eslabón de transmisión (fig. 3.5) o un nodo (fig. 3.6).

3.5. Posibilidad de control y observación de los sistemas eléctricos de potencia

Para el exitoso funcionamiento de un sistema eléctrico de potencia es necesario establecer control en los regímenes permanentes y transitorios. En el caso más sencillo el control lo realiza el hombre-operador; en los más complejos (modernos) el control es ergomático: combinación del hombre y los dispositivos automáticos; en el futuro lo va a cumplir la cibernética, o sea el control por medio de máquinas que operan en un ciclo cerrado con enlace de retroalimentación. Para realizar cualquiera de estas tres formas de control, es necesario que el sistema posea

*) En la práctica de explotación de los sistemas no se han visto casos cuando el régimen no sea único.

la propiedad de **observabilidad**, que permita evaluar todos los parámetros de su régimen en aquella parte de ellos que puede ser medida directamente con aparatos, grabada y también inmediatamente (o después de ser transformada) «transmitida» al ordenador. La evaluación se puede hacer por unas cuantas funciones de los parámetros del régimen.

El control antes que todo exige estabilidad del régimen, además el sistema debe ser invariable a las interferencias, o sea tener la capacidad de resistir perturbaciones que aparecen durante su funcionamiento y conservar a la vez todas sus propiedades. La capacidad de ser controlable, en lo referente a la estabilidad, en parte ya está incluida directamente en las características del sistema, las cuales garantizan su **autorregulación**, y en parte está relacionada con el funcionamiento de los dispositivos de regulación. La propiedad principal de un sistema controlable es su capacidad de pasar de un régimen inicial (de partida) a un régimen exigido y viceversa por acción de una serie de accionamientos de control.

La **observabilidad**, sin la cual no se puede realizar el control, está relacionada con las propiedades topológicas *) del sistema eléctrico de potencia. En la realidad, el régimen de un sistema eléctrico de potencia está dado por las potencias, vectores de f.e.m. de los generadores y la tensión en los nodos, así como también por los coeficientes de transformación que son regulables. Para el estudio del régimen transitorio a estos parámetros se les agregan las constantes de inercia eléctricas y mecánicas de los generadores, los coeficientes de los reguladores de excitación y velocidad. Todos los parámetros actúan sobre el régimen y directamente se manifiestan en determinados puntos del sistema, cuyos elementos (generadores, transformadores, líneas, cargas) están **espacial** (geoméricamente) y **eléctricamente** (de acuerdo al circuito equivalente) ubicados a cierta distancia unos de otros. Por consiguiente, para hacer un sistema observable teniendo en cuenta dicha ubicación, es necesario de alguna forma situar los dispositivos de medición. A la vez no hay que perder de vista el hecho de que la información recibida contiene errores relacionados con la inexactitud de las mediciones, con que éstas no son hechas al mismo tiempo, interferencias en los canales de comunicación, errores en la transformación de las mediciones analógicas a numéricas (al ser pasadas al ordenador) y errores del personal. Algunos parámetros del régimen no son parámetros de un sistema determinístico sino estocástico**) lo cual debe tenerse en cuenta para asegurar que sea observable.

El problema de garantizar la observabilidad del sistema incluye los problemas de identificación de diferentes objetos dinámicos de los sistemas eléctricos de potencia, o sea, la simulación matemática que se asemeje por su comportamiento a los objetos a estudiar o que sea funcionalmente semejante a ellos. La tarea de diagnosticar las situaciones de avería en los sistemas eléctricos de potencia tiene en este problema una significación importante. Matemáticamente este problema se representa por la división del espacio n -dimensional (en el cual se encuentran los vectores que reflejan el régimen) en dos zonas que no se intersecan: 1) de situaciones de avería; 2) de situaciones normales. Para las situaciones de avería resulta necesario elegir el conjunto de parámetros que contengan la máxima información para el problema dado y determinar los procesos más efectivos para liquidar estas averías. En los márgenes de la disciplina estudiada no hay posibilidad de analizar

*) Sitio de ubicación de los diferentes elementos del sistema (*topos*—sitio, *logos*—tratado).

**) Un sistema determinístico es aquel cuyo funcionamiento está únicamente determinado por las influencias aplicadas y en ese sentido los parámetros de su régimen son estrictamente determinados. En un sistema estocástico las influencias son aleatorias y los parámetros del régimen dependen de las relaciones probabilísticas inherentes al sistema dado.

más adelante los problemas generales de la posibilidad de control y la observación *). Teniéndolas en cuenta vamos a tomar que el sistema es completamente controlable, observable y de un solo significado, determinístico.

Preguntas de control

- 3.1. ¿Cuáles son las cuatro exigencias fundamentales presentadas a los regímenes permanentes inicial y posterior a la avería?
- 3.2. ¿Qué índices caracterizan la calidad de la energía eléctrica?
- 3.3. ¿Qué es la probabilidad de existencia de un régimen?
- 3.4. ¿Qué es controlabilidad y observabilidad de un régimen?
- 3.5. Nombre los índices de calidad de un proceso transitorio.
- 3.6. ¿En qué consiste la idea de evaluar la calidad del proceso transitorio por el criterio complejo y cuál es la estructura de dicho criterio?
- 3.7. ¿Con qué está relacionado el nivel de frecuencia en el sistema?
- 3.8. ¿Con qué está relacionado el nivel de tensión en el sistema?
- 3.9. ¿En qué consiste el método grafoanalítico para determinar los parámetros del régimen permanente?
- 3.10. ¿Cómo se entiende la expresión usada frecuentemente en la práctica: «insuficiencia de potencia activa (o reactiva)»?

Temas para las ponencias

1. Calidad de los regímenes y los procesos transitorios.
2. Nivel de tensión y generación de potencia reactiva.
3. Nivel de frecuencia y generación de potencia activa.

*) Véase: В. Веников, Г. Кенгерлинский. Информация в электроэнергетике. В сб. Информация и кибернетика/Под ред. А. Берга — М.: Советское радио, 1967, с. 260. (V. Vénikov, G. Kengerlinksi. Información en la electroenergética); А. Гамм, И. Голуб, И. Кесельман. Наблюдаемость электроэнергетических систем. — Электричество, 1975, № 1, с. 12. (A. Gamm, I. Gólib, I. Kesselman. Observabilidad de los sistemas electroenergéticos); Л. Бозатмреп, Г. Стужиш. Использование методов теории распознавания образов для управления режимами сложных энергетических систем. — Электричество, № 12, 1975, с. 6. (L. Bogatyriv, G. Stijin. Empleo de los métodos de la teoría de identificación de imágenes para el control de los regímenes de los sistemas eléctricos de potencia complejos); К. Неволта. Management applications of systems theory. — Basel; Stuttgart: Birkhäuser, 1979. (Empleo de la teoría de los sistemas para los problemas del control).

La estabilidad como condición principal para que exista el régimen de un sistema eléctrico de potencia

4.1. La estabilidad en los sistemas eléctricos de potencia y métodos más sencillos para su estudio

El sistema eléctrico de potencia, que garantiza con su normal funcionamiento el trabajo de la industria, el transporte, la vida de la población o sea toda la vida activa de ciudades, regiones y de todo el país, debe funcionar con confiabilidad. La condición principal para un funcionamiento confiable es su *estabilidad* que quiere decir *la capacidad del sistema de restablecer su estado inicial*, o sea, su régimen de funcionamiento normal o prácticamente uno cercano a él, *después de cualquier violación* (grande o pequeña) *de dicho régimen*, de otra manera llamado perturbación. Se distinguen dos tipos de estabilidad:

estabilidad estática que se considera en dos aspectos:

— como propiedad del régimen permanente dado de autorrestablecerse cuando hay desviaciones pequeñas de sus valores iniciales en los parámetros del régimen o sea, no «desprenderse» de éstos;

— como propiedad de un régimen permanente que gradualmente desmejora de resistir pequeñas desviaciones y oscilaciones hasta cierto régimen límite. Estas

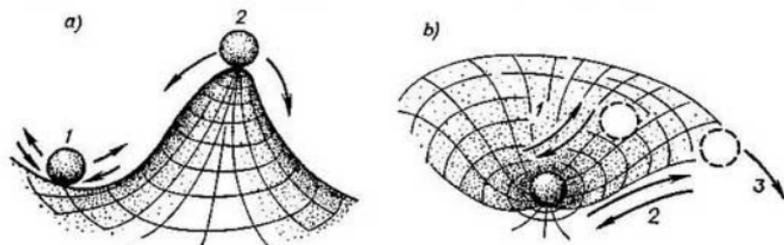


Fig. 4.1. Estabilidad estática (análogos estilizados) de una posición (régimen):

a, posición estable 1 y posición inestable 2; b, estabilidad oscilatoria 1 e inestabilidad en el proceso de oscilación 2, con la salida del régimen 3

dos formas de enfocar la estabilidad se muestran en el más sencillo análogo estilizado (fig. 4.1, a, b);

estabilidad dinámica, que se analiza para desviaciones grandes (comúnmente no lineales) de los parámetros Π_r y que con frecuencia están acompañadas de cambios en la configuración y parámetros del sistema eléctrico de potencia (número de elementos en operación), así como también en los valores de sus parámetros. Se distinguen dos tipos de estabilidad dinámica:

estabilidad de sincronismo, que es mantener el régimen después de oscilaciones grandes, pero sin que el rotor del generador dé la vuelta ($180-360^\circ$);

estabilidad resultante, que es restablecer el régimen después de ser perturbado durante un período corto (por ejemplo, cuando en el transcurso de algún tiempo los generadores del sistema eléctrico de potencia o algunas de sus partes funcionan fuera de sincronismo), pero el funcionamiento sincrónico normal se restablece después de unas cuantas vueltas del rotor. El restablecimiento puede tener lugar de *por sí mismo a raíz de las propiedades intrínsecas* del sistema o *por acción de los dispositivos especiales del sistema automático*. En la fig. 4.2, a, b se muestran los análogos más sencillos estilizados de los dos tipos de estabilidad dinámica.

Para garantizar la estabilidad el sistema debe funcionar con cierta reserva, caracterizada por el *coeficiente de reserva* K_r , o sea con parámetros que se diferen-

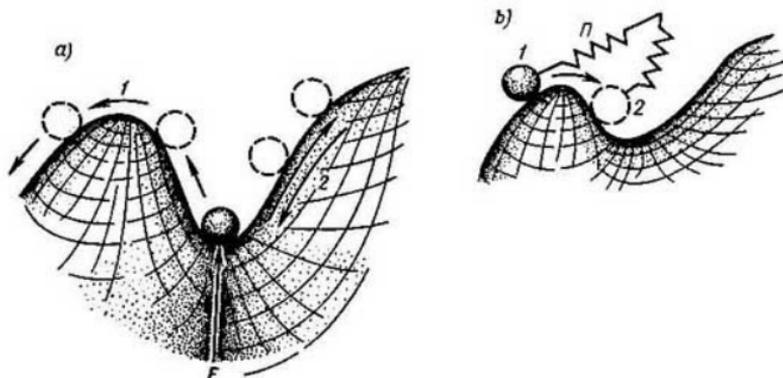


Fig. 4.2. Estabilidad dinámica (análogos estilizados):

a, estabilidad sincrónica: F, fuerza perturbadora; 1, proceso inestable; 2, oscilaciones; b, estabilidad resultante; regreso al estado inicial 2 del estado inestable 1

cian en $K_r > 1$ veces de los parámetros críticos los cuales pueden llevar a la pérdida de la estabilidad. Para determinar la reserva de estabilidad en un sistema dado (que funciona o se pronostica), cuyos parámetros son conocidos, y para elegir los medios de mejoramiento de la estabilidad, es necesario un análisis (cálculos) de la estabilidad para determinar los parámetros críticos. En una serie de casos se debe pasar a los problemas de síntesis, por ejemplo, determinar la variación de los parámetros del régimen en el tiempo: $\Pi_r = f(t)$, o sea establecer el tipo de proceso transitorio y qué clase de accionamientos se realiza con ayuda del sistema automático, para dar el carácter deseado (por una u otra razón) al proceso transitorio. La elección de los dispositivos y medidas que actúan durante el transcurso del proceso transitorio, por ejemplo, aquellos que contribuyen al restablecimiento del sincronismo después de que éste sea interrumpido, garantizándose así la estabilidad resultante, tiene que ver con el problema de control del proceso transitorio.

En el presente capítulo se estudiarán los casos más sencillos de estabilidad del régimen con respecto a las condiciones de desprendimiento y la estabilidad dinámica de sincronismo.

4.2. Estabilidad estática de un sistema según las condiciones de desprendimiento (desplazamiento) de los parámetros del régimen normal. Criterios prácticos

Como ya se indicó arriba, el régimen permanente de un sistema eléctrico de potencia puede ser inestable. En ese caso las perturbaciones pequeñas conllevan a una variación progresiva de los parámetros del régimen, los cuales al comienzo del proceso transcurren muy lentamente, apareciendo como una variación por sí misma a veces denominada *desprendimiento (desplazamiento)* de los parámetros del

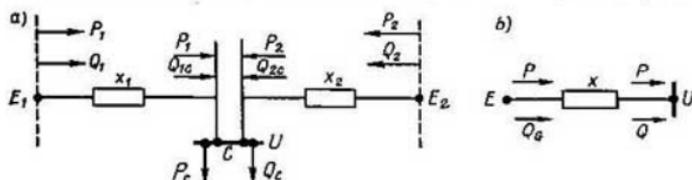


Fig. 4.3. Sistema en estudio:
a, esquema inicial; b, circuito equivalente

régimen normal del sistema. Las condiciones para que aparezca el desplazamiento se esclarecen del análisis de las correlaciones que caracterizan el régimen normal del sistema.

Veamos un sistema típico (fig. 4.3, a). El régimen permanente de dicho sistema se determina por las dependencias generales, que se pueden expresar analíticamente o representar de manera gráfica:

$$P_1 = \varphi_1(\delta_1, U, \omega);$$

$$Q_1 = \psi_1(\delta_1, U, \omega);$$

$$P_2 = \varphi_2(\delta_2, U, \omega);$$

$$Q_2 = \psi_2(\delta_2, U, \omega);$$

$$P_C = \varphi(U, \omega); \quad Q_C = \psi(U, \omega).$$

Aquí P_1, P_2 son las potencias activas entregadas por las centrales generadoras 1 y 2; Q_1 y Q_2 son las potencias reactivas correspondientes; P_C, Q_C son las potencias activa y reactiva en el nodo de carga. Éstas son las denominadas *características estáticas*, cuyos análogos más sencillos se muestran claramente en la fig. 4.4.

Supongamos que la desviación del régimen es causada por la variación de la potencia de una de las turbinas, o por variación de la potencia activa o reactiva de la carga o bien por acción simultánea de estos dos hechos. Suponiendo lo último, escribimos dos ecuaciones de los momentos en los ejes de los generadores *) y dos

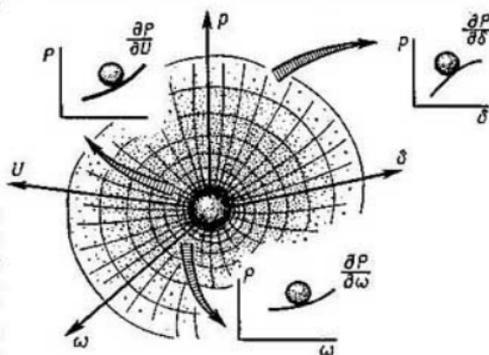


Fig. 4.4. Análogos estilizados evidentes de las características estáticas $P = \varphi(\delta, U, \omega)$

) Para desviaciones muy pequeñas y lentas del régimen, la potencia y el momento expresados por unidad, se consideran iguales $P_ = P/P_b = M/M_b = M_*$, ya que $P_* = \omega_{*0} M_*$, donde $\omega_{*0} \approx 1$. Sin embargo, se tiene en cuenta la influencia ejercida por la característica estática de la potencia (respecto a la frecuencia).

ecuaciones de balance de potencia en caso de la desviación del régimen:

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{para la central 1} \\
 &\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + 0 + \frac{\partial P_1}{\partial U} \Delta U + \left(\frac{\partial P_1}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T1}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = \Delta P_1; \\
 &\text{para la central 2} \\
 &0 + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \frac{\partial P_2}{\partial U} \Delta U + \left(\frac{\partial P_2}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T2}}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = \Delta P_2; \\
 &\text{para la carga 3} \\
 &\frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left(\frac{\partial P_1}{\partial U} + \frac{\partial P_2}{\partial U} - \frac{\partial P_C}{\partial U} \right) \Delta U + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial P_1}{\partial \omega} + \frac{\partial P_2}{\partial \omega} - \frac{\partial P_C}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = \Delta P_C; \\
 &\frac{\partial Q_{1C}}{\partial \delta_1} \Delta \delta_1 + \frac{\partial Q_{2C}}{\partial \delta_2} \Delta \delta_2 + \left(\frac{\partial Q_{1C}}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2C}}{\partial U} - \frac{\partial Q_C}{\partial U} \right) \Delta U + \\
 &\quad + \left(\frac{\partial Q_{1C}}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2C}}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_C}{\partial \omega} \right) \Delta \omega = \Delta Q_C.
 \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Aquí los valores $\partial P/\partial \delta$, $\partial P/\partial U$, $\partial P/\partial \omega$, $\partial Q/\partial \delta$, etc., son coeficientes que en caso de desviaciones de los parámetros del régimen ($\Delta \delta$, ΔU , $\Delta \omega$) no caracterizan el movimiento del sistema sino sólo su **tendencia a dicho movimiento**. Siendo las desviaciones pequeñas, estos parámetros se toman como magnitudes constantes. Suponiendo que los valores ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_C , ΔQ_C son conocidos, con ayuda del sistema de ecuaciones (4.1) es fácil encontrar cualquiera de las desviaciones indicadas de los parámetros del régimen, o sea $\Delta \delta_1$, $\Delta \delta_2$, ΔU , $\Delta \omega$. Por ejemplo,

$$\Delta \delta_1 = (M_{11}/D) \Delta P_1 + (M_{12}/D) \Delta P_2 + (M_{13}/D) \Delta P_C + (M_{14}/D) \Delta Q_C.$$

Aquí M_{11} , M_{12} , M_{13} , M_{14} son los menores correspondientes; D es el determinante principal del sistema de ecuaciones (4.1):

$$D = \begin{vmatrix}
 \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & 0 & \frac{\partial P_1}{\partial U} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T1}}{\partial \omega} \\
 0 & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U} & \frac{\partial P_2}{\partial \omega} - \frac{\partial P_{T2}}{\partial \omega} \\
 \frac{\partial P_1}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial U} + \frac{\partial P_2}{\partial U} - \frac{\partial P_C}{\partial U} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega} + \frac{\partial P_2}{\partial \omega} - \frac{\partial P_C}{\partial \omega} \\
 \frac{\partial Q_{1C}}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_{2C}}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_{1C}}{\partial U} + \frac{\partial Q_{2C}}{\partial U} - \frac{\partial Q_C}{\partial U} & \frac{\partial Q_{1C}}{\partial \omega} + \frac{\partial Q_{2C}}{\partial \omega} - \frac{\partial Q_C}{\partial \omega}
 \end{vmatrix} \quad (4.2)$$

En forma similar a como se calculó $\Delta \delta_1$ se pueden encontrar los valores de $\Delta \delta_2$, ΔU , $\Delta \omega$. Si el determinante D resulta ser igual a cero cuando los menores M no son iguales a cero, entonces esto significa que cualquier desviación por pequeña que sea de las magnitudes ΔP_1 , ΔP_2 , ΔP_C , ΔQ_C (de todas o de una) puede causar **variaciones ilimitadamente grandes** de los parámetros del régimen $\Delta \delta_1$, $\Delta \delta_2$, ΔU , $\Delta \omega$, o sea, los parámetros del régimen van a desprenderse espontáneamente de los valores iniciales. El criterio que señala que hay un régimen crítico va a ser la condición

$$D = 0.$$

El enfoque tomado aquí para el análisis es de por sí aproximado, ya que en él se pone en claro sólo la tendencia del sistema a la inestabilidad, sin tener en cuenta el carácter del movimiento, que depende de las constantes de inercia del sistema. De esta manera, los *criterios prácticos sólo ponen en claro el posible desplazamiento (desprendimiento) del régimen*, denominado de otra manera *inestabilidad aperiódica*, sin establecer la otra inestabilidad que puede aparecer en forma de oscilaciones, inestabilidad oscilatoria (autoimpulsión).

Tomando a base de razonamientos prácticos una serie de limitaciones ulteriores, por ejemplo fijando unos u otros parámetros del régimen (tomándolos constantes), o como se dice, «fijando las coordenadas dudosas», a partir de la condición $D = 0$ obtenemos criterios particulares, o sea criterios que actúan con unas u otras limitaciones y que son los denominados *criterios prácticos de estabilidad*. Así, siendo constantes la frecuencia ($\Delta\omega = 0$) en el sistema, la tensión en el punto nodal ($\Delta U = 0$) y la potencia de la turbina ($P_{T1} = P_{T2} = \text{const}$), el régimen crítico por estabilidad aparece cuando

$$dP_i/d\delta_i = 0, \quad (4.3)$$

donde $i = 1, 2$, etc.

Esto es evidente de la primera y segunda ecuaciones (4.1), las cuales dan

$$\Delta\delta_1 = \frac{\Delta P_1}{\partial P_1/\partial\delta_1}; \quad \Delta\delta_2 = \frac{\Delta P_2}{\partial P_2/\partial\delta_2}.$$

Cuando se fija la frecuencia ($\Delta\omega = 0$) y se conserva el balance de potencia activa en el nodo de carga ($\Delta P_C = 0$), la condición para el régimen crítico según la estabilidad va a ser

$$\partial Q_C/\partial U - \partial (Q_{1C} + Q_{2C})/\partial U = 0.$$

Designando $Q_{1C} + Q_{2C} = Q_G$, y tomando que la diferenciación se hace sólo por una de las variables, escribamos

$$d(Q_C - Q_G)/dU = 0, \quad \text{o sea,} \quad d\Delta Q/dU = 0. \quad (4.4)$$

Si se tiene en cuenta que $\Delta Q = \varphi(E_{\text{eqv}})$, donde E_{eqv} es la f.e.m. del generador equivalente del sistema, entonces en vez de (4.4) se puede escribir

$$dE_{\text{eqv}}/dU = 0, \quad \text{o} \quad dU/dE_{\text{eqv}} = \infty. \quad (4.5)$$

Comprobar que la última fórmula es correcta es fácil analizando el diagrama (fig. 4.5), del cual se hace evidente que $U = (E_{\text{eqv}} - Qx/E_{\text{eqv}})/\cos\delta$. Por consiguiente, cuando $\delta \rightarrow 90^\circ$, o sea, en el límite de estabilidad, $dU/dE_{\text{eqv}} = 1/\cos^2\delta \rightarrow \infty$ o bien $dE_{\text{eqv}}/dU \rightarrow 0$. Este criterio a veces es llamado *criterio de estabilidad de la carga*, cuyo nombre es evidente de lo siguiente. Supongamos que las dos centrales son iguales y que, por lo tanto, pueden ser unidas en una central de potencia P_G y Q_G .

A su vez,

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 = P; \quad Q_1 = Q_2 = Q; \quad \Delta\delta_1 = \Delta\delta_2 = \Delta\delta; \\ P_1 + P_2 = P_G; \quad Q_{1C} + Q_{2C} = Q_G; \\ Q_{G \text{ eqv}} = Q_G + \Delta Q; \quad \Delta P_1 = \Delta P_2 = 0; \quad \Delta P_C = 0. \\ \Delta\omega = 0. \end{aligned}$$

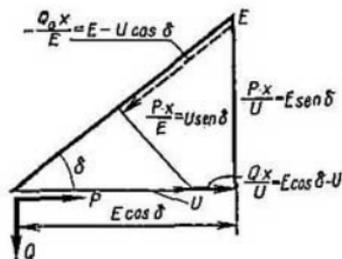


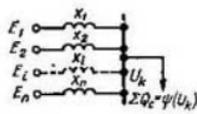
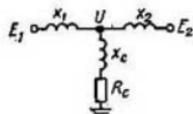
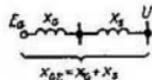
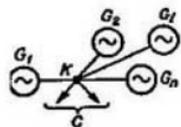
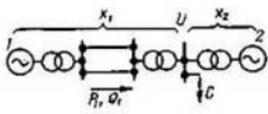
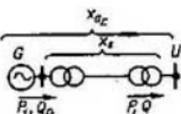
Fig. 4.5. Diagrama vectorial del sistema eléctrico de potencia más sencillo

Sistema eléctrico más sencillo
(generador - barras)

Dos centrales (dos generadores
equivalentes) de potencia com-
mensurable que funcionan a
una carga común

Sistema de multimá-
quinas, que tiene un
punto nodal

I. Esquema
típico y cir-
cuito equiva-
lente



II. Forma
de cómo se
da la carga

El generador suministra la po-
tencia a un sistema de gran po-
tencia (incomensurablemente
mayor)

$$Z_C = R_C \pm jX_C$$

Características está-
ticas de la carga comple-
ja: (U) ; $Q_C = \varphi(U)$

III. Crite-
rios del ré-
gimen límite

$$\frac{dP}{d\delta} = 0$$

$$\frac{dP}{d\delta_{12}} = 0$$

$$\frac{d\Delta Q_{G.C.}}{dU_h} = 0$$

IV. Con-
dición de
acercamien-
to al límite
según el pa-
rámetro

$$E_G, U = \text{const}, P = \text{var}$$

$$E_1, E_2 = \text{const}, U = \text{var}$$

$$P = \text{const}, E = \text{const},$$

δ

δ_{12}

U_h (del nodo)

V. Fórmu-
las de cálcu-
lo básicas

$$E_G = \sqrt{\left(U + \frac{Qx_{G\Sigma}}{U}\right)^2 + \left(\frac{Px_{G\Sigma}}{U}\right)^2};$$

$$P = \frac{E_G U}{x_{G\Sigma}} \sin \delta;$$

$$P_m = \frac{E_G U}{x_{G\Sigma}};$$

$$K_{rP} = \frac{P_m - P_0}{P_j} 100\%$$

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12});$$

$$P_m = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12};$$

$$K_{rP} = \frac{P_m - P_0}{P_0} 100\%$$

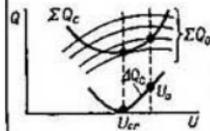
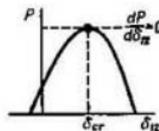
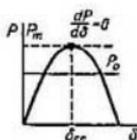
$$Q_{G1} = \frac{E_1 U_h}{x_1} \cos \delta_1 - \frac{U_h^2}{x_1};$$

$$\Sigma Q_G = \sum_{i=1}^n Q_{Gi};$$

$$\Delta Q_G = \Sigma Q_G - \Sigma Q_C;$$

$$K_{rU} = \frac{U_{h0} - U_h \text{ cr}}{U_{h0}} 100\%$$

VI. Pre-
sentación del
criterio y del
límite de
estabilidad



Entonces de acuerdo a (4.1) tenemos

$$\begin{aligned} (\partial P_G / \partial \delta) / \Delta \delta + (\partial P_G / \partial U) \Delta U &= 0; \\ (\partial Q_G / \partial \delta) \Delta \delta + [\partial (Q_G - Q_C) / \partial U] \Delta U &= \Delta Q_C. \end{aligned}$$

De las dos últimas ecuaciones hallemos

$$\Delta U = \Delta Q_C \left[\frac{\partial (Q_C - Q_G)}{\partial U} - \frac{(\partial P_G / \partial U) (\partial Q_G / \partial \delta)}{\partial P_G / \partial \delta} \right].$$

Supongamos que las características de la carga son tales que los generadores funcionan en un régimen cuando $\delta < 90^\circ$ y que por eso $\partial P_G / \partial \delta \neq 0$. Además de esto supongamos que $\partial P_G / \partial U = 0$. En estas condiciones la aparición de una pequeña variación en la potencia reactiva de la carga ΔQ_C puede conllevar a que la relación $\partial (Q_C - Q_G) / \partial U = 0$, y esto con un valor finito $\Delta Q = Q_C - Q_G$ va a indicar que la variación de la tensión ΔU en el punto nodal es ilimitada. En esto es donde la inestabilidad del sistema se presenta como la inestabilidad de la carga. Si se supone más adelante que la carga equivalente C se alimenta de unas barras, cuya tensión independiente (E o U) no está relacionada con el régimen, y que la única variable puede ser el cambio de la velocidad angular de los motores de la carga, entonces el criterio práctico para los motores de la carga va a ser $dP/d\omega = 0$ o en el caso de motores asincrónicos ($\omega = d\delta/dt = s$)

$$dP/ds = 0. \quad (4.6)$$

En la tabla 4.1 se presentan los criterios prácticos arriba obtenidos en determinada forma y se indican los casos típicos para su empleo.

Sin embargo, se puede obtener otro aspecto de ellos, variando las formas de escribir el sistema de ecuaciones del régimen normal, admitiendo otros supuestos y limitaciones. Así, por ejemplo, si la carga en el circuito (véase fig. 4.3) se representa por una impedancia constante, entonces la potencia generada por cada uno de los generadores (1, 2) va a depender de su ángulo mutuo $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ y de las características de frecuencia $P_{i=1,2} = \varphi(\delta_{12}, \omega_1, \omega_2)$. Entonces, en vez de (4.1) escribamos tres ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} (\partial \Delta \omega / \partial \delta_{12}) \Delta \delta_{12} - \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2 &= 0; \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 + \Delta P_1; \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \frac{\partial P_2}{\partial \omega_1} \Delta \omega_1 + \frac{\partial P_2}{\partial \omega_2} \Delta \omega_2 &= \Delta P_2. \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

Suponiendo en (4.7) que la diferencia de velocidades $\Delta \omega = \Delta \omega_1 - \Delta \omega_2$ es muy pequeña (de lo contrario habría que tener en cuenta la no sinusoidalidad), en (4.7) se toma aproximadamente $\Delta \omega \approx 0$. Entonces el determinante D del sistema (4.7) va a ser

$$D = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_2}{\partial \omega_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \omega_2} \end{vmatrix}. \quad (4.8)$$

La condición para que aparezca el régimen crítico de las dos centrales cuando $D = 0$ será la relación *)

$$\frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial P_2}{\partial \omega_2} + \frac{\partial P_2}{\partial \omega_1} \right) - \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \left(\frac{\partial P_1}{\partial \omega_1} + \frac{\partial P_1}{\partial \omega_2} \right) = 0. \quad (4.8a)$$

Si en el sistema la frecuencia es única $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, entonces se puede considerar que el régimen crítico va a aparecer cuando el llamado *determinante de los momentos sobrantés* DMS sea igual a cero [1]

$$D_{M.S} = \begin{vmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} & \frac{\partial P_2}{\partial \omega} \end{vmatrix} = 0. \quad (4.8b)$$

4.3. Interpretación energética de los criterios prácticos de estabilidad

La estabilidad o inestabilidad, de cualquier forma que se estudien, están de forma inminente enlazadas con las correlaciones energéticas; el sistema en estudio después de experimentar la perturbación o tiende a restablecer el régimen inicial (cercano a él), o sale del estado inicial. En el primer caso el sistema se califica como *estable*, en el segundo, como *inestable*.

En un régimen permanente la energía W_G , que es recibida por el sistema desde afuera, se consume en la carga W_C y para cubrir las pérdidas en la red ΔW :

$$W_G = W, \text{ donde } W = W_C + \Delta W.$$

Supongamos que las energías W_G y W , como ya se hizo para determinar los criterios prácticos, dependen sólo de un parámetro Π del régimen, que en lo sucesivo se llama *parámetro determinante* $W_G = \varphi_1(\Pi)$, $W = \varphi_2(\Pi)$. Si las propiedades del sistema son tales que el consumo de energía después de la perturbación (desviación $\Delta\Pi$) va a ser más intensivo que el aumento («generación») de energía ΔW_G que puede dar la fuente exterior, entonces el nuevo régimen (perturbado) no puede ser del todo abastecido de energía y en el sistema debe restablecerse el régimen permanente anterior (o un régimen cercano a él). Dicho sistema es calificado como estable (fig. 4.6, a).

Aquí con la variación de $\Delta\Pi$ aparece variación en el consumo de la energía ΔW , lo cual es un factor que frena el cambio del régimen, estimulado por la aparición de una energía adicional, ΔW_G , la «energía de generación». Matemáticamente la formulación de la condición de estabilidad, cuando hay una desviación $\Delta\Pi$ del parámetro determinante, evidentemente, va a ser la condición

$$\Delta W / \Delta\Pi > \Delta W_G / \Delta\Pi,$$

o en forma diferencial

$$d(W - W_G) / d\Pi > 0. \quad (4.9)$$

El caso de la inestabilidad cuando $d(W - W_G) / d\Pi < 0$ se muestra **) en la fig. 4.6, b.

*) En el cap. 8 se mostrará que la condición (4.8) ó (4.9) responden por completo a las condiciones de la pérdida aperiódica de la estabilidad en presencia de pequeñas oscilaciones. De esta manera, la prueba de la estabilidad del régimen inicial (véase parágrafo 4.2) es un caso particular de la determinación de la estabilidad por el método de oscilaciones pequeñas.

**) Subrayemos que cuando se utilizan los criterios de tipo (4.9) en problemas técnicos el juicio acerca de la estabilidad se obtiene, como ya se hizo antes, operando no con toda la energía del sistema, sino que con unas cuantas magnitudes que dependen de ella, establecidas (por razones prácticas) para cada problema concreto. De aquí aparecen los *criterios prácticos de estabilidad*.

De aquí se deduce la regla general:

regímenes estables van a ser aquellos en los que, bajo una perturbación, los factores que tienden a desequilibrarlos varían con menos intensidad que los factores que se oponen a dicho desequilibrio.

La interpretación geométrica de esta tesis presentada en la fig. 4.7, a se reduce a que en los regímenes estables la curva $F_1 = \varphi_1(\Pi)$ del factor que tiende a dese-

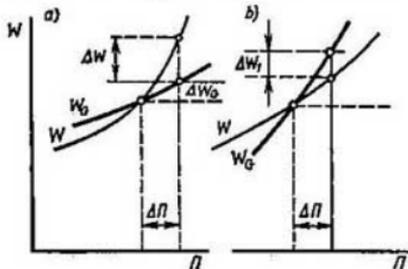


Fig. 4.6. Dependencias de la energía en los regímenes estable e inestable:

a, correlación entre la energía suministrada al sistema (W_G) y la consumida (W) en la carga en un régimen estable; b, lo mismo pero en un régimen inestable; ΔW , diferencia entre la energía suministrada al sistema y la consumida en éste

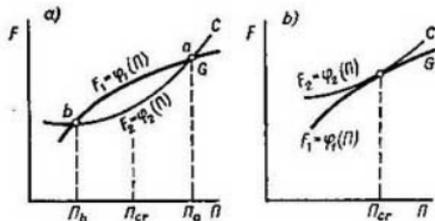


Fig. 4.7. Intensidad de variación de los factores que tienden a desequilibrar el régimen [$F_1 = \varphi_1(\Pi)$] y los factores que se oponen a esto [$F_2 = \varphi_2(\Pi)$]:

a, regímenes estable (punto a) e inestable (punto b); b, régimen crítico

quilibrar el régimen es dependiente más suave que la curva $F_2 = \varphi_2(\Pi_2)$ del factor que restablece el régimen (en la figura el punto a es un régimen estable, el punto b, inestable).

En los regímenes críticos, las curvas de la variación del factor que tiende a desequilibrar el régimen y del factor que lo restablece no se intersecan, y sólo se rozan una con la otra (fig. 4.7, b).

La evaluación de la estabilidad, partiendo de las correlaciones entre las características de tipo (4.9), las cuales muestran la intensidad de la influencia exterior en el sistema y el cambio de sus propiedades a causa de dicha influencia, se emplea en muchos casos. Así, en la física estadística una valoración similar se hace a base del conocido principio de Le Chatelier *); en la teoría de las oscilaciones se emplea el principio energético para determinar la estabilidad del régimen **), el que indica las condiciones de una posible «salida» del sistema del estado de equilibrio. En el curso de la resistencia de materiales suponen que el estado de un sistema deformable va a ser estable si la energía de su deformación resulta ser mayor que el trabajo de las cargas exteriores. Si las fuerzas exteriores son conservadoras, o sea el trabajo está condicionado sólo por la posición inicial y final y no depende de la trayectoria del movimiento, entonces la estabilidad se evalúa por el aumento de la energía total del sistema cuando hay variación de su estado ***). En los problemas de economía, biología y otros, existen los criterios de estabilidad similares a (4.9), los cuales tienen en cuenta la intensidad de variación de los factores que cambian o sostienen el régimen del sistema.

Correlaciones energéticas en los criterios prácticos de estabilidad. Sistema eléctrico de potencia más sencillo. Estudiemos la característica del sistema mostrado en la fig. 4.8, a compuesto de un generador sincrónico que opera a través de una

*) Véase: Л. Ландау, Е. Лифшиц. Статистическая физика. — М.: Наука, 1964, с. 84. (L. Landáu, E. Lifshits. Física estadística.)

***) Véase: А. Харкевич. Автоколебания. — М.: ГИТТЛ, 1953, с. 9—11. (A. Jarkievich. Autooscilaciones.)

****) Véase: А. Вольмир. Устойчивость деформируемых систем. — М.: Наука, 1967, с. 33, 39—42. (A. Volmir. Estabilidad de los sistemas deformables.)

reactancia x a unas barras de tensión constante. Supongamos que en este sistema el parámetro Π , del cual depende la variación del régimen y por el cual se debe hacer la prueba de la estabilidad, es el ángulo δ de separación de los vectores de la f.e.m. E y la tensión U . De la fórmula (4.9) de la energía es fácil pasar a la de la potencia, diferenciando respecto del tiempo sus ambos miembros. Entonces escribamos

$$\boxed{d(P - P_T)/d\Pi > 0,} \quad (4.10)$$

donde P es la potencia electromagnética del generador que frena la turbina; P_T es la potencia desarrollada por la turbina que tiende a aumentar el parámetro $\Pi = \delta$.

Si la potencia de la turbina no depende de la variación del ángulo, lo cual comúnmente se supone, entonces el criterio práctico de estabilidad del sistema más sencillo (fig. 4.8, a) tiene la forma

$$\boxed{dP/d\delta > 0.} \quad (4.11)$$

Si $dP_T/d\delta \neq 0$, entonces teóricamente son posibles los estados que se muestran en la fig. 4.8, a, cuando el sistema es estable en los regímenes 1, 2, 3, 4, 5 e inestable en los regímenes 9, 10, 11, 12. Los regímenes críticos van a ser 6, 7, 8

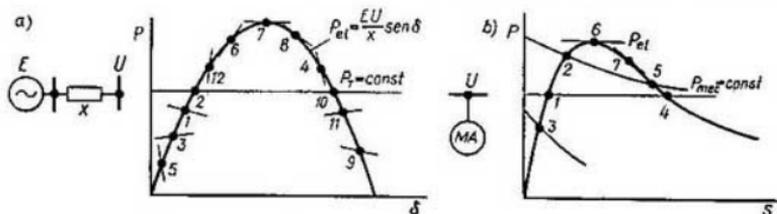


Fig. 4.8. Ejemplos de regímenes estables e inestables:

a, para un generador que funciona a unas barras de tensión constante; b, para un motor asincrónico. Con las líneas delgadas se representan las curvas de la potencia de la turbina $P_T = f(\delta)$ y las curvas $P_{mec} = f(s)$. Con líneas gruesas se dan las curvas de la potencia electromagnética $P_{el} = f(\delta)$ y $P_{el} = f(s)$

en los cuales la curva $P_T = f(\delta)$ resulta ser tangente a la curva $P_{el} = f(\delta)$. Al criterio $dP/d\delta > 0$ se le puede dar un enfoque físico simple. En los regímenes estables (por ejemplo, el régimen 2), cuando hay un aumento accidental pequeño del ángulo δ en la magnitud $\Delta\delta$ (perturbación del régimen), aparece un exceso del momento electromagnético (de frenado) sobre el mecánico (de rotación): $\Delta M_T = -\Delta P/\omega_0$ y el rotor que se desvió en $\Delta\delta$ regresa al estado inicial (estable).

Motor asincrónico. En la fig. 4.8, b se muestran las características de un motor asincrónico conectado a un punto notal del sistema, que tiene una tensión U constante. En este caso la estabilidad se prueba por el parámetro $\Pi = s$ (deslizamiento del motor) y por las correlaciones entre su potencia mecánica P_{mec} (que aumenta s) y eléctrica P (de rotación). El criterio (4.9) toma aquí la forma

$$\boxed{d(P_{el} - P_{mec})/ds > 0.}$$

Este criterio indica que en la fig. 4.8, b los regímenes 1, 2, 3 son estables, los regímenes 4, 5, inestables y 6, 7 son críticos. El enfoque físico consiste en el estudio de la variación de las correlaciones de los momentos de aceleración (electro-

magnético) y de frenado (mecánico) en caso de una perturbación del régimen. La diferencia del caso mostrado en la fig. 4.8, *a* consiste en que la perturbación es la variación del deslizamiento en Δs , y el momento eléctrico acelera el rotor (disminuye el deslizamiento) en vez de frenarlo (no disminuye la velocidad).

Cuando $P_{\text{mec}} = P_0 = \text{const}$, el criterio de estabilidad tiene la forma

$$dP/ds > 0. \quad (4.12)$$

Punto nodal del sistema. El nodo en el cual se garantiza el balance de la potencia activa (se tiene una central reguladora) pero puede haber desbalance de potencia reactiva, requiere para la estabilidad que se cumplan las condiciones

$$\boxed{d\Delta Q/dU > 0}, \quad \text{donde } \Delta Q = \Sigma Q_C - \Sigma Q_G.$$

En este caso son correctas las correlaciones energéticas que se establecen como funciones de la tensión, la cual depende del suministro (Q_G) y el consumo (Q_C) de la potencia reactiva.

4.4. Empleo de los criterios prácticos de estabilidad estática

El problema del empleo de los criterios prácticos de estabilidad estática se reduce al análisis del comportamiento del sistema ante una variación aleatoria corriente, relativamente pequeña, de los parámetros del régimen del sistema. Para esto, primero que todo es necesario encontrar la respuesta a la pregunta ¿conllevan o no las perturbaciones pequeñas del régimen, las cuales inevitablemente tienen lugar en el funcionamiento normal del sistema, a la salida lenta (desprendimiento) del régimen de su estado inicial y al paso del régimen sincrónico a uno no sincrónico? El análisis más sencillo que da una respuesta aproximada a dicha pregunta se hace con ayuda de los criterios prácticos de estabilidad estática. No obstante, estos métodos de estudio no pueden esclarecer si conllevan o no las perturbaciones del régimen en lo sucesivo a oscilaciones tales que por largo tiempo no van a tener atenuación, sino por el contrario, van a crecer (autoimpulsión). El estudio del carácter de las oscilaciones, el cual requiere tener en cuenta las constantes de inercia de los elementos del sistema, comúnmente, se lleva a cabo sin calcular la variación de los parámetros del régimen en el tiempo y permite responder sólo a la pregunta: ¿obtiene o no el sistema oscilaciones estacionarias o crecientes después de pequeños impulsos? El método de estudio se basa en la teoría de las oscilaciones pequeñas conocida en la mecánica (de acuerdo a esta teoría, el sistema no lineal estudiado se linealiza), en cuyo aparato se introduce una serie de complementos especiales.

Debido a que las dependencias $\Pi_1 = \varphi(\Pi_2)$ se analizan como estáticas, o sea que caracterizan el régimen normal y sus propiedades siendo muy lentas las variaciones del parámetro (tendencia del parámetro Π a variar), entonces en los criterios presentados siempre se puede reemplazar P por ωM , donde M es el momento de rotación, y, por consiguiente, en todos los criterios tipo (4.9) en vez de P se puede colocar M .

Reserva de la estabilidad estática. De cualquier régimen existente estable se puede obtener un régimen inestable recargándolo de manera consecutiva, por ejemplo, aumentando la carga. Comparando los parámetros del régimen estable existente Π_a con los parámetros del nuevo régimen Π_{cr} que se obtiene después de incrementar la carga y que está en el límite entre los regímenes estable e inestable, o sea el *régimen crítico*, hallamos (véase fig. 4.7, *a*, *b*).

$$K_{r \text{ est}} = \{(\Pi_{cr} - \Pi_a)/\Pi_a\} \cdot 100\%.$$

Por ejemplo, para un generador y un motor sincrónico, respectivamente (fig. 4.8, a, b)

$$K_{r.est} = [(P_7 - P_2)/P_2] \cdot 100\%;$$

$$K_{r.est} = [(P_6 - P_1)/P_1] \cdot 100\%.$$

La reserva de estabilidad (según la tensión) para un punto nodal del sistema será

$$K_{r.est} = [(U_0 - U_{cr})/U_0] \cdot 100\%.$$

4.5. Cálculos del régimen normal conjuntamente con la evaluación de su estabilidad estática

Si en el proceso de cálculo del régimen normal del sistema, que comúnmente se realiza en forma iterativa en cada una de sus etapas, calcular el determinante (4.2), entonces el pasa de éste por cero va a evidenciar inmediatamente que el régimen dado es físicamente inestable lo que se manifiesta en el desplazamiento o desprendimiento. Matemáticamente $D = 0$ debe significar pérdida de la convergencia (estabilidad) de la solución matemática. La relación entre la convergencia (estabilidad matemática) y la estabilidad física consiste en que cuando hay acercamiento al régimen crítico se desmejora la condicionalidad de la matriz que a su vez empeora la convergencia. Sin embargo, esta forma de evaluar la estabilidad presenta dificultades. En la práctica de los cálculos del régimen normal dichos cálculos están relacionados con soluciones iterativas del sistema de ecuaciones no lineales, las cuales, escritas de manera vectorial, tienen la forma

$$W(x, y) = 0$$

donde W es la función-vector de los desbalances de las potencias en los nodos del sistema; x , y son los vectores de las variables dependientes e independientes.

Las soluciones iterativas (por ejemplo, por el método de Newton) no siempre tienen estabilidad de cálculo (convergencia) en un régimen permanente físicamente estable y, viceversa, pueden ser matemáticamente estables en un régimen físicamente inestable. Por esta razón, para establecer la estabilidad, los cálculos iterativos de los regímenes permanentes se llevan a cabo para condiciones complementarias*), las cuales se estudian en la disciplina «Algoritmos de la energética».

4.6. Evaluación más simple de la estabilidad del paso de un régimen a otro (estabilidad dinámica y sus criterios prácticos)

Arriba fueron estudiadas las condiciones de estabilidad de un sistema que en el régimen permanente sufrió perturbaciones accidentales muy pequeñas (desviaciones del régimen), o sea las condiciones de estabilidad estática**). Para determinar dichas condiciones se emplearon los criterios prácticos, basados en el análisis conjunto de las características estáticas de las potencias eléctricas y mecá-

*) Véanse: В. Идельчик. Расчеты установившихся режимов электрических систем. — М.: Энергия, 1977. (V. Idelchik. Cálculo de los regímenes permanentes de los sistemas eléctricos de potencia); Оценка статической устойчивости электрических систем на основе решения уравнений установившегося режима/В. Веников, В. Строев, В. Идельчик, В. Тарасов — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974, № 5. (Evaluación de la estabilidad estática de los sistemas eléctricos de potencia a base de la solución de las ecuaciones del régimen permanente/V. Vénikov, V. Stróyev, V. Idelchik, V. Tarásov); И. Маркович, В. Баринов. О критерии статической устойчивости, базирующемся на сходности итерационного процесса установления последующего режима. — Известия АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970, № 5. (I. Márkovich, V. Bárinov. Acerca del criterio de estabilidad estática, basado en la convergencia del proceso iterativo de establecimiento del régimen estudiado); В. Баринов. К исследованию аperiodической устойчивости сложных электроэнергетических систем. — Электричество, 1976, № 7. (V. Bárinov. Sobre el estudio de la estabilidad aperiódica de los sistemas electroenergéticos complejos).

***) La definición de los conceptos «estabilidad estática» y «estabilidad dinámica» fue dada en los párrafos 1.1 y 4.1.

nicas (momentos de rotación y de frenado). Las características estáticas obtenidas para variaciones muy lentas del régimen reflejan su estado permanente. Ellas no dependen de las velocidades de cambio de los parámetros del régimen y de los parámetros del sistema (constantes de inercia, constantes de tiempo de los circuitos del rotor de las máquinas giratorias) que caracterizan dichas velocidades.

Cuando en el sistema aparecen perturbaciones grandes (cambios bruscos del régimen), tales como cortocircuitos, desconexión o conexión de cargas, generadores, transformadores, líneas de transmisión y otros elementos del sistema, en vez

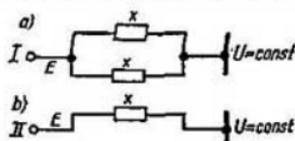


Fig. 4.9. Esquema del sistema más sencillo en estudio central—barras:

a, esquema inicial I; b, esquema después de la desconexión II (x o x_2)

del problema estático (estabilidad estática) hay obligación de estudiar el problema dinámico (estabilidad dinámica), en el que es necesario tener en cuenta la no linealidad de las características fundamentales [$P = \varphi(\delta)$, $Q = \psi(\delta)$, etc.] y, estudiando el movimiento del sistema, tener presentes sus parámetros inerciales que predeterminan las velocidades de variación de los parámetros del régimen.

En caso de perturbaciones más grandes, relacionadas con cambios bruscos del régimen, las f.e.m. de los generadores no van a ser constantes como se tuvo en cuenta, con suficiente argumentación, en el estudio de perturbaciones pequeñas (estabilidad estática).

Sin embargo, al considerar la variación de la f.e.m. en el tiempo [$E = f(t)$] se complican seriamente los cálculos y en la primera aproximación se pueden llevar a cabo en forma simplificada tomando en consideración el generador por medio de las características cuasitransitorias (cuasidinámicas) de la potencia, o sea para $E = E' = \text{const.}$

Entonces en caso de un sistema sencillo (fig. 4.9, a) escribamos

$$P = E^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + EU y_{12} \sin (\delta - \alpha_{12}). \quad (4.13a)$$

Si la resistencia no se tiene en cuenta entonces

$$P = EU y_{12} \sin \delta \quad \text{o bien} \quad P = \frac{EU}{x_{12}} \sin \delta, \quad (4.13b)$$

donde $y_{12} = 1/x_{12}$. En el caso más sencillo $x_{12} = x_2$ que es la reactancia total del circuito desde el punto de aplicación de la f.e.m. E hasta las barras U (fig. 4.9, b).

El momento electromagnético que actúa en el eje del generador y predetermina el carácter de su movimiento se halla como $M = P/\omega$, aunque en los procesos electromecánicos que se van a estudiar en este parágrafo se pueden admitir, sin gran error, que $\omega = \omega_0 + \Delta\omega \approx \omega_0$. De fundamento para esto sirve lo que la velocidad $\Delta\omega$ al comienzo del proceso (debido a que la inercia del rotor es grande) varía lentamente (100—200 grad/s) y corresponde, por lo tanto, a no más de 1—2% con relación a la velocidad de sincronismo ($\omega_0 = 360 \cdot 50 = 18\,000$ grad/s). En condiciones de tan pequeños cambios de la velocidad para los cálculos aproximados de estabilidad comúnmente se toman las variaciones del momento *) [cuando la escritura se hace por unidad ($\omega_0 = 1$)] numéricamente iguales a las variaciones de la potencia:

$$\Delta M = \Delta P / (\omega_0 + \Delta\omega) = \Delta P / \omega_0 \quad \text{o bien} \quad \Delta M_* = \Delta P_*,$$

respectivamente, $M_* = P_*$. Señalemos que en lo sucesivo el asterisco en las figuras y fórmulas se omite.

*) Se sobreentiende que la proporción $M = P/\omega$ es correcta para los valores de ω commensurables con ω_0 . No tiene sentido tomar dicha proporción cuando $\omega = 0$, etc.

Analicemos un cambio brusco del régimen en el sistema (fig. 4.9, a, b), causado por la desconexión de uno de los circuitos paralelos de la transmisión. Supongamos primero que la resistencia no se tiene en cuenta y tracemos las características del régimen de acuerdo a (4.13b) (fig. 4.10, a).

Del análisis de estas características se deduce que un cambio brusco de los parámetros del sistema conlleva a su paso del régimen I, que corresponde al circuito I (fig. 4.9), al régimen II correspondiente al circuito II. Esto provoca la variación del momento electromagnético en el eje de cada uno de los generadores del sistema desde $M_0^I = M_T$ hasta $M_0^{II} \neq M_T$ (fig. 4.10, a). El desbalance que aparece entre el momento acelerador de la turbina ΔM_0 y el momento electromagnético de frenado del generador ($\Delta M_0 = M_T - M^{II}$) conlleva a que el generador comienza a variar la velocidad. Si $M^{II} < M_T$, entonces la velocidad se va a aumentar más de la sincrónica en la magnitud $\Delta\omega$ (fig. 4.10, b). El momento excedente ΔM en este caso va a nivelarse no sólo con el momento electromagnético que corresponde a la energía eléctrica entregada por el generador a la red, sino que también con el momento que corresponde a la energía cinética acumulada por el rotor la cual se determina como $\int \Delta M d\delta = A$. La ecuación de mo-

vimiento del generador en el caso más sencillo (sin tener en cuenta el amortiguamiento y los efectos de los dispositivos de regulación) se escribe de la siguiente manera *):

$$\Delta M = M_T - M^{II} = T_J d\Delta\omega/dt.$$

Aquí T_J es un coeficiente que caracteriza la inercia del rotor del generador; $\Delta\omega$, la variación de la velocidad angular con relación a la sincrónica ω_0 ; $d\Delta\omega/dt = d^2\delta/dt^2 = \alpha$ es la aceleración; δ , el ángulo de desplazamiento de la f.e.m. del generador con relación al eje que gira con la velocidad angular ω_0 . El valor numérico y las unidades del coeficiente T_J dependen de la forma

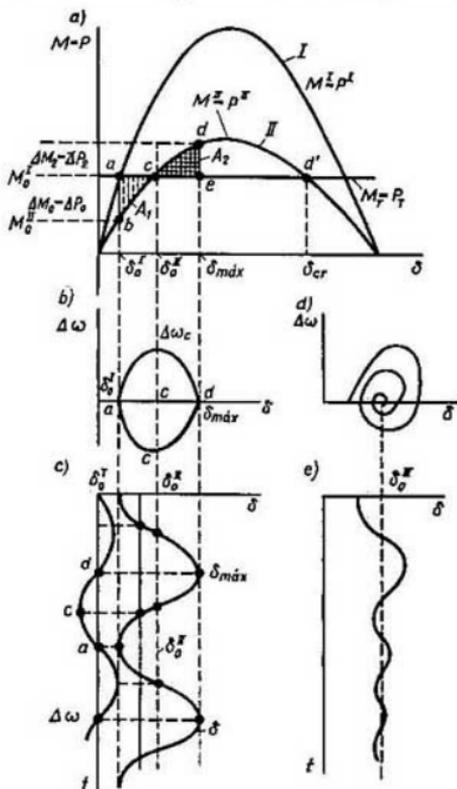


Fig. 4.10. Curvas del paso dinámico: esquema I - $P^I = (EU/0,5x) \sin \delta$; esquema II - $P^{II} = (EU/x) \sin \delta$;

a, curvas del régimen de $P = f(\delta)$ para los esquemas I y II; b, dependencia de la variación de la velocidad $\Delta\omega = \omega - \omega_0 = f(\delta)$ (en el plano fasorial); aquí ω es el valor corriente (en cada momento) de la velocidad, ω_0 , velocidad sincrónica; c, variación de $\delta = f(t)$, $\Delta\omega = \dot{\phi}(t)$, las denominaciones son las mismas que de la fig. b; d, variación de la velocidad $\Delta\omega = \dot{\phi}(\delta)$ cuando el sistema es disipativo; e, variación del ángulo $\delta = f(t)$ cuando el sistema es disipativo

*) Véase: A. Ivanov-Smolensky. Máquinas eléctricas, Mir, 1980.

de escribir la ecuación y de las unidades de los demás términos *). En caso general el momento M es función de la velocidad y varía cuando varía el régimen del sistema:

$$M^{II} = \varphi(\delta, \Delta\omega).$$

En el caso más sencillo se supone que $M^{II} = M_m^{II} \sin \delta$. Entonces escribamos $T_J d^2\delta/dt^2 = M_0 - M_m^{II} \sin \delta$, o suponiendo que $M = P$,

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_0 - P_m^{II} \sin \delta. \quad (4.14)$$

Cualquier variación inicial del régimen se refleja en el cambio del ángulo δ_0 , en los valores de la potencia P_0 , en la amplitud de la característica P_m .

Integrando (4.14), se puede determinar el cambio de la velocidad $\Delta\omega = f(t)$. Por el carácter de la variación de la velocidad $\Delta\omega(t)$ y del ángulo $\delta(t)$ se puede juzgar si el sistema conserva o no su funcionamiento en sincronismo (va a ser dinámicamente estable) después de una perturbación brusca y ulterior paso de un régimen a otro (fig. 4.10, c, d). Desafortunadamente, incluso en una forma tan sencilla, la integral de la ecuación (4.14), o sea la dependencia $\delta = f(t)$, no puede expresarse por medio de una combinación finita de magnitudes transcendentales conocidas. Aquí, también es imposible el empleo de funciones conocidas (calculadas de antemano y presentadas en tablas). Sólo en caso de una solución aproximada o en un caso particular la magnitud δ se puede expresar por medio de una función elíptica. La solución aproximada de dicho tipo es bastante trabajosa, y el caso cuando $P_0 = 0$ (que corresponde a la ausencia de momento de rotación en el motor primario) no representa interés desde el punto de vista práctico, por lo cual aquí no se va a estudiar. De esta manera, la integración de la ecuación de movimiento (4.14) o una similar a ella presenta serias dificultades. En la mayoría de los casos puede realizarse sólo con el empleo de métodos aproximados. Algunas veces la estabilidad dinámica del sistema se puede probar (a grandes rasgos) sin establecer el carácter del movimiento en el tiempo, partiendo de las correlaciones entre las variaciones posibles de la energía en diferentes fases del movimiento, o sea por medio del denominado método de las áreas. Para explicar este método analicemos la fig. 4.10.

La variación de las características de la potencia eléctrica $P = f(\delta)$ desde I a II , que está relacionada con el cambio del circuito (véase fig. 4.9), conlleva a la aparición de un momento ΔM de desbalance. Por acción de éste tiene lugar un desplazamiento relativo del rotor del generador **). La magnitud ΔM en caso general depende de la posición del rotor en el espacio, o sea del valor del ángulo δ .

Vamos a considerar que el movimiento del rotor sucede sólo por acción de fuerzas (momentos de rotación) dependientes de la posición de rotor en el espacio (sistema posicional), aunque en realidad en su movimiento influyen otros factores, en particular, la variación de la velocidad que en lo sucesivo se tiene en cuenta de manera aproximada.

Del curso de la mecánica teórica es sabido que en el movimiento de un punto material x con masa m a una velocidad v por acción de una fuerza F que depende de la posición de dicho punto, se realiza un trabajo que se define como el aumento de la energía cinética en el espacio recorrido. Así, por ejemplo, en el movimiento

*) Véase: Apéndice 3. Aquí y en lo sucesivo, si no se hace mención especial, las ecuaciones se escriben por unidad.

***) Se supone que en el caso de regímenes asimétricos el movimiento del rotor se predetermina sólo por la componente del momento de la secuencia positiva.

desde b_1 hasta b_2 con velocidad inicial igual a cero se puede escribir

$$\frac{mv^2}{2} = \int_{b_1}^{b_2} F dx = A. \quad (4.15)$$

La magnitud A en el gráfico $F = \varphi(x)$ se representa por el área proporcional a la energía cinética acumulada por el cuerpo en movimiento al variar la velocidad (véase Apéndice 3).

Pasando a las correlaciones que corresponden a un sistema eléctrico de potencia (véase fig. 4.9) y analizando la variación de la velocidad con relación a la velocidad constante de sincronismo ω_0 por analogía a (4.15) se puede escribir (fig. 4.10, a)

$$A_1 = \int_{\delta_0^I}^{\delta_0^{II}} \Delta M d\delta = \frac{T_J \Delta\omega^2}{2}. \quad (4.16)$$

Con los supuestos hechos, asumiendo $M = P$, se puede determinar la energía cinética en caso de desplazamiento del rotor desde el ángulo δ_0^I hasta el ángulo δ_0^{II} :

$$A_1 = \int_{\delta_0^I}^{\delta_0^{II}} (P_0 - P_m^{II} \sin \delta) d\delta = P_0 (\delta_0^{II} - \delta_0^I) + P_m^{II} (\cos \delta_0^I - \cos \delta_0^{II}).$$

En la fig. 4.10, a la magnitud A_1 se determina por el área $abca$.

Cálculo de la amplitud de las oscilaciones y prueba de la estabilidad en caso de cambios inesperados de la carga eléctrica de un generador. La variación del régimen del generador (que se refleja en la variación ya sea de la impedancia de enlace del generador con las barras de carga, o de la tensión en las barras de carga, o de su f.e.m.) conlleva al desplazamiento del punto que predetermina el régimen del sistema, de la curva I a la curva II siendo $\delta = \delta_0^I$. El desbalance ΔP_0 que aparece entre las potencias eléctrica y mecánica (momentos) provoca la aparición de la aceleración $\alpha = \Delta P/T_J$ y de un desplazamiento relativo del rotor (fig. 4.10, a, b, c) con una velocidad $\Delta\omega$ que se define de acuerdo a (4.16) según la fórmula

$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{2}{T_J} \int_{\delta} \Delta P d\delta}. \quad (4.17)$$

La variación de $\Delta\omega = f(\delta)$ se muestra en la fig. 4.10, b, la variación del ángulo $\delta = f(t)$ y de la velocidad $\Delta\omega = \varphi(t)$, en la fig. 4.10, c.

Durante el movimiento del rotor (fig. 4.10, a-c) cuando $\delta = \delta_0^{II}$ la potencia eléctrica y mecánica son iguales. No obstante, la presencia de la energía cinética A_1 acumulada por el rotor en el proceso de su aceleración y que es proporcional al área $abca$ hace que el rotor avance en su movimiento pasando por el punto c y aumente el ángulo δ . En el movimiento desde el punto c hacia el punto d el rotor es frenado por acción de la potencia eléctrica que se hace mayor que la mecánica. La energía cinética acumulada durante la aceleración a veces es denominada *energía de aceleración*. En una interpretación gráfica la energía $A_1 = A_{ace}$, que es igual al área $abca$, se «gasta» (pasa a potencial) durante el movimiento del rotor desde el punto c hacia el punto d . En el punto d toda la energía cinética obtenida durante la aceleración resulta ser «gastada» y la velocidad $\Delta\omega$ se hace igual a cero. No obstante, el movimiento no puede detenerse ya que la energía potencial alcanza su máximo y en el rotor actúa el momento eléctrico sobrante $\Delta M_2 = \Delta P_2$. Por acción de éste el rotor de nuevo se acerca al punto c con una velocidad $\Delta\omega_c = \Delta\omega_{\max}$ y una energía cinética $A_2 = A_{fren}$ (obtenida durante el frenado en el intervalo cd). Esta energía es proporcional al área $cdec$. En el punto b la velocidad $\Delta\omega$ y la energía cinética son iguales a cero y el proceso comienza de nuevo (por acción de $\Delta P_0 = \Delta M_0$; véase fig. 4.10, b).

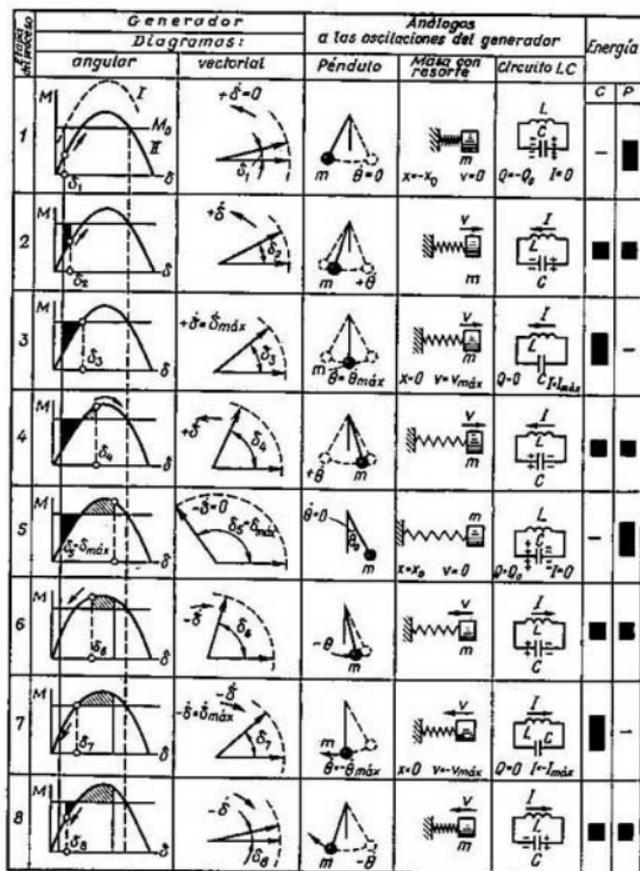


Fig. 4.11. Movimiento de los sistemas conservadores (generadores, péndulo, masas con resorte, circuito LC) y variación de su potencia cinética y potencial en diferentes etapas del movimiento

De esta manera, la energía acumulada por el rotor en el proceso de aceleración matemáticamente se expresa como la integral $\int_{\delta_0^I}^{\delta_0^{II}} \Delta P d\delta$ y se representa gráficamente por el área *abca*. La energía de frenado matemáticamente se expresa como la integral $\int_{\delta_0^{II}}^{\delta_0^{max}} \Delta P d\delta$ y se representa gráficamente por el área *cdec*. Estas áreas, que corresponden a la energía acumulada durante el frenado y la aceleración, en lo sucesivo las vamos a llamar, respectivamente, *áreas de aceleración y de frenado*.

La regla de las áreas en forma general se formula así:

$$A_{\text{acel}} = A_{\text{fren}} \quad \text{o} \quad \int_{\delta} \Delta P \, d\delta = 0. \quad (4.18)$$

Las proporciones (4.18) son el criterio práctico más sencillo de la estabilidad dinámica.

En todos los desplazamientos relativos del rotor la suma de la energía cinética [C] y potencial [P] queda invariable:

$$C + P = \text{const}, \quad \text{donde } C \equiv A_{\text{acel}}.$$

Algunas etapas del proceso de movimiento del rotor del generador (oscilaciones del generador) se muestran claramente en la fig. 4.11, donde al mismo tiempo se presentan las variaciones de la energía cinética y potencial en caso de oscilaciones del generador y cuando existen procesos similares a dichas oscilaciones. Todos los sistemas en la fig. 4.11 son conservadores; se supone que en ellos no hay pérdidas que dependen de la velocidad (no se tienen en cuenta la potencia de amortiguamiento, las pérdidas por fricción, etc.).

El método de las áreas, por consiguiente, se basa en la suposición de que no hay dispersión de la energía, o sea que el sistema en estudio es conservador *).

Cuando se tiene en cuenta la resistencia y, respectivamente, se emplea la fórmula de la potencia (momento) en la forma (4.13a), el sistema también se toma como conservador, por cuanto se supone que las pérdidas en él, I^2R , no dependen de la variación de la velocidad angular del rotor $\Delta\omega$. Por eso aquí se emplea con las mismas bases el método de las áreas.

Caso crítico. Es posible el caso en que la energía gastada durante el frenado se iguale exactamente a la obtenida durante la aceleración en el punto d' cuando $\Delta P = 0$. Este punto se puede llamar crítico, ya que con un pequeño aumento del ángulo δ por encima del valor $\delta_d = \delta_{cr}$ en el rotor van a actuar fuerzas aceleradoras. En la fig. 4.12 se presenta dicho caso: las áreas de aceleración y de frenado se igualaron precisamente cuando el rotor llegó hasta el punto d' . En el punto d'

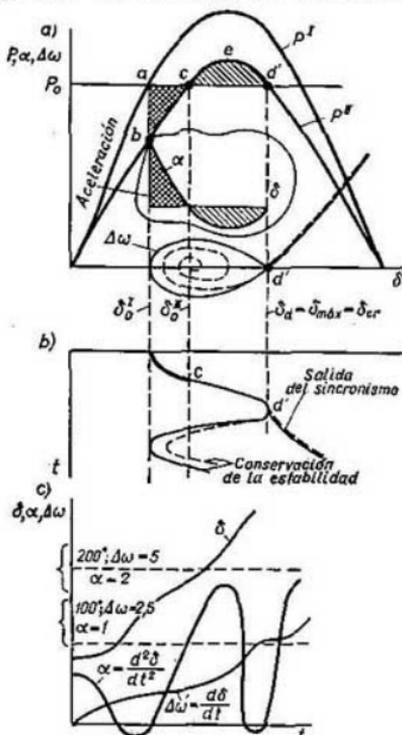


Fig. 4.12. Caso límite durante el desequilibrio del régimen del sistema:

a, curvas angulares de la potencia $P = f(\delta)$; curva de la aceleración $\alpha = f(\delta)$ y de la velocidad $\Delta\omega = f(\delta)$; b, posibles variaciones de δ en el tiempo; c, curvas posibles de la variación de los parámetros del régimen $\delta, \alpha, \Delta\omega$ en el tiempo

* Para un análisis cualitativo el método de las áreas se puede emplear también en los casos cuando el sistema no es conservador, o sea cuando en el movimiento relativo del sistema hay variación de su energía total debida a las pérdidas que dependen de la velocidad de movimiento del rotor (véase cap. 7).

la energía cinética y la velocidad $\Delta\omega$ se hicieron iguales a cero; las fuerzas que actúan sobre el rotor (aceleración α) también son iguales a cero. Teóricamente esto es el estado de equilibrio. No obstante, es inestable, ya que la más mínima desviación del rotor conlleva a que aparezca un momento de frenado o de aceleración. Comienza ya sea el frenado del rotor, con su ulterior regreso al punto estable de equilibrio c , o el aumento progresivo del ángulo y la salida del sincronismo. La salida del sincronismo cuando se llega al punto crítico d' se caracteriza por el aumento gradual del ángulo. Esta forma de *pérdida de la estabilidad* se denomina a veces *aperiódica*. En los sistemas conservadores la *pérdida de la estabilidad* siempre

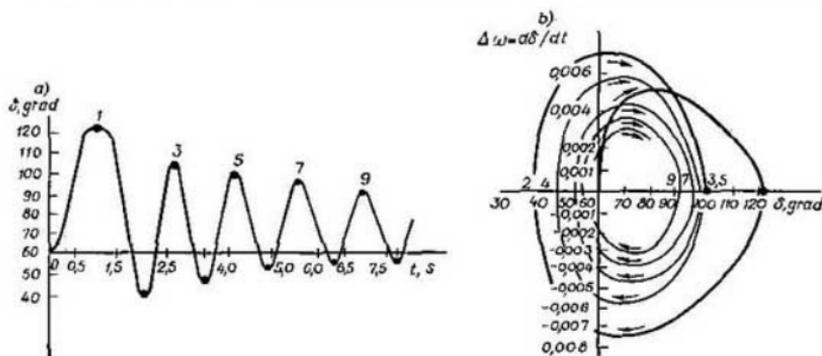


Fig. 4.13. Proceso transitorio en un sistema estable:

a, variación de $\delta = f(t)$; b, variación de $\Delta\omega = \int\alpha dt$

sucede en forma *aperiódica*. Los casos de la pérdida de la estabilidad en forma oscilatoria, o autoimpulsión, que también son posibles en los sistemas eléctricos de potencia, se verán más adelante.

En el caso cuando el sistema se encuentra en el límite de estabilidad (punto d') que es el caso crítico, son igualmente probables tanto la conservación de la estabilidad durante el paso del régimen I al régimen II, como su pérdida.

La mayoría de las ilustraciones en este capítulo, las cuales muestran el carácter de los procesos transitorios, se refiere a los sistemas conservadores. Cómo varía el carácter de estos procesos cuando se tienen en cuenta las pérdidas que dependen de la velocidad (sistema disipativo) se ve en la fig. 4.10, d, e y 4.13.

Reserva de estabilidad. La seguridad en la estabilidad del paso va a ser evidente en los casos cuando en presencia de oscilaciones el rotor no alcanza la posición crítica (punto d') en la que puede comenzar el aumento progresivo del ángulo. Este paso que de antemano es estable se mostró en la fig. 4.10. Toda la energía obtenida durante la aceleración del rotor (área $A_{\text{acel}} = abca$), se iguala a la energía de frenado (área $A_{\text{fren}} = cdec$) antes de acercarse al punto crítico d' . El área de posible frenado $A_{\text{pos.fren}} = cdd'ec$ aquí es mayor que el área de aceleración en $\Delta A = A_{\text{pos.fren}} - A_{\text{acel}}$. Por el signo de ΔA se puede determinar si el paso dado es estable o no.

La magnitud ΔA sirve como índice cuantitativo de la reserva de estabilidad:

$$K = A_{\text{pos.fren}}/A_{\text{acel}} = (A_{\text{acel}} + \Delta A)/A_{\text{acel}} = 1 + \Delta A/A_{\text{acel}}$$

De esa manera, cuando $K > 1$ el paso es estable; cuando $K = 1$ tiene lugar el caso crítico; para $K < 1$ el paso es inestable.

Las relaciones establecidas son fáciles de expresar matemáticamente. De acuerdo a la fig. 4.10, tenemos

$$\Delta A = A_{\text{pos.fren}} - A_{\text{acel}} = \int_{\delta_0^I}^{\delta_{cr}} P_m^{II} \sin \delta \, d\delta - \int_{\delta_0^I}^{\delta_{cr}} P_0 \, d\delta;$$

$$\delta_{cr} = 180^\circ - \delta_0^{II} = 180^\circ - \arcsen \frac{P_0}{P_m^{II}} = 180^\circ - \arcsen \frac{P_m^{II} \sin \delta_0^I}{P_m^{II}}.$$

Es evidente que

$$P_m^{II}/P_m^I = (P_0 - \Delta P_0)/P_0 = 1 - \beta_0,$$

donde $\beta_0 = \Delta P_0/P_0$ muestra la variación de la potencia, en porciones de la carga, que tiene lugar en el régimen inicial.

Teniendo en cuenta la última proporción, la magnitud δ_{cr} se escribe:

$$\delta_{cr} = 180^\circ - \arcsen [\sin \delta_0^I (1 - \beta_0)].$$

En la fig. 4.14 se muestra la variación de las características eléctricas del sistema que causan la salida del sincronismo, o sea la pérdida de la estabilidad dinámica. El área de frenado *cedc* es demasiado pequeña, y aunque el aumento de la velocidad en el intervalo *cd* se detiene, el ángulo continúa aumentando. Si la amplitud de la curva *II* fuera menor que P_0 (curva *II'*), entonces el aumento de la velocidad sería continuo, como se muestra en la fig. 4.14, *a* con líneas interrumpidas. La variación del ángulo en este caso está representada en la fig. 4.14, *b* también con líneas interrumpidas. En la fig. 4.14, *a* la variación de la aceleración $\alpha = f(\delta)$ se destaca en una curva separada.

Cálculo del ángulo límite de desconexión de un cortocircuito. En la fig. 4.15, *a* se muestran tres características de los regímenes: normal *I*, de avería *III* en el que se varía la impedancia de enlace Z_{12}^{II} de acuerdo a las condiciones de la avería, posterior a la avería *II*, o sea del régimen cuando la sección del sistema que sufrió la falla está desconectada.

Todas las características están construidas teniendo en cuenta la resistencia del circuito del estator, o sea por la fórmula (4.13a).

Debido a la presencia de las resistencias, las características sinusoidales (fig. 4.15, *a*) se levantan en $P_{11} = E^2 y_{11}^{II} \sin \alpha_{11}$ y, respectivamente, en $P_{11}^{III} = E^2 y_{11}^{III} \sin \alpha_{11}$ y se desplazan hacia la izquierda en α_3 y α_2 . El sistema se mantiene conservador, ya que se supone que las resistencias no dependen de la frecuencia.

Igualando las expresiones para las áreas de aceleración (durante la avería) y de frenado (régimen posterior a la avería), escritas de acuerdo a la fig. 4.15, *a*, obtenemos las proporciones

$$\int_{\delta_0^I}^{\delta_{\text{desc. lim}}} \{P_0 - [P_{11}^{III} + P_m^{III} \sin(\delta - \alpha_3)]\} d\delta =$$

$$= \int_{\delta_{\text{desc. lim}}}^{\delta_{cr}} \{P_0 - [P_{11}^I + P_m^I \sin(\delta - \alpha_2)]\} d\delta.$$

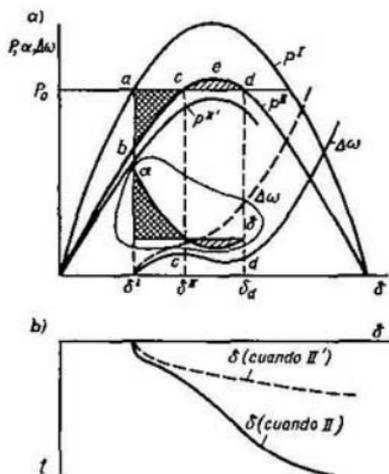


Fig. 4.14. Características del sistema durante la variación del régimen que causa la inestabilidad:

a, curvas angulares de la potencia $P = f(\delta)$, curvas de la aceleración $\alpha = f(\delta)$ y la velocidad $\Delta\omega = \int \alpha dt$ (con la línea interrumpida se muestra la curva de variación de $\Delta\omega$ cuando $P_m^{II'} < P_0$); b, variación del ángulo en el tiempo (con la línea interrumpida se muestra la curva de variación del ángulo para la curva II')

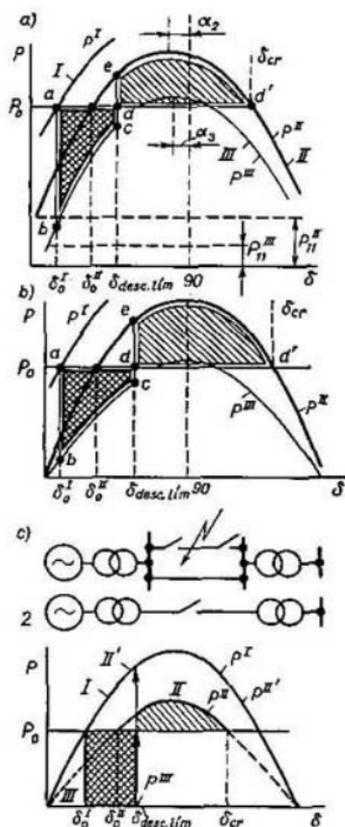


Fig. 4.15. Determinación del ángulo límite de desconexión del cortocircuito (cc) $\delta_{desc.lim}$:

a, curva angular de la potencia $P = f(\delta)$ para un sistema que posee resistencia; $abed$ es el área de aceleración (A_{ace}); $ded'd$ es el área de frenado A_{fren} ; b, lo mismo en ausencia de la resistencia. En los casos a y b los valores $A_{ace} = A_{fren}$; c, curvas de $P = f(\delta)$ para un cortocircuito trifásico al comienzo de la transmisión (esquema 1) y cuando hay desconexión total de la transmisión (esquema 2); III, cortocircuito trifásico en las barras de la central para el esquema o desconexión de la transmisión de un solo circuito; II, régimen posterior a la avería (para el esquema a) después de un cc con un circuito desconectado; II', régimen posterior a la avería (para el esquema b) después de la reconexión (el régimen posterior a la avería coincide con el inicial), el área de frenado en este caso no se muestra; I, régimen normal

Después de integrar y resolver la ecuación encontrada hallamos

$$\cos[\delta_{desc.lim} - 0,5(\alpha_2 + \alpha_3)] \approx$$

$$\frac{(P_0 - P_{II}^{III})\delta_{cr} - (P_0 - P_{II}^{III})\delta_0^I + P_m^{II} \cos(\delta_{cr} - \alpha_2) - P_m^{III} \cos(\delta_0^I - \alpha_3) + (P_{II}^{III} - P_{II}^{III}) \left(\frac{\delta_0^I + \delta_{cr}}{2} \right)}{P_m^{II} - P_m^{III}} \quad (4.19a)$$

Aquí

$$\delta_{cr} = \pi - \arcsen \frac{P_0 - P_{II}^{II}}{P_m^{II}} - \alpha_2.$$

Despreciando la resistencia y, por consiguiente, suponiendo que $P_{II}^{II} = 0$, $P_{III}^{III} = 0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$, obtenemos las proporciones que gráficamente se muestran en la fig. 4.15, b. La fórmula (4.19a) toma la forma

$$\cos \delta_{desc. lim} = \frac{P_0 (\delta_{cr} - \delta_0^I) + P_m^{II} \cos \delta_{cr} - P_m^{III} \cos \delta_0^I}{P_m^{II} - P_m^{III}}. \quad (4.19b)$$

Cuando hay cortocircuito trifásico o desconexión completa de la transmisión, las características toman la forma mostrada en la fig. 4.15, c. En la fórmula (4.19b) para determinar el ángulo límite se debe tomar $P_m^{III} = 0$.

Prueba de la estabilidad cuando hay reconexión automática (RA) trifásica o por fases de las líneas de transmisión. Gran parte de los cortocircuitos monofásicos

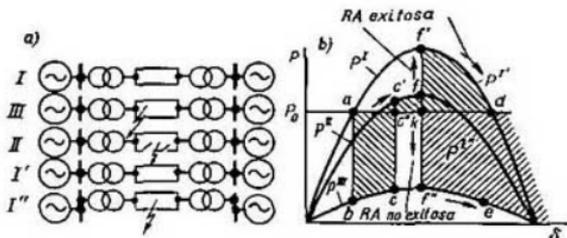


Fig. 4.16. Esquemas (a) y regímenes (b) durante la RA (reconexión automática) en la línea de dos circuitos o para una RA por fase:

I, régimen normal (inicial); II, régimen de desconexión de la sección averiada (una línea paralela o una fase); el área de frenado hasta la reconexión es $c'e'f'hc''$; III, régimen de cc (cortocircuito); $A_{acel} = \text{área } (abcc'a)$; I', régimen posterior a la conexión de la sección en el caso de una RA exitosa; $A_{fren} = \text{área } (I'f'dh'f + c'e'f'hc'')$; I'', régimen posterior a la reconexión de la sección en el caso de una RA no exitosa (el cc no desaparece), el área de aceleración no es limitada y el ángulo aumenta continuamente según la curva $f'e''$.

que aparecen en las líneas de transmisión puede desaparecer si se desconecta la sección perjudicada de la fuente de tensión. Tales pueden ser, por ejemplo, las averías que tienen que ver con la aparición de un arco en los aislantes de uno de los conductores, o «en una de las fases» de la línea de alta tensión; cuando se desconecta la fase, el arco puede desaparecer y la fase, en la cual sucedió la avería, puede ser de nuevo conectada a su funcionamiento normal.

La reconexión automática puede ser trifásica, si en caso de una avería en la línea se desconectan y vuelven a conectarse los tres conductores o las tres fases de la línea; también puede ser por fases, si se desconecta sólo la fase perjudicada o, respectivamente, dos fases. La RA se considera exitosa si durante el tiempo de desconexión de la línea (fase) el cortocircuito desaparece, y después de su conexión puede restablecerse el funcionamiento normal; la RA se considera no exitosa, si se hace la reconexión y el cortocircuito se mantiene. El empleo de la RA es limitado por la posibilidad de que se pierda la estabilidad del sistema. Para una RA trifásica en una línea de un solo circuito la característica del régimen de avería tiene la misma forma que cuando hay un cortocircuito trifásico (desconexión de la transmisión $P_m^{III} = 0$) y el régimen posterior a la avería (después de la RA) se caracteriza por la misma dependencia $P = f(\delta)$ que el inicial.

Características ejemplares con cortocircuitos y posterior RA por fases o RA en una línea de dos circuitos se muestran en la fig. 4.16.

Método de las áreas en el estudio de estabilidad de dos centrales. Un sistema que se compone de dos centrales y cargas intermedias, por medio de transformaciones sencillas se puede reducir a un sistema simple *) «central — barras de tensión constante». Mostremos cómo se hace en el ejemplo del sistema presentado en la fig. 4.17. Supongamos que en el circuito dado hay variación de las cargas, del número de generadores en funcionamiento o de las líneas conectadas para operación.

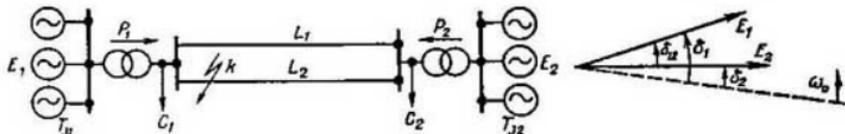


Fig. 4.17. Esquema del sistema en estudio compuesto de dos centrales y cargas

La variación de la potencia eléctrica entregada por los generadores de las centrales o de su potencia mecánica crea un desbalance de potencia activa (perturbación) en cada una de las centrales, o sea que en las centrales 1 y 2, respectivamente:

$$\begin{aligned}\Delta P_1 &= P_{\text{mec } 1} - E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} - E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}); \\ \Delta P_2 &= P_{\text{mec } 2} - E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12}).\end{aligned}$$

Las magnitudes presentadas aquí corresponden a un régimen ya variado.

Las perturbaciones ΔP_1 y ΔP_2 provocan el desplazamiento de los rotores de la central creando así una aceleración

$$\alpha_1 = \Delta P_1 / T_{J1} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \Delta P_2 / T_{J2},$$

o bien

$$d^2 \delta_1 / dt^2 = \Delta P_1 / T_{J1} \quad \text{y} \quad d^2 \delta_2 / dt^2 = \Delta P_2 / T_{J2}.$$

Restando término por término la segunda igualdad de la primera, obtenemos

$$d^2 (\delta_1 - \delta_2) / dt^2 = \alpha_1 - \alpha_2 = \Delta P_1 / T_{J1} - \Delta P_2 / T_{J2} = \alpha, \quad (4.20)$$

donde $\delta_1 - \delta_2 = \delta_{12}$ es el ángulo mutuo; α , la aceleración relativa que crea el desplazamiento de la central 1 con relación a la central 2.

La ecuación (4.20) se puede volver a escribir de la forma

$$T_{J \text{ eqv}} d^2 \delta_{12} / dt^2 = (\Delta P_1 T_{J2} - \Delta P_2 T_{J1}) / (T_{J1} + T_{J2}) = T_{J \text{ eqv}} \alpha,$$

donde $T_{J \text{ eqv}} = T_{J1} T_{J2} / (T_{J1} + T_{J2})$.

Continuando se puede representarla de la siguiente manera:

$$T_{J \text{ eqv}} d^2 \delta_{12} / dt^2 = P_{\text{mec. eqv}} - P_{\text{el. eqv}}, \quad (4.21)$$

donde

$$\begin{aligned}P_{\text{mec. eqv}} &= (T_{J2} P_{\text{mec } 1} - T_{J1} P_{\text{mec } 2}) / (T_{J1} + T_{J2}); \\ P_{\text{el. eqv}} &= \frac{(T_{J2} P_{11} - T_{J1} P_{22})}{T_{J1} + T_{J2}} + \frac{P_{\text{mec eqv}} [T_{J2} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}) + T_{J1} \sin (\delta_{12} + \alpha_{12})]}{T_{J1} + T_{J2}} + \dots\end{aligned}$$

con la particularidad de que

$$P_{\text{mec eqv}} = E_1 E_2 y_{12}; \quad P_{11} = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11}; \quad P_{22} = E_2^2 y_{22} \sin \alpha_{22}.$$

Conforme a la ecuación (4.21) pueden ser trazadas la característica de la potencia $P = \varphi (\delta_{12})$ (fig. 4.18, a) y la característica correspondiente de la aceleración

*) Cuando hay un gran número de centrales el método de las áreas no es aplicable como fundamental, mas puede utilizarse como auxiliar (véase más adelante).

ción relativa $\alpha = f(\delta_{12})$ (fig. 4.18, b), de manera similar a la característica del sistema «central — barras de tensión constante».

Para determinar el carácter del paso (o sea, si su establecimiento va a ser estable o no), la reserva de estabilidad y la amplitud de las oscilaciones, es suficiente trazar la característica de la aceleración relativa $\alpha = f(\delta_{12})$, empleando las

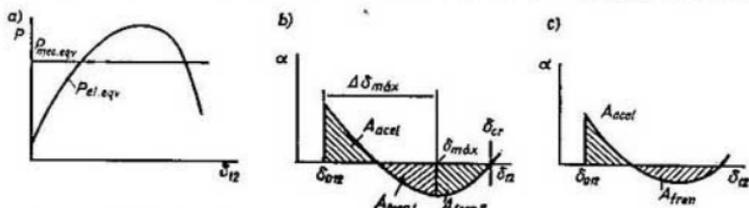


Fig. 4.18. Características del sistema compuesto de dos centrales y el sistema equivalente «central — barras»:

a, curvas angulares de las potencias; b, variación de la aceleración relativa α durante el paso estable de un régimen a otro: $A_{fren} > A_{accel}$; $A_{fren} = A_{fren1} + A_{fren2}$; $A_{accel} = A_{fren1}$; coeficiente de reserva $k = A_{fren}/A_{accel} = 1 + A_{fren2}/A_{accel}$; c, variación de la aceleración relativa α durante un paso inestable

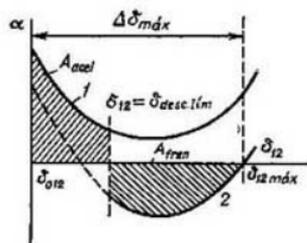


Fig. 4.19. Determinación del ángulo límite de desconexión del cortocircuito (se analiza un cortocircuito en el punto k en la fig. 4.17):

1, la curva $\alpha_{12}^{III} = f(\delta_{12})$ durante un cortocircuito calculada según la fórmula

$$\alpha_{12}^{III} = \Delta P_1^{III}/T_{J1} - \Delta P_2^{III}/T_{J2},$$

donde

$$\Delta P_1^{III} = P_{mec1} - E_1^2 \nu_{11}^{III} \sin \alpha_{11}^{III} - E_1 E_2 \nu_{12}^{III} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}^{III});$$

$$\Delta P_2^{III} = P_{mec2} - E_2^2 \nu_{22}^{III} \sin \alpha_{22}^{III} + E_1 E_2 \nu_{12}^{III} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}^{III});$$

2, curva $\alpha_{12}^{II} = \varphi(\delta_{12})$ después de desconectar el cortocircuito calculada según la fórmula

$$\alpha_{12}^{II} = \Delta P_1^{II}/T_{J1} - \Delta P_2^{II}/T_{J2},$$

donde

$$\Delta P_1^{II} = P_{mec1} - E_1^2 \nu_{11}^{II} \sin \alpha_{11}^{II} - E_1 E_2 \nu_{12}^{II} \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}^{II});$$

$$\Delta P_2^{II} = P_{mec2} - E_2^2 \nu_{22}^{II} \sin \alpha_{22}^{II} + E_1 E_2 \nu_{12}^{II} \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}^{II});$$

fórmulas (4.20) y (4.21). Las características $\alpha = f(\delta_{12})$ mostradas en la fig. 4.18, b, c, se refieren a los sistemas estable e inestable. La relación entre A_{fren} y A_{accel} caracteriza la reserva de estabilidad.

Quando se determina el ángulo límite de desconexión de cortocircuito los valores de ΔP_1 y ΔP_2 se calculan dos veces: para el régimen de cortocircuito y para el régimen que se establece después de desconectarlo. Se construye, respectivamente, dos veces la característica $\alpha = f(\delta_{12})$. En la fig. 4.19 se ven dichas carac-

terísticas y se realiza el cálculo del ángulo límite de desconexión $\delta_{desc. lim}$ en forma similar a como se hizo para una central que genera a unas barras de tensión constante.

Representación del proceso en el plano fasorial. La imagen de la velocidad $\Delta\omega$ en dependencia del ángulo δ resulta útil para el análisis cualitativo y a veces cuantitativo. Para un sistema conservador estable la característica de la velocidad $\Delta\omega = f(\delta)$ debería tener la forma de una curva cerrada (véase fig. 4.10, b). El proceso en el tiempo debería caracterizarse por la curva mostrada en la fig. 4.10, c. Las características trazadas sin tener en cuenta la dispersión de la energía, se diferencian de las verdaderas (disipativas), donde la amplitud de la oscilación se hace menor con cada ciclo. Al mismo tiempo la característica de la velocidad $\Delta\omega = f(\delta)$ se representa en forma de espiral, las oscilaciones del ángulo $\delta = f(t)$

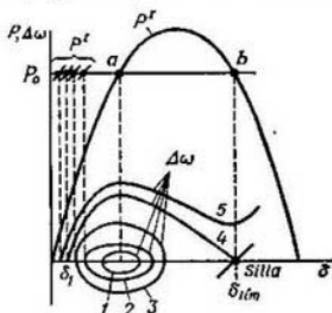


Fig. 4.20. Curva de la potencia y de la dependencia $\Delta\omega = \psi(\delta)$ para diferentes desviaciones de $\delta_{máx}$ del régimen permanente

también se atenúan gradualmente y el ángulo tiende al valor permanente δ_0^{II} (véase fig. 4.10, d, e). Se debe prestar atención al hecho de que, al tener en cuenta las resistencias constantes ($P_{11} \neq 0$), no varía el carácter del movimiento $\delta = f(t)$, que queda no amortiguado. *El amortiguamiento es provocado sólo por las pérdidas que dependen de la velocidad.*

Supongamos que el proceso transitorio, igual que antes, se describe por la ecuación (4.14). La transformemos a la forma

$$d^2\delta/d\tau^2 = P_* - \text{sen } \delta, \quad (4.22)$$

donde $\tau = t \sqrt{P_{11}^{II}/T_J}$; $P_* = M_* = M_T/M_m^{II}$, y por unidad

$$M_T = P_0; \quad M_m^{II} = P_m^{II}.$$

Designemos $P_* - \text{sen } \delta$ a través de $\varphi(\delta)$.

Representemos el movimiento del rotor del generador, durante este proceso, en el plano fasorial ($\Delta\omega, \delta$) donde la velocidad varía con relación a la sincrónica como $\Delta\omega = d\delta/d\tau$, entonces

$$\varphi(\delta) = d(\omega)/d\tau = [d(\omega)/d\delta] [d\delta/d\tau] = [d(\omega)/d\delta] \omega.$$

La ecuación inicial toma la forma

$$d(\omega)/d\delta = \varphi(\delta)/\omega, \quad \text{o bien } \omega d(\omega) = \varphi(\delta) d\delta.$$

Para resolver esta ecuación escribamos

$$\int_0^{\Delta\omega} \omega d(\omega) = \int_{\delta_1}^{\delta} (P_* - \text{sen } \delta) d\delta,$$

donde $\delta_1 = \delta_0^I$ (véase fig. 4.20) cuando $t = 0$.

Integrando obtenemos

$$\Delta\omega = \psi(\delta) = \sqrt{2P_* (\delta - \delta_1) + 2(\cos \delta - \cos \delta_1)} \quad (4.23)$$

$(d\delta/dt)_{t=0} = 0$. Esta solución representa un conjunto de trayectorias fasoriales, cada una de las cuales corresponde a un determinado valor del ángulo inicial δ_1 .

De acuerdo con la teoría de las oscilaciones, para juzgar sobre la estabilidad del régimen es necesario analizar los puntos especiales de la ecuación en estudio, o sea los puntos en los que la magnitud $d(\Delta\omega)/d\delta$ es indeterminada (por estos pun-

tos pueden pasar una cuantas trayectorias fasoriales o ninguna). Estos puntos corresponden a las condiciones $\varphi(\delta) = 0$ y $\Delta\omega = 0$, o sea a los estados de equilibrio del sistema (puntos *a* y *b* en la fig. 4.20).

En el sistema conservador estudiado los puntos singulares pueden ser de dos tipos:

centro, en el cual el sistema es estable y una desviación pequeña del estado de equilibrio causa pequeñas oscilaciones en cercanías del punto inicial, por ejemplo, el punto *a* en la fig. 4.20;

silla, en la cual el sistema es inestable y una desviación pequeña del estado de equilibrio provoca la salida del punto inicial (el punto *b* en la fig. 4.20).

Al punto singular tipo «centro» le corresponde el mínimo de la energía potencial del sistema. Para dicho punto $d\varphi/d\delta < 0$. Para el punto singular tipo «silla» $d\varphi/d\delta > 0$. Debido a que $\varphi(\delta) = P_* - \text{sen } \delta$, $d\varphi/d\delta = -\cos \delta$.

De la fig. 4.20 se ve que las trayectorias fasoriales $\Delta\omega = \psi(\delta)$, representadas por las curvas 1, 2 y 3 corresponden al régimen estable, la curva 4, al crítico, y la curva 5, al inestable.

Cálculo del ángulo máximo de desconexión y prueba de la estabilidad. Sin acudir al método de las áreas, por la fig. 4.20 se puede establecer si el sistema dado

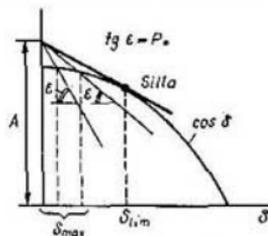


Fig. 4.21. Búsqueda gráfica del ángulo de desviación máxima

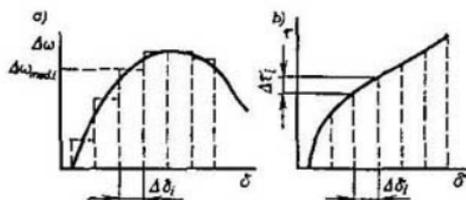


Fig. 4.22. Trazado de la curva $\tau = f(\delta)$ según la curva dada $\Delta\omega = \psi(\delta)$

va a ser estable o no. En caso de ser estable, en su movimiento, antes de alcanzar la silla, pasa por el punto de desviación máxima $\delta_{\text{máx}}$, en el que $d\delta/dt = \Delta\omega = 0$ (fig. 4.20). De acuerdo a (4.23) este punto responde a la condición $\cos \delta_{\text{máx}} + P_* \delta_{\text{máx}} = P_* \delta_1 + \cos \delta_1$. Designando la parte derecha con magnitudes conocidas por *A*, obtenemos

$$\cos \delta_{\text{máx}} = A - P_* \delta_{\text{máx}}. \quad (4.24)$$

La solución gráfica de (4.24) para el caso cuando $\delta = \delta_{\text{máx}}$ se muestra en la fig. 4.21.

Representación del proceso en el tiempo. Tiempo límite de desconexión.

a) **Integración numérica.** Después de haber calculado el ángulo límite de desconexión $\delta_{\text{desc.lim}}$ con ayuda del método de las áreas de acuerdo con (4.19), para su empleo práctico más adelante debe encontrarse el tiempo $t_{\text{desc.lim}}$ que corresponde a dicho ángulo, resolviendo la ecuación (4.14) ó (4.22) y obteniendo la dependencia $\delta = f(t)$ o $\delta = \varphi(\tau)$. No obstante, esta ecuación no tiene solución directa (no se integra en las cuadraturas). La solución aproximada más simple se obtiene por la integración numérico-gráfica de la fórmula (4.22). Para esto, la curva correspondiente $\Delta\omega = \psi(\delta)$ (fig. 4.22, a) se divide por el eje δ en intervalos. En cada uno de éstos la sección de la curva se reemplaza por una sección horizontal con la ordenada igual al valor medio de $\Delta\omega$ en dicho intervalo ($\Delta\omega_{\text{med}}$). Para el

i -ésimo intervalo

de donde

$$\Delta\omega_{med.i} = (\Delta\omega_i + \Delta\omega_{i+1})/2 = \Delta\delta_i/\Delta\tau_i,$$

$$\Delta\tau_i = \Delta\delta_i/\Delta\omega_{med.i}.$$

Haciendo estos cálculos para todos los intervalos, hallamos la dependencia buscada $\tau = f(\delta)$, que se muestra en la fig. 4.22, *b* y de la cual se puede pasar a la dependencia $t = \tau \sqrt{T_J/P_m} = f_1(\delta)$, de acuerdo a la cual se encuentra $t_{desc.lim}$. El trazado de esta dependencia será tanto más exacta cuanto menor se tome *) el intervalo $\Delta\delta$.

b) Aproximación de la sinusoide. Otra posibilidad para determinar analíticamente $t_{desc.lim}$ es representar la dependencia sinusoidal $P = f(\delta)$ mediante una

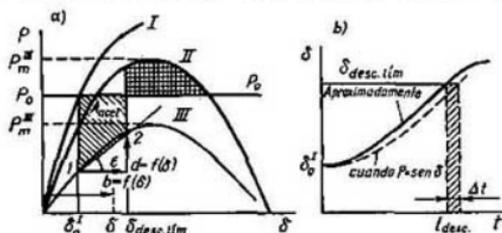


Fig. 4.23. Determinación del ángulo de desconexión de acuerdo a la igualdad de las áreas (área $abdc = \text{área } cc'ec$) y el tiempo respectivo de desconexión según la curva angular rectificada (I-2) de la potencia $P = \varphi(\delta)$:

a, curva de los regímenes normal I, posterior a la avería II, de avería III; b, variación del ángulo $\delta = \varphi(t)$ en el régimen de avería: 1, para una curva sinusoidal; 2, para la aproximación de la sinusoide mediante la rec-

sección recta (1-2 en la fig. 4.23). De acuerdo a esta figura donde se muestran las características I, II, III del régimen y las áreas de aceleración y de frenado, obtenemos en vez de (4.14)

$$T_J d^2\delta/dt^2 = \Delta P. \quad (4.24a)$$

Según la fig. 4.23, a, para cualquier δ , $\Delta P = P_0 - P_m^{III} \text{sen } \delta_0^I - d$, donde $d = f(\delta)$ o bien

$$d = c(\delta - \delta_0^I), \quad c = d/b = \text{tg } \varepsilon = \frac{P_m^{III} (\text{sen } \delta_{desc} - \text{sen } \delta_0^I)}{\delta_{desc} - \delta_0^I}.$$

Entonces $\Delta P = B - c\delta$, donde $B = P_0 - P_m^{III} \text{sen } \delta_0^I + c\delta_0^I$.

Teniendo en cuenta estas proporciones la ecuación (4.24) adquiere la forma

$$T_J d^2\delta/dt^2 + c\delta - B = 0.$$

La solución de esta ecuación (lineal de 2º orden) es bien conocida. Con las condiciones iniciales $\delta_{t=0} = \delta_0^I$, $d\delta/dt|_{t=0} = 0$ ella se determina por la fórmula

$$\delta = f(t) = (\delta_0^I - B/c) \cos \sqrt{c/T_J} t + B/c,$$

de donde el tiempo de desconexión que corresponde a δ_{desc} , será

$$t_{desc} = \sqrt{\frac{T_J (\delta_{desc} - \delta_0^I)}{P_m^{III} (\text{sen } \delta_{desc} - \text{sen } \delta_0^I)}} \arccos \left(\frac{P_0/P_m^{III} - \text{sen } \delta_{desc}}{P_0/P_m^{III} - \text{sen } \delta_0^I} \right). \quad (4.25)$$

*) Sobre la magnitud del intervalo de cálculo véase Apéndice 2.

Cuando t_{desc} se determina de esta manera, el error Δt (fig. 4.23, b) será tanto menor cuanto más cerca esté $\delta_{desc,lim}$ a δ_0^I .

c) **Caida total de la potencia.** En algunos casos (cortocircuito trifásico en las barras de la central generadora, o en cualquier punto de la línea de un circuito, desconexión de la transmisión de potencia eléctrica) la potencia $P = E U y_{12}$ se hace igual a cero ya que $y_{12} = 0$ o bien $x_{12} = \infty$. El movimiento del rotor del generador sucede sólo por acción del momento mecánico de la turbina sin que haya suministro de potencia del generador a la red. Junto con esto se rompe el enlace entre el generador y la carga y toda la potencia de la turbina ($P_{mec} = P_0$) va a acelerar el rotor del generador. Estos son, por consiguiente, los casos más peligrosos en el sentido de aceleración del generador y pérdida de la estabilidad.

La ecuación diferencial (4.14) (se supone la ausencia de pérdidas) adquiere la forma

$$T_J d^2\delta/dt^2 = P_0. \quad (4.26)$$

La ecuación (4.26) se integra muy fácilmente. En la realidad, el movimiento sucede con una aceleración constante α , además $\alpha = d\omega/dt = P_0/T_J$. La integral de esta ecuación es bien conocida:

$$\omega = \alpha t;$$

respectivamente,

$$\delta - \delta_0 = [P_0/(2T_J)] t^2. \quad (4.27)$$

El crecimiento de la velocidad transcurre en forma lineal, y el del ángulo, en forma de una parábola cuadrática; el tiempo t que corresponde a cualquier valor de δ , se halla *) de (4.27):

$$t = \sqrt{2T_J(\delta - \delta_0)/P_0}. \quad (4.28)$$

Si en el momento inicial ($t = 0$) el rotor tuviera una velocidad $\Delta\omega_0 \neq 0$, entonces la solución tendría la forma

$$\delta - \delta_0 = \Delta\omega_0 t + P_0 t^2 / (2T_J).$$

Ejemplo 4.1. El sistema mostrado en la fig. 4.24 tiene un circuito equivalente (fig. 4.25), donde las centrales 1 y 2 se representan por f.e.m. constantes, aplicadas detrás de ciertas reactan-

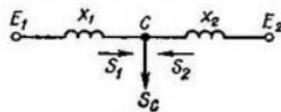
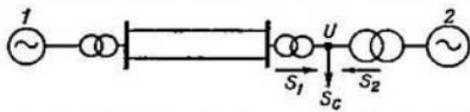


Fig. 4.24. Esquema del sistema para el ejemplo 4.1

Fig. 4.25. Circuito equivalente

cias (en dependencia del tipo de regulación). Los parámetros del circuito equivalente y del régimen inicial (por unidad) son los siguientes: $x_1 = 0,735$; $x_2 = 0,0606$; $\dot{S}_1 = 1 + j0,485$; $\dot{S}_2 = 4,5 + j2,93$; $\dot{E}_1 = 1,54 \angle 28,5^\circ$; $\dot{E}_2 = 1,21 \angle 13,1^\circ$; $\dot{S}_C = 5,5 + j3,415$; $\cos \varphi_C = 0,85$; $\sin \varphi_C = 0,527$.

Determinar:

- los valores mínimos E_{min} , U_{min} para los cuales se conserva el funcionamiento estable de la central generadora cuya potencia es $P_1 = 1$;
- el valor máximo de la potencia transmitida P_{m1} ;
- las reservas de estabilidad del sistema bajo diferentes suposiciones.

Solución. 1. Tomando de manera aproximada que en el punto C se tienen unas barras de tensión constante $U = 1 = \text{const}$ ($f = \text{const}$), dividamos el sistema en dos partes independientes:

*) Expresado por unidad (véase Apéndice 3).

a) supongamos que $P_{T1} = \text{const}$, entonces

$$d\Delta P/d\delta_1 = dP_1/d\delta_1 = (E_1 U/x_1) \cos \delta.$$

Por consiguiente, el régimen límite según la estabilidad corresponde a $\delta = 90^\circ$. Los valores mínimos permitidos cuando $P_1 = P_{10} = 1$ son:

$$U_{\min} = P_{10} x_1 / E_1 = 1 \cdot 0,735 / 1,54 = 0,477; \quad E_{\min} = P_{10} x_1 / U = 1 \cdot 0,735 / 1 = 0,735;$$

b) cuando $E = \text{const}$, $U = \text{const}$ hallamos

$$P_m = 1,54 \cdot 1 / 0,735 = 2,1.$$

Los coeficientes de reserva de estabilidad estática son:

$$K_{rE} = \frac{E_1 - E_{1\min}}{E_1} 100 = \frac{1,54 - 0,735}{1,54} 100 = 52,3\%;$$

$$K_{rU} = \frac{U_1 - U_{\min}}{U_1} 100 = \frac{1 - 0,477}{1} 100 = 52,3\%;$$

$$K_{rP} = \frac{2,1 - 1}{1} 100 = 110\%.$$

2. El régimen límite según la estabilidad se hubiera podido determinar también por otros criterios, para otros supuestos. Por ejemplo, son posibles los criterios $dE_1/d\delta_1 \leq 0$; $d\delta/dU = \infty$; $dU/d\delta = 0$ y otros cuyo enlace con el criterio fundamental se deduce de la fig. 4.26.

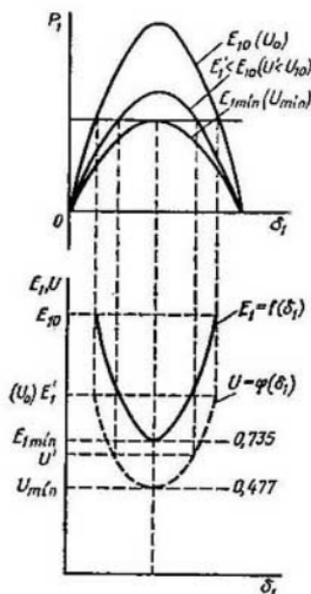


Fig. 4.26. Determinación de E_{\min} y U_{\min}

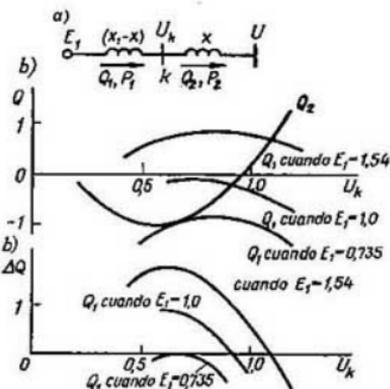


Fig. 4.27. Empleo del criterio $d\Delta Q/dU < 0$

Hallemos el régimen límite según la estabilidad por medio del criterio $d\Delta Q/dU \leq 0$. En este caso para cualquier punto intermedio de la transmisión k (elegido arbitrariamente) (fig. 4.27, a) es necesario trazar la dependencia $Q_1 = f_1(U_k)$ y $Q_2 = f_2(U_k)$ siendo $E_1 = \text{const}$, $U = \text{const}$ y $P = P_1 = P_2 = \text{const}$. El punto de intersección de estas curvas corresponde al régimen permanente del sistema, y el carácter de la variación $\Delta Q = Q_1 - Q_2$ en las cercanías de dicho punto nos permite juzgar acerca de la estabilidad del sistema.

Para determinar el régimen límite es necesario construir una serie de curvas $Q_1 = f_1(U_k)$ para diferentes valores de E_1 y por el método de aproximación (selección) determinar para qué valor de E_1 la curva $Q_1 = f_1(U_k)$ va a rozar con la curva $Q_2 = f_2(U_k)$. El valor de E_1 obtenido de esta manera va a ser igual a E_1 mín.

Para el cálculo de $Q_1 = f_1(U_k)$ y $Q_2 = f_2(U_k)$ empleemos las fórmulas

$$E_1 = \sqrt{[U_k + Q_1(x_1 - x)/U_k]^2 + [P(x_1 - x)/U_k]^2}; \quad U = \sqrt{(U_k - Q_2 x/U_k)^2 + (P x/U_k)^2},$$

de donde

$$Q_1 = \sqrt{\left(\frac{E_1 U_k}{x_1 - x}\right)^2 - P^2} - \frac{U_k}{x_1 - x}; \quad Q_2 = \frac{U_k}{x} - \sqrt{\left(\frac{U U_k}{x}\right)^2 - P^2}.$$

Elijamos el punto k de tal forma que $x = 0,2$. Entonces, teniendo en cuenta que $P = 1$ y $U = 1$, obtenemos:

$$x_1 - x = 0,735 - 0,2 = 0,535;$$

$$Q_1 = \sqrt{(E_1 U_k / 0,535)^2 - 1} - U_k / 0,535;$$

$$Q_2 = 5U_k^2 - \sqrt{(5U_k)^2 - 1}.$$

Los resultados de los cálculos se presentan en la fig. 4.27, *b* y se aducen en la tabla:

Q ₁	U _k						
	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6
Q ₁ para E ₁ =1,54	0,62	0,74	0,83	0,875	0,88	0,835	0,74
Q ₁ para E ₁ =1,0	-0,69	-0,46	-0,285	-0,16	-0,08	-0,073	-0,163
Q ₁ para E ₁ =0,735	-1,38	-1,13	-0,928	-0,785	-0,74	≈ -0,9	≈ -1,05
Q ₂	1,29	0,65	-0,1	-0,34	-0,67	-0,9	-1,03

En la fig. 4.27, *c* se muestra la variación de ΔQ . El valor crítico de la f.e.m. es $E_1 = 0,735$.

3. Determinemos el régimen límite según la estabilidad del sistema, suponiendo que 1) en el punto 2 se tienen barras de f.e.m. constante ($E_2 = \text{const}$); 2) la tensión en el punto C varía; 3) la carga se representa por una impedancia constante $Z_C = \text{const}$. La frecuencia en el sistema se supone constante. En este caso, lo mismo que en el anterior, es oportuno emplear el criterio $dP/d\delta > 0$ o bien $dP/d\delta_{12} > 0$ donde δ_{12} es el ángulo entre \dot{E}_1 y \dot{E}_2 .

La potencia suministrada por la central al sistema es:

$$P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_2 y_{12} \sin (\delta_{12} - \alpha_{12}).$$

Determinemos la impedancia de la carga en el circuito equivalente y calculemos las admittancias propias y mutuas:

$$Z_C = \frac{U^2}{S_C} (\cos \varphi_C + j \sin \varphi_C) = \frac{1}{6,46} (0,85 + j0,527) = 0,1315 + j0,0815 = 0,1545 \angle 31^\circ 8';$$

$$Z_{11} = j0,725 + \frac{0,0606 \angle 90^\circ \cdot 0,1545 \angle 31^\circ 8'}{0,1315 + j0,0815 + j0,0606} = 0,782 \angle 89^\circ;$$

$$y_{11} = 1,28; \quad \alpha_{11} = 1^\circ;$$

$$Z_{12} = j0,735 + j0,0006 - \frac{0,735 \cdot 0,0606}{0,1545 \angle 32^\circ 8'} = 0,98 \angle 104^\circ 5';$$

$$y_{12} = 1,02; \quad \alpha_{12} = -14^\circ 5'.$$

Teniendo en cuenta los cálculos hechos

$$P_1 = 0,0224 E_1^2 + 1,235 E_1 \sin (\delta_{12} + 14^\circ 5').$$

El régimen límite según la estabilidad corresponde a la condición

$$dP_1/d\delta_{12} = 1,235E_1 \cos(\delta_{12} + 14^\circ 5') = 0,$$

o sea aparece cuando $\delta_{12} = 75,5^\circ$. Entonces el valor mínimo permitido de E_1 se determina de la fórmula para P_1 cuando $P_{10} = 1$:

$$E_1 \text{ mfn} = 0,8;$$

el coeficiente de reserva de estabilidad es

$$K_{rE} = [(1,54 - 0,8)/1,54] 100 = 48\%.$$

El valor de K_{rE} menor (que cuando $U = \text{const}$) confirma el hecho de que con la disminución de E_1 la tensión en la carga U baja.

4. Determinemos la reserva de estabilidad en el caso cuando la central generadora y el generador equivalente del sistema receptor son de potencias commensurables (no existen barras de tensión constante, pero la frecuencia en el sistema se toma constante; $f = \text{const}$).

Los parámetros del circuito equivalente y del régimen inicial del sistema para este caso son los siguientes: $U = 1$; $x_1 = 0,735$; $x_2 = 0,694$; $\dot{S}_1 = 1 + j0,485$; $\dot{S}_2 = 1,3 + j0,615$; $S_C = 2,3 + j1,1$; $\dot{E}_1 = 1,54 \angle 28^\circ 5'$; $\dot{E}_2 = 1,69 \angle 32^\circ 15'$.

Supongamos que la potencia activa consumida por la carga no depende de la tensión y que la dependencia entre la potencia reactiva y la tensión se caracteriza así:

$$\begin{array}{l} U \dots \dots 1 \quad 0,95 \quad 0,90 \quad 0,85 \quad 0,80 \quad 0,775 \\ Q_C \dots \dots 1 \quad 0,94 \quad 0,895 \quad 0,86 \quad 0,865 \quad 0,90 \end{array}$$

Conforme al circuito en estudio, el problema consiste en determinar la tensión mínima en la carga U_{mfn} , cuando el sistema conserva la estabilidad. Para esto es racional emplear el criterio $dE/dU > 0$ o bien el criterio $d\Delta Q/dU < 0$.

Como el empleo del criterio $d\Delta Q/dU < 0$ ya se estudió, empleemos el criterio $dE/dU > 0$ que vamos a determinar por medio del régimen límite según la estabilidad del sistema en estudio. El criterio $dE/dU > 0$ con igual resultado puede utilizarse en cualquiera de las tres formas: $dE_1/dU > 0$, $dE_2/dU > 0$ o bien $dE_{\text{eqv}}/dU > 0$, donde E_{eqv} es la f.e.m. equivalente de la central que reemplaza las plantas 1 y 2.

Analicemos la marcha del cálculo cuando se emplea el criterio $dE_1/dU > 0$:

- prefijamos una serie de valores de U ;
- para cada valor de U calculamos

$$Q_2 = \sqrt{(E_2 U / x_2)^2 - P_2^2} - U^2 / x_2,$$

donde los valores P_2 y E_2 corresponden al régimen inicial;

- de acuerdo a la curva $Q_C = f(U)$ determinamos $Q_1 = Q_C - Q_2$;
- calculamos

$$E_1 = \sqrt{(U + Q_1 x_1 / U)^2 + (P_1 x_1 / U)^2},$$

donde P_1 corresponde al régimen inicial.

Al emplear el criterio $dE_2/dU > 0$, los cálculos se realizan en forma similar, pero comúnmente de antemano se efectúa la equivalentación, para lo cual se usan las siguientes fórmulas ya conocidas:

$$\dot{E}_{\text{eqv}} = \frac{x_2 \dot{E}_1 + x_1 \dot{E}_2}{x_1 + x_2} = \frac{0,694 \cdot 1,54 \angle 28^\circ 5' + 0,735 \cdot 1,69 \angle 32^\circ 15'}{0,735 + 0,694} = 1,615 \angle 30^\circ 15';$$

$$x_{\text{eqv}} = x_1 x_2 / (x_1 + x_2) = 0,735 \cdot 0,694 / (0,735 + 0,694) = 0,356.$$

La dependencia $E_{\text{eqv}} = f(U)$ la calculamos por la fórmula

$$E_{\text{eqv}} = \sqrt{(U + Q_C x_{\text{eqv}} / U)^2 + (P_C x_{\text{eqv}} / U)^2}.$$

Los resultados de los cálculos se muestran gráficamente en la fig. 4.28 y se recogen en la tabla:

Criterios	U	1,0	0,95	0,90	0,85	0,80	0,775
		Q_C	1,1	1,035	0,984	0,945	0,95
$\frac{dE_1}{dU} > 0$	Q_2	0,615	0,610	0,595	0,570	0,532	0,505
	Q_1	0,485	0,425	0,389	0,375	0,418	0,484
	E_1	1,54	1,495	1,44	1,45	1,50	1,58
$\frac{dE_2}{dU} > 0$	Q_1	0,485	0,49	0,50	0,497	0,48	0,463
	Q_2	0,615	0,545	0,484	0,448	0,47	0,526
	E_2	1,69	1,65	1,62	1,615	1,65	1,735
$\frac{dE_{eqv}}{dU} > 0$	E_{eqv}	1,615	1,58	1,57	1,565	1,585	1,61

Como resultado de los cálculos por criterios diferentes obtenemos el mismo resultado $U_{\min} = 0,86$.

El coeficiente de reserva según la tensión es

$$K_{rU} = [(U_0 - U_{\min})/U_0] 100\% = [(1 - 0,86)/1] 100\% = 14\%.$$

Ejemplo 4.2. En el sistema mostrado en la fig. 4.29, a se conecta la carga P_C . Los parámetros del sistema por unidad se aducen en el circuito equivalente (fig. 4.29, b). El régimen inicial se caracteriza por los siguientes parámetros: $U = 1$; $P_0 = 1$; $Q_0 = 0,485$; $E_0 = 1,50$; $\delta_0 = 27,5^\circ$, donde δ' es el ángulo de la f.e.m. E' .

Determinar la amplitud máxima de oscilación del ángulo del generador después de conectar la carga, tomando que su factor de potencia sea igual a la unidad.

Solución. Para determinar la amplitud de oscilación del ángulo del generador buscada hacemos uso del método de las áreas, reemplazando en el circuito equivalente la carga por una resistencia constante R_C . La tensión U_1 al comienzo de la línea donde se conecta la carga en el régimen inicial es

$$U_{10} = \sqrt{(1 + 0,485 \cdot 0,302)^2 + (0,302)^2} = 1,18.$$

La resistencia de la carga

$$R_C = U_{10}^2 / P_C = 1,18^2 / P_C.$$

En el régimen inicial la característica angular de la potencia I (mostrada en la fig. 4.30) se determinará por la fórmula

$$P = (1,5 \cdot 1 / 0,894) \operatorname{sen} \delta' = 2,16 \operatorname{sen} \delta'.$$

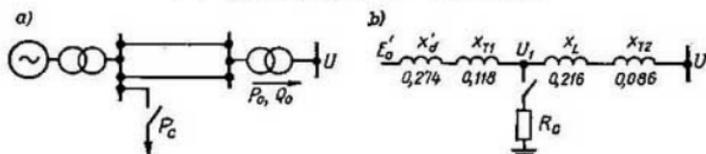


Fig. 4.29. Sistema en estudio:
a, esquema; b, circuito equivalente

La característica angular de la potencia I se muestra para el caso particular cuando $P = 0,51 + 2,16 \operatorname{sen}(\delta' + 1,2^\circ)$.

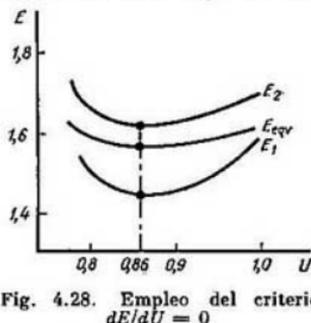


Fig. 4.28. Empleo del criterio $dE/dU = 0$

En el primer momento después de conectar la carga, en el eje del generador va a actuar una potencia sobrante de frenado, lo cual causa la disminución de la velocidad y del ángulo δ' . En conformidad con la igualdad de las áreas de aceleración y frenado (fig. 4.30), el ángulo va

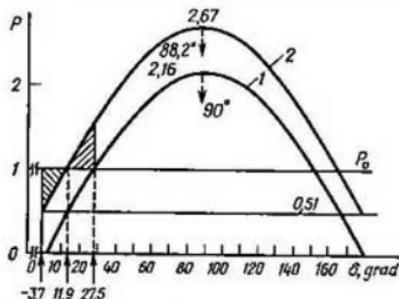


Fig. 4.30. Características del sistema durante la conexión de una carga

a variar desde $\delta' = -3,7^\circ$ hasta $\delta' = 27,5^\circ$, si no se tiene en cuenta el amortiguamiento de las oscilaciones. Una vez atenuadas las oscilaciones, el régimen permanente, con la carga conectada, se caracteriza por el ángulo $\delta' \approx 11,9^\circ$.

Ejemplo 4.3. Para el sistema mostrado en la fig. 4.31, determinar en qué lugar de la línea (comienzo, centro o al final) es más desfavorable un cortocircito trifásico que se desconecta después de Δt , desde el punto de vista de la posibilidad de conservar la estabilidad dinámica.

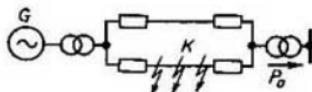


Fig. 4.31. Tres casos de cortocircuitos trifásicos (cc) en una línea de transmisión

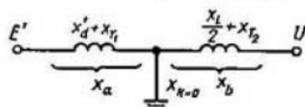


Fig. 4.32. Circuito equivalente para un cc al comienzo de la línea

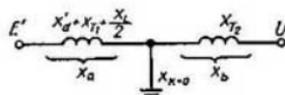


Fig. 4.33. Circuito equivalente para un cc al final de la línea

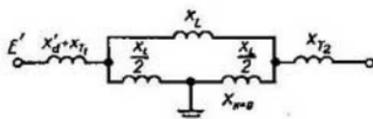


Fig. 4.34. Circuito equivalente para un cc en el centro de la línea

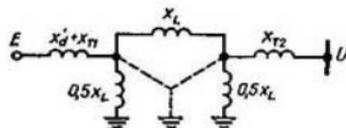


Fig. 4.35. Circuitos de la fig. 4.34 transformados

Solución. 1. En caso de un cortocircito trifásico al comienzo de la línea (fig. 4.32) la reactancia mutua entre los puntos de aplicación de la f.e.m. E' y la tensión U es

$$x_{12} = x_a + x_b + x_a x_b / x_k = \infty, \text{ donde } x_k = 0; y_{12} = 0,$$

por consiguiente,

$$P_{m1} = E' U y_{12} = 0.$$

2. En caso de un cortocircito trifásico al final de la línea (fig. 4.33)

$$x_{12} = x_a + x_b + x_a x_b / x_k = \infty, \quad P_{m2} = E' U y_{12} = 0.$$

3. En caso de un cortocircito trifásico en el centro de la línea

$$x_{12} \neq \infty.$$

Las reactancias de algunas secciones de la línea en el circuito (fig. 4.34) forman un triángulo. Transformando (como se muestra con líneas interrumpidas) el triángulo a estrella

(fig. 4.35), obtenemos el circuito equivalente, de acuerdo al cual se halla la admitancia y_{12} y la potencia en el régimen de avería:

$$P_m^{III} = E' U y_{12} \neq 0.$$

Las características de potencia de los regímenes estudiados, las áreas de aceleración y frenado se ven en la fig. 4.36.

Al comparar las áreas de aceleración y frenado se puede concluir que los cortocircuitos más desfavorables van a ser los que tienen lugar al comienzo y al final de la línea y que van acompañados por la caída total de la potencia del generador.

Ejemplo 4.4. Construir las áreas de aceleración y de frenado para el caso de un cortocircuito de dos fases a tierra al comienzo de la línea (véase fig. 4.32), que después de algún tiempo

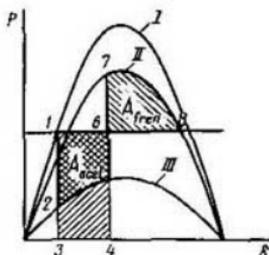


Fig. 4.36. Área de aceleración durante un cc al comienzo de la línea (1-3-4-6-1), en el centro (1-2-5-6-1) y el área de frenado (6-7-8-6)

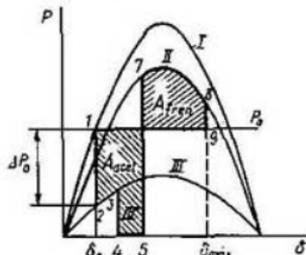


Fig. 4.37. Empleo del método de áreas
1-2-3—proceso durante un cc de dos fases a tierra; 3-4-5, lo mismo durante el paso a un cc trifásico; 5-7, desconexión; 6-7-8-9-6, área de frenado

se convierte en trifásico y luego se desconecta. Junto con esto el sistema se mantiene estable.

Solución. Trazando las características de $P = \varphi(\delta)$ para los regímenes normal I, posterior a la avería II y de avería III (en caso de cortocircuito bifásico a tierra), encontramos las áreas de aceleración y de frenado mostradas en la fig. 4.37.

Ejemplo 4.5. Para aumentar la capacidad de transmisión de la línea (fig. 4.38), en el régimen posterior a la avería se conecta un dispositivo de compensación en serie (DCS). Son posibles tres variantes de conexión:

- 1) la compensación en serie (CS) se conecta al mismo tiempo que se desconecta la sección averiada;
- 2) la CS se conecta en el momento del cortocircuito;
- 3) la CS se conecta antes del cortocircuito en el régimen normal.

Solución. Después de trazar las características del régimen normal I, posterior a la avería II y de avería III, determinamos las áreas correspondientes de aceleración y de frenado, que se muestran en la fig. 4.39, a, b.

Ejemplo 4.6. En el circuito de la fig. 4.40, inespordadamente se desconectan y luego se conectan ambas líneas que enlazan la central generadora con las barras de tensión constante.

Los parámetros del circuito y del régimen se dan en la figura.

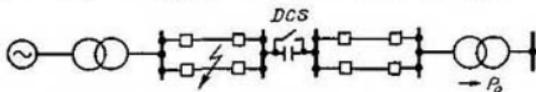


Fig. 4.38. Esquema del sistema en estudio

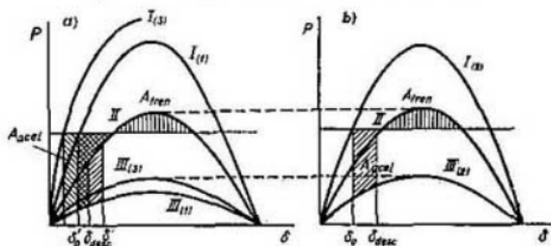


Fig. 4.39. Procesos durante la conexión de un DCS (dispositivo de compensación en serie):

a, casos 1 y 2; b, caso 2. Curvas I, II, III tienen los índices que pertenecen a los casos respectivos

Determinar el tiempo máximo permitido del receso en la transmisión de energía, cuando aún se conserva la estabilidad dinámica del sistema.

Solución. La potencia máxima en el régimen normal determinada aproximadamente a base de $E' = 1,55$ es:

$$P_m^I = P_m^{II} = E' U / x_{12} = 1,55 \cdot 1 / 1,15 = 1,35.$$

Cuando se desconectan las líneas

$$P_m^{III} = 0.$$

Empleando la regla de las áreas, de acuerdo a la fig. 4.41, encontramos el ángulo límite de conexión de la transmisión:

$$\cos \delta'_{conex} = \frac{P_0 (\delta'_{cr} - \delta_0) \pi / 180 + P_m^{II} \cos \delta'_{cr}}{P_m^{II}} = \frac{0,584 (154,4 - 25,6) \pi / 180 + 1,35 \cos 154,4^\circ}{1,35} = 0,0665;$$

$$\delta'_{conex} = 86,2^\circ,$$

donde $\delta'_{cr} = 180 - \arcsin (P_0 / P_m^I) = 180 - \arcsin (0,584 / 1,35) = 154,4^\circ$.

Determinemos el tiempo límite de conexión por medio de la fórmula (4.28):

$$t_{conex} = \sqrt{7 (86,2 - 25,6) / (0,584 \cdot 180 \cdot 50)} = 0,284 \text{ s.}$$

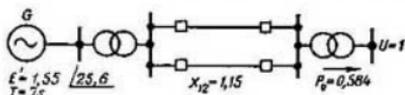


Fig. 4.40. Esquema del sistema

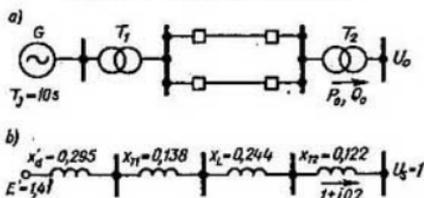


Fig. 4.42. Esquema (a) y su circuito equivalente (b)

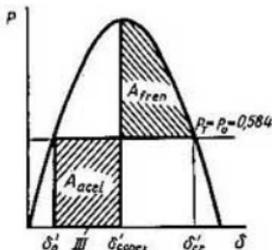


Fig. 4.41. Curvas de la potencia y áreas de aceleración A_{acel} y de frenado A_{fren}

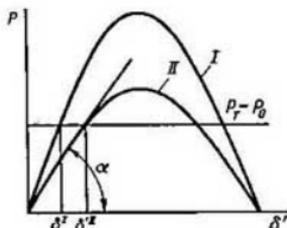


Fig. 4.43. Curvas de la potencia

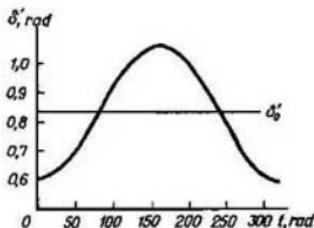


Fig. 4.44. Variación del ángulo $\delta' = f(t)$

Ejemplo 4.7. En la transmisión mostrada en la fig. 4.42 tiene lugar una desconexión inesperada de una de las dos líneas. Los parámetros de los elementos de la transmisión y los parámetros del régimen antes de desconectar la línea se dan en el circuito.

Determinar (aproximadamente) el carácter de la variación del ángulo en el tiempo.

Solución. El cálculo lo hacemos aproximadamente, reemplazando la rama ascendente de la curva de potencia II del régimen posterior a la avería (fig. 4.43) por la sección de una línea recta que pasa por el origen de coordenadas y por el punto de cruce de la curva II con la recta $P_T = P_0$. La ecuación diferencial de movimiento del rotor en este caso tendrá la forma

$$T_J d^2\delta'/dt^2 = P_0 - a\delta',$$

donde $a = \text{tg } \alpha$.

La solución de esta ecuación puede representarse en la forma

$$\delta' = P_0/a - \Delta\delta' \cos \sqrt{a/T_J}t.$$

Para determinar $\Delta\delta'$ y a , los cuales se incluyen en la última fórmula, encontramos las amplitudes de las curvas de la potencia I y II:

$$P_m^I = E'U_S/x_\Sigma = 1,41/(0,295 + 0,138 + 0,244 + 0,122) = 1,765;$$

$$P_m^{II} = 1,41/(0,295 + 0,138 + 0,488 + 0,122) = 1,35.$$

Entonces

$$\text{sen } \delta'^I = P_0/P_m^I = 1/1,765 = 0,567; \quad \delta'^I = 34,53^\circ = 0,602 \text{ rad}; \quad \text{sen } \delta'^{II} = 1/1,35 = 0,741;$$

$$\delta'^{II} = 47,85^\circ = 0,835 \text{ rad}; \quad \Delta\delta' = \delta'^{II} - \delta'^I = 0,835 - 0,602 = 0,233 \text{ rad};$$

$$a = \text{tg } \alpha = P_0/\delta'^{II} = 1/0,835 = 1,2.$$

La variación del ángulo se muestra en la fig. 4.44:

$$\delta' = 1/1,2 - 0,233 \cos \sqrt{1,2/(314 \cdot 10)} t = 0,835 - 0,233 \cos 0,0195t.$$

Preguntas de control

- 4.1. Nombre las particularidades de la estabilidad dinámica y estática.
- 4.2. ¿Qué son las características estáticas?
- 4.3. ¿Por qué apareció el término de «criterios prácticos de estabilidad»?
- 4.4. Enumere los criterios prácticos fundamentales de estabilidad.
- 4.5. ¿En qué consiste la condición básica de estabilidad del sistema eléctrico más simple (generador sincrónico que funciona para unas barras de tensión constante)?
- 4.6. ¿Cómo se establece la estabilidad del sistema más simple, el régimen crítico y las condiciones de estabilidad, por medio del criterio práctico fundamental?
- 4.7. ¿Cuáles son los índices de la variación espontánea del régimen, que aparece en forma de desprendimiento, o desplazamiento de los parámetros del régimen normal?
- 4.8. ¿Qué supuestos, asumidos en el análisis del sistema, permiten evaluar su estabilidad por medio de los criterios prácticos?
- 4.9. ¿En qué consiste la particularidad de los diferentes criterios prácticos y cuáles son las condiciones más racionales para el empleo de uno u otro criterio en la práctica?
- 4.10. Indique la propiedad general común a todos los regímenes estables, reservas de estabilidad estática determinadas por medio de diferentes parámetros.
- 4.11. ¿Qué es una acción perturbadora y perturbaciones grandes? Aduzca ejemplos.
- 4.12. ¿Cómo se escribe la ecuación de movimiento relativo para el caso más simple? ¿Qué supuestos se hacen para este caso?
- 4.13. ¿En qué consiste el método de las áreas? ¿Qué supuestos se asumen en este método?
- 4.14. ¿Cómo se formula en forma general la regla de las áreas?
- 4.15. ¿Cómo se determina el ángulo límite de desconexión de un cortocircuito?
- 4.16. Determine la reserva de estabilidad dinámica.
- 4.17. ¿Cómo se prueba la estabilidad cuando hay RA en las líneas de transmisión?
- 4.18. ¿Cómo se emplea el método de las áreas en la prueba de la estabilidad de un sistema «dos centrales—cargas»?
- 4.19. ¿Cómo se representa el proceso de la variación del ángulo δ en el tiempo, en qué consisten las dificultades y cómo se superan?
- 4.20. ¿Cómo se realiza la integración de la ecuación $\Delta\omega = \varphi(\delta)$?
- 4.21. ¿Cómo se integra numéricamente la ecuación cuando hay caída total de la potencia?

Temas para las ponencias

1. Reservas de la estabilidad estática.
2. Cálculos simultáneos del régimen normal y su estabilidad estática.
3. Diferentes métodos de integración numérica.
4. RA de diferentes tipos y su análisis.

Supuestos fundamentales que se admiten en los estudios de los regímenes transitorios de los sistemas eléctricos de potencia

5.1. Problemas y medios de estudio

El régimen transitorio de un sistema eléctrico de potencia, como se indicó en el cap. 1, se compone de un gran número de procesos transitorios de distinta naturaleza física (véase fig. 1.6). De ellos, para el estudio en la presente asignatura, se eligió el grupo de procesos electromecánicos que se señalan en la fig. 1.6 con la

línea gruesa interrumpida. Como resultado del estudio se debe obtener la descripción analítica o gráfica de la variación en el tiempo de los parámetros Π_{pr} del proceso, donde $\Pi_{pr} = I, U, P, \delta, \dots$. Los parámetros Π_{pr} deben ser determinados desde el momento de aparición de la perturbación (aplicación de la influencia) hasta el paso al régimen permanente.

Los parámetros del proceso se componen de componentes forzadas y libres, las cuales con el paso del tiempo en un sistema estable tienden a cero. No obstante, en un sistema lineal este proceso se extiende hasta el infinito. Por eso se incluye el tiempo convencional de su terminación t_{∞} , después del cual ($t > t_{\infty}$) los valores de los parámetros difieren de los permanentes en una magnitud pequeña (elegida a base de consideraciones prácticas). Comúnmente se puede tomar que $t_{\infty} = 5T$, donde T es la menor constante de tiempo de atenuación del parámetro más importante del proceso transitorio (fig. 5.1) en el estudio dado. Estos valores, cercanos a los permanentes, a veces se denominan *cuasipermanentes*.

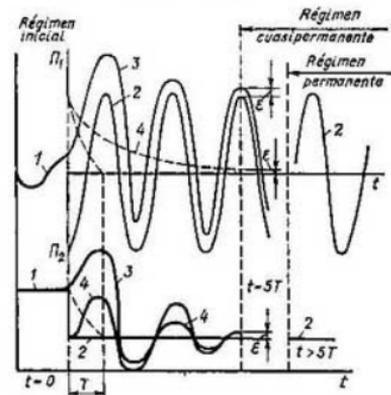


Fig. 5.1. Variación de los parámetros Π_1 y Π_2 durante el proceso transitorio:

1, régimen primario (inicial); 2, régimen permanente; 3, valor total del parámetro durante el proceso transitorio; 4, componente libre del parámetro, T , constante de tiempo

Para obtener las dependencias $\Pi_j = \varphi(t)$ se pueden emplear métodos de tres grupos.

1. **Métodos experimentales**, o sea, experimentos directos realizados:

- a) en el sistema en estudio (si éste ya existe), o en otro sistema que de una forma u otra es similar y es un **modelo natural**;
- b) en un modelo físico o dinámico, que refleja el sistema en estudio con uno u otro grado de semejanza.

2. **Métodos matemáticos y modelos:**

- a) puramente analíticos, que se reducen a la integración directa de las ecuaciones formadas y a la obtención de fórmulas del cálculo;
 - b) numéricos, que se realizan comúnmente con ayuda del ordenador, de otro modo llamados *simulación matemática digital*;
 - c) análogos, que se realizan con ayuda de dispositivos analógicos, de otro modo llamados *simulación matemática analógica*.
3. **Métodos intuitivos o métodos de evaluaciones expertas.**

Todos estos medios de estudio requieren el empleo de uno u otro aparato matemático.

5.2. Las matemáticas en los problemas técnicos

En los problemas de ingeniería en general, y en los problemas de la electroenergética en particular, el papel del aparato matemático en los últimos decenios ha crecido enormemente. Indiscutiblemente el papel colosal que juegan las matemáticas en la solución de los problemas técnicos no debe tergiversarse, como se hace a veces. Aquí las exageraciones que conllevan a la pérdida de la orientación del ingeniero son muy peligrosas. En la realidad los ordenadores constantemente se perfeccionan. Si 30—35 años atrás para realizar una operación de cómputo se gastaban, en promedio, 30 s, en la actualidad por medio del ordenador en un segundo se realizan millones de operaciones. Junto con el aumento de la velocidad tiene lugar el aumento de su memoria. No obstante, queda vigente la tesis acerca de que cada ordenador, y en general los métodos de las matemáticas aplicadas, operan sólo con lo que en ellos se introduce. En relación con esto, sigue siendo actual también la idea de que con la velocidad colosal de operación de los ordenadores modernos y más aún de los futuros, ellos pueden hacer no sólo gran cantidad de cálculos que hacen miles de calculistas, sino que también pueden cometer, y a veces lo hacen ya, muchos errores. Por eso no es casual que junto con los trabajos y exposiciones en que llaman al ingeniero a pasar a cálculos más voluminosos y complejos, que tengan en cuenta el mayor número posible de factores influyentes, independientemente del papel práctico que juegan en el fenómeno estudiado (para elevar la «rigurosidad» del estudio), en la literatura científica aparecen trabajos de otro carácter. Entre ellos se pueden mencionar los artículos donde se subraya: tener demasiada confianza en las formulaciones y descripciones matemáticas conlleva a que «cualquier disparate, envuelto en ese imponente uniforme matemático, se ve bastante científico». Con relaciones matemáticas y, en particular, con ecuaciones diferenciales, se puede describir lo que se desee, sólo si se tienen en cuenta ciertos postulados. Se puede a la vez obtener por medio del cálculo correspondiente resultados que matemáticamente son absolutamente rigurosos mas no tienen ningún sentido real para el ingeniero. Esto concuerda con las palabras de Einstein acerca de que las nociones que resultaron ser útiles en el ordenamiento de las cosas, fácilmente toman un poder tal sobre nosotros, que nos olvidamos de su origen humano. Con estas ideas se enlaza la siguiente tesis: antes de que el aparato matemático pueda ser empleado para el estudio de un fenómeno real y en todas sus manifestaciones infinitamente complejo, es necesario someter dicho fenómeno a un análisis preliminar, resaltar la «parte importante» que presenta el mayor interés en el problema dado. Esta va a ser su descripción matemática o su modelo básico. El rechazo de esta idea del «modelo básico» y la ausencia de pruebas experimentales de dicho modelo pueden llevar al ingeniero a errores y al teórico a conclusiones y generalizaciones absurdas, que se presentan como «rigurosas» *).

* Véase: Электрические системы: Математические задачи электроэнергетики/Под ред. В. Венникова. — М.: Высшая школа, 1981, с. 288. (Sistemas eléctricos de potencia: Problemas matemáticos de la electroenergética/Bajo la red. de V. Venikov).

Sin embargo, la necesidad de un criterio práctico no puede entenderse literalmente como la obligación de probar urgentemente cualquier fórmula, cualquier conclusión por medio del experimento directo. Los resultados obtenidos deben coincidir con la experiencia acumulada, deben responder a las exigencias de la práctica y ayudar en la realización del objetivo deseado propuesto. Junto con esto es necesario recordar que la descripción matemática de un objetivo real es sólo su imagen simplificada. Aplicando armónicamente el análisis y el experimento (la práctica), se pueden establecer los límites de vigencia de dicha descripción. Esto subraya que es inadmisibles la fetichización de las matemáticas y de las fórmulas matemáticas. Cualquier fórmula, cualquier relación matemática deben emplearse teniendo en cuenta los fenómenos físicos a base de los cuales ellas fueron obtenidas. Hablando figuradamente, el ingeniero debe aprender a ver las fórmulas de arriba abajo, y no de abajo arriba con una fe ciega. Él debe saber pasar de una situación real compleja a un modelo básico (o general) racional simplificado, que puede no contener la descripción matemática, que aparece después de una serie de supuestos, y luego al modelo matemático que da la descripción del fenómeno en forma de enlaces funcionales y fórmulas. El ingeniero «no tiene derecho a olvidarse de los límites de empleo del modelo los cuales se predeterminan por el carácter de los supuestos hechos. Esto no es problema de las matemáticas. La fuerza y la debilidad de las matemáticas consiste en que cualquier problema lo entienden literalmente» *). El ingeniero, al utilizar toda la potencia de la técnica computacional moderna, debe saber calcular aproximadamente «en los dedos» y al mismo tiempo tener la idea de los procesos que transcurren así como también valorar sensatamente los resultados dados por el ordenador. Por eso la exposición de esta asignatura y de los métodos analíticos incluidos en ella va a realizarse bajo la influencia de dos **)

principios:

«Objetivo de los cálculos es el entendimiento y no números».

«Antes de comenzar a resolver un problema, pienso cómo es mejor realizarlo y qué hacer luego con la solución obtenida».

5.3. Modelos de los procesos transitorios en un sistema eléctrico de potencia complejo y organización del estudio

Los procesos transitorios en los diferentes elementos de los sistemas eléctricos de potencia (generadores, líneas de transmisión, etc.) ya se estudiaron antes en los cursos de fundamentos teóricos de electrotecnia, máquinas eléctricas, etc. El objetivo de esta asignatura es el estudio de los procesos transitorios no en un elemento, sino en el conjunto de elementos relacionados y enlazados entre sí y que forman de esta manera cierta integridad, unidad, o sea el sistema ***). Un sistema electroenergético se compone de gran cantidad de elementos, por ejemplo, en el sistema energético interconectado (SEI) de la URSS entran cerca de 2000 centrales grandes, cerca de un millón de subestaciones y puntos de transformación, un conjunto de líneas de transmisión que sumadas en total componen más de un millón de kilómetros, etc. Si se toma que cada uno de los elementos n incluido en el sistema puede encontrarse sólo en dos estados: normal (conectado) o de avería (cortocircuito o des-

*) В. Фабрикант. Новое в инженерном образовании: Физика и ее роль. — Современная школа, 1974, № 1 (5), с. 109. (V. Fabricant. Novedades en la enseñanza de la ingeniería: La física y su papel).

**) Véase: Р. Хэмминг. Численные методы. — Наука, 1968, с. 398. (R. Jamming. Métodos numéricos).

***) Una definición detallada de sistema véase: Философский словарь. — М.: Политиздат, 1981, с. 329. (Diccionario filosófico).

conectado), entonces en el sistema pueden existir 2ⁿ estados y, por consiguiente, aparece una gran cantidad de procesos causados por el paso de un estado a otro. *La energética, en general, y la electroenergética, en particular, siendo un sistema grande de tipo cibernético, tienen la propiedad de que los procesos en sus elementos (teóricamente en todos) están relacionados entre sí.*

Se sobreentiende que el paso de un estado a otro no puede suceder al mismo tiempo en todos los elementos incluidos en el sistema. Los procesos en dichos elementos, que teóricamente están entrelazados, van a influir sustancialmente sólo en una parte de los elementos. No obstante, esta parte puede ser tan grande que el sistema en las condiciones del estudio dado puede perder la observabilidad *).

El enfoque de sistema de los análisis, el cual exige que se tengan en cuenta todos los enlaces directos y de retroalimentación entre los elementos del sistema, aquí requiere una corrección: *un sistema complejo de tipo cibernético debe ser dividido en subsistemas, pero de tal forma que en el estudio dado se conserven las propiedades fundamentales del sistema grande. En los estudios hay que operar precisamente con estos subsistemas, los cuales a grandes rasgos reflejan las propiedades del sistema. Además de agrandar el sistema «según elementos» es necesario aproximar su estudio también por el número de procesos a estudiar. En la infinita gama de procesos que conforman cualquier régimen transitorio debe elejirse precisamente el proceso (o procesos), cuyo estudio es necesario para la solución del problema planteado en el estudio dado. En la selección de los procesos más importantes, que pueden reflejar la «esencia del fenómeno» sin complicar su estudio con detalles de sobra, consiste el arte del creador del modelo. Esto se subraya especialmente ya que algunos ingenieros ven en el crecimiento de la potencia de los ordenadores la posibilidad de programar, sin pensar, todo en el ordenador, considerando miles de elementos y de factores y dando la impresión de que la solución de los problemas es «superexacta», mientras que en realidad se obtiene del ordenador una respuesta tan voluminosa que, siendo formalmente correcta, puede resultar «inobservable» e incluso inútil en su asimilación práctica. La necesidad de las limitaciones en el planteamiento de las investigaciones científicas fue inteligentemente formulada hace tiempo por J. D. Williams: «Cualquier tonto puede en cualquier situación dada enumerar más factores de que el mismo Dios puede entender. Por ejemplo, Newton debería haber puesto atención en el hecho de que los planetas son algo achatados en los polos, que en ellos hay montañas, que por lo menos una de ellas está cubierta de árboles y que en ella hay comejenes y otras cosas desagradables. Se requiere un pensamiento sensato para resolver en qué parte cortar la enumeración de estos factores. En la práctica usted debe cesar la enumeración en cuanto el pensamiento razonable le indique a usted que en el modelo se incluyeron suficientes factores para que pueda por medio de él saber algo sobre el problema que a usted le interesa» **).*

Simulación de los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia. En el transcurso de los procesos transitorios en el sistema tienen lugar variaciones de las f.e.m., corrientes, tensiones, velocidades angulares de los rotores y de los momentos mecánicos de las máquinas giratorias. Al mismo tiempo varían los nive-

*) Por observabilidad se entiende la propiedad del sistema de dar en cualquier momento los datos sobre el régimen, suministrando al observador (persona o dispositivo automático) lo suficientemente rápido los parámetros esenciales (en las condiciones del estudio dado) de los procesos. Más detalladamente véase parágrafo 3.5 y también: А. Воронов. Устойчивость, управляемость, наблюдаемость. — М.: Наука, 1979. (А. Voronov. Estabilidad, controlabilidad, observabilidad).

**) Citado del libro: Н. Федоренко. Экономика и математика. — М.: Знание, 1967, с. 85. (N. Fedorenko. La economía y las matemáticas).

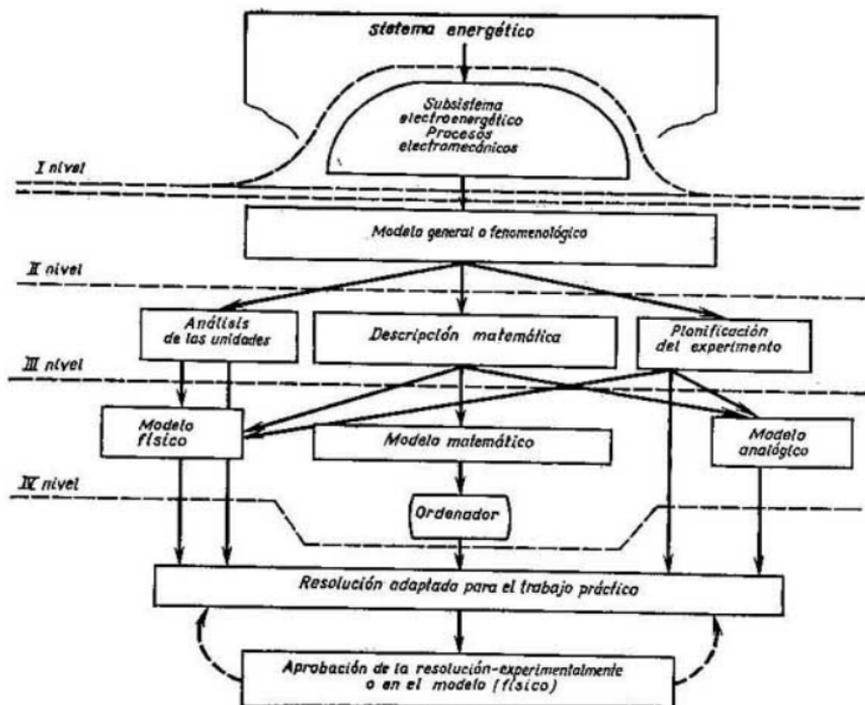


Fig. 5.2. Descripciones, modelos y niveles de los supuestos durante los estudios de los procesos transitorios

les de energía acumulada en todos los elementos eléctricos y mecánicos del sistema. Para el estudio de estos procesos, que tienen lugar en la naturaleza, es que se crean los modelos.

Modelo es un objetivo auxiliar imaginario (descriptivo) o físico (material), que sustituye, para determinados supuestos el original estudiado *). La simulación (fig. 5.2) de cualquier proceso (o grupo de éstos comienza con el modelo general del proceso, que se crea como resultado de la observación directa de dicho proceso y de su interpretación. Estos modelos, llamados a veces fenomenológicos, pueden dar, con determinados supuestos (I nivel de supuestos), cierta descripción verbal o basada en relaciones cuantitativas de los procesos seleccionados para el estudio. Luego a base del modelo general se hace la descripción matemática **), a la vez se hacen los supuestos que responden al II nivel. Si esto por alguna razón es difícil e inclusive imposible, entonces se emplea el estudio experimental, el cual utiliza los métodos de planificación de los experimentos o el análisis de la dimensionalidad

*) Véase: В. Веников, Г. Веников. Теория подобия и моделирования. — М.: Высшая школа, 1984, с. 439. (V. Vénikov, G. Vénikov. Teoría de la similitud y el modelado).

***) Esta descripción en forma de un sistema de ecuaciones a veces se denomina modelo matemático, que es incorrecto, ya que su creación es la siguiente etapa del estudio.

dad. Luego se crean los modelos concretos: físicos, analógicos o matemáticos (III nivel de supuestos). *El modelo matemático se representa por un sistema de ecuaciones diferenciales comúnmente simplificadas con relación a las que se incluyeron o se deberían incluir en el modelo general.* El modelo matemático contiene algoritmos y programas para la solución y también un conjunto de condiciones iniciales y de frontera. A base de este modelo se obtiene la solución en las cuadraturas o la solución numérica en el ordenador, así como también puede ser reproducido el transcurso del proceso, que responde al modelo obtenido en la computadora analógica. Cualquier procedimiento de estudio va acompañado de supuestos. Así, en la solución numérica la aceleración puede tomarse constante en el transcurso del intervalo de cálculo, el parámetro distribuido, como concentrado, el momento de rotación, igual numéricamente a la potencia, etc. Todos estos supuestos se refieren al III nivel: ellos pueden ser distintos en dependencia de las condiciones concretas del estudio, por ejemplo, de si la solución de las ecuaciones se efectúa directamente (en las cuadraturas), o se elabora un programa para la solución en el ordenador o la computadora analógica, o bien si se estudia en un modelo físico. Luego en cualquier investigación es necesaria la prueba de los resultados obtenidos, la cual prevé la aprobación empírica de ellos (por medio de experimentos o en modelos físicos que a su vez son corregidos por los experimentos al natural).

En el tratamiento de los datos del modelo, enfoque de las soluciones obtenidas, su generalización e interpretación, también se hacen supuestos (IV nivel), los cuales deben garantizar la observabilidad y visibilidad de los resultados comparados. Los datos obtenidos deben ser analizados y presentados en una forma tal, que sea cómodo compararlos y sacar las conclusiones. Comúnmente esto se hace en forma criterial, representando los procesos mediante las dependencias entre las combinaciones adimensionales de las magnitudes físicas que participan en el proceso.

5.4. Exactitud y rigurosidad en los estudios de ingeniería

Para un planteamiento correcto de los estudios de ingeniería es necesario determinar su *rigurosidad* y *exactitud* partiendo del planteamiento del problema concreto de ingeniería y de la coincidencia de los resultados obtenidos con el objetivo real estudiado.

En los problemas de ingeniería la noción de exactitud con frecuencia se mezcla con la noción de rigurosidad, creándose una confusión complementaria por lo que la exactitud de los resultados se evalúa sólo por la exactitud de la solución de las ecuaciones, partiendo a veces del número de signos que se obtiene como resultado del cálculo. Mientras tanto la rigurosidad y exactitud de descripción de un fenómeno, la exactitud y rigurosidad de los resultados de los cálculos deben evaluarse por la *coincidencia con la naturaleza física real de los fenómenos estudiados que se analizan en el enfoque del problema técnico concreto dado.*

Como regla, en el estudio de los problemas técnicos y fenómenos físicos los resultados exactos (en el sentido de procedimiento de la solución), obtenidos por medio de cualquier dispositivo de cálculo, no garantizan coincidencia con los reales. El ingeniero investigador debe comparar los resultados del estudio analítico con los resultados del experimento. Sin embargo, también aquí, para los sistemas complejos modernos que tienen varios factores influyentes, la comparación directa de un solo cálculo con un experimento con frecuencia puede dar resultados no típicos en absoluto. Es necesario tener en cuenta que en un sistema técnico que, como regla, es sometido a la acción de varios factores que influyen intensivamente en el carácter del comportamiento del sistema, en dependencia de la combinación de dichos factores y de otras condiciones casuales, pueden obtenerse resultados sus-

tancialmente distintos. Por eso, la no coincidencia de los resultados de un solo cálculo con un experimento único puede, solamente en ciertos casos, con seguridad caracterizar la teoría como incorrecta o los cálculos como erróneos. Respectivamente una sola coincidencia no da dicha seguridad. Siendo la comparación del cálculo y del experimento el criterio práctico de la rigurosidad real de un estudio técnico para cualquier sistema complejo, artificial o real (o sea creado por el hombre o por la naturaleza), ésta debe realizarse teniendo en cuenta todas las posibles variaciones casuales en los parámetros, que serán tanto más notables cuanto más se acerque el sistema a un estado extremo, por ejemplo, al límite de estabilidad. Dicha comparación debe realizarse por medio de una metodología elaborada especialmente, que tenga en cuenta la variación de los parámetros en los experimentos con el sistema real o la variación de los parámetros correspondientes en los cálculos, con la particularidad de que tanto los resultados de los cálculos como de los experimentos deben presentarse y compararse en una forma crítica, obtenida conforme a la teoría de la similitud *).

Las nociones de rigurosidad ingenieril en el planteamiento del problema y exactitud de los cálculos no son lo mismo.

La noción de rigurosidad en cualquier caso se deriva de los objetivos planteados en el estudio y se predetermina sólo por dicho planteamiento del problema y la necesidad de obtener después de su solución resultados que son necesarios en la práctica.

La noción de rigurosidad absoluta, no relacionada a este planteamiento, no tiene sentido, incluso en las matemáticas «puras» como ciencia abstracta. En efecto ¿qué significa rigurosidad en las matemáticas? La rigurosidad en las premisas matemáticas de Euclides, la rigurosidad en las construcciones de Lobachevski, la rigurosidad de las ideas de Weierstrass y, por último, la rigurosidad de las matemáticas modernas, son, por lo visto, nociones diferentes, que se predeterminan a fin de cuentas sólo por los postulados tomados, los cuales, a su vez, dependen obligatoriamente del problema planteado.

Aún más la rigurosidad en los problemas ingeniero-técnicos no puede y no debe determinarse fuera del experimento, fuera del problema práctico formulado por los postulados. Tampoco puede ser determinada por el carácter de las ecuaciones diferenciales, las cuales, como a veces les parece a algunos ingenieros, son tanto más rigurosas cuanto mayor sea el número de posibles factores que se tienen en cuenta independientemente del papel real de dichos factores. En una serie de casos resulta que la ecuación diferencial más completa da peores resultados en condiciones de inexactitud de los datos iniciales dados. *La ecuación más completa puede ser más sensible a las variaciones de los errores de los datos iniciales, los cuales a fin de cuentas deforman más gravemente la solución de la ecuación más completa que la de la menos completa.* De esta manera, lo adecuado de la solución de aquella realidad, para cuya descripción se creó la ecuación, no está directamente relacionado con su complejidad.

La exactitud se predetermina por el grado de coincidencia del proceso calculado y el real. No se puede afirmar que la exactitud del resultado obtenido es tanto mayor cuanto más «exacto» (o sea con mayor cantidad de cifras) se haya realizado el cálculo de uno u otro fenómeno.

No se puede hablar de rigurosidad y exactitud en un problema de ingeniería solamente a base de las ecuaciones, que reflejan el proceso, y del aparato matemático que garantiza cierta exactitud de los cálculos, la cual no es idéntica a la exac-

*) Véase: В. Веников, Г. Веников. Теория подобия и моделирования. — М.: Высшая школа, 1984, с. 439. (V. Vénikov, G. Vénikov. Teoría de la similitud y el modelado).

titud del resultado del estudio. La cuestión acerca de la exactitud debe ser analizada después de planteado el problema, después de que sean aclarados los procesos y factores esenciales en dicho problema concreto, despreciando los que no son esenciales. Además deben analizarse de nuevo los niveles de los supuestos, que, a su vez son predeterminados por el problema planteado. En la fig. 5.2 se mostró la jerarquía de dichos niveles de supuestos, los cuales se establecen en el análisis del fenómeno estudiado como el conjunto de gran número de procesos ($\Pi \rightarrow \infty$). En la realidad, los fenómenos en cualquier obra de ingeniería contienen exactamente dicha cantidad de procesos. Por ejemplo, el funcionamiento de una línea de transmisión está relacionado con muchos procesos: propagación de las ondas electromagnéticas por los conductores, su calentamiento, radiación de energía en el espacio, interferencia con las ondas de los dispositivos de radio y televisión, radiación de calor, de luz, ionización del aire alrededor de los conductores, procesos de influencias ecológicas, entre ellas biológicas, etc. Un planteamiento riguroso del estudio significa, antes que todo, la selección de aquellos y sólo aquellos procesos y factores que presentan interés en el problema dado, en su planteamiento concreto. Un enfoque riguroso exige despreciar los procesos, cuya influencia es menos esencial *). Esta selección de procesos que se someten a estudio y junto con ella de los factores influyentes que es necesario tener en cuenta, tiene lugar cuando se establecen los supuestos del I nivel (fig. 5.2).

Más adelante, cuando se precisa el planteamiento del problema de acuerdo con la descripción matemática obtenida de los procesos seleccionados y se elige el método de estudio, se incluyen los supuestos que están relacionados con el planteamiento del problema, se determina la rigurosidad de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales y se establece la técnica para su ulterior resolución. No obstante, es posible realizar el estudio también sin una descripción matemática completa y sin crear el modelo matemático, empleando el análisis de las dimensiones de las magnitudes que toman parte en los procesos o el planteamiento de los experimentos. En esta etapa del estudio una vez más se incluyen los supuestos (II nivel) que se refieren ya a los métodos de representar los procesos en el planteamiento del problema, o sea, se resuelve el problema de la rigurosidad del estudio ulterior. Por ejemplo, en el proceso de escritura y transformación de las ecuaciones se puede descartar una parte de los miembros del desarrollo de la serie, se pueden tomar como constantes las magnitudes que notoriamente varían poco, etc.

5.5. Espacio y ecuaciones de estado (régimen). Supuestos y simplificaciones

Sería muy atrayente representar matemáticamente toda la variedad de los regímenes de un sistema electroenergético en un espacio multidimensional, *espacio de estados*. A cada punto de dicho espacio le correspondería unívocamente un estado determinado del sistema **). Este espacio reflejaría también los procesos transitorios, ya que cada variación del régimen tendría una sola trayectoria de movimiento del punto que refleje dicho proceso en el espacio. Por consiguiente, el proceso se describiría por las ecuaciones de estado. No obstante, estas representaciones matemáticas universales o modelos matemáticos universales, que teóricamente tienen sentido, son demasiado complejos y por eso prácticamente imposibles, incluso para sistemas relativamente sencillos y para situaciones no muy complejas. Para que

*) Por ejemplo, más adelante se va a mostrar que en la mayoría de los casos se justifica renunciar a tener en cuenta la componente periódica de la corriente del rotor y, por consiguiente, la componente aperiódica de la corriente del estator para determinar el momento de rotación del generador.

**) En la electroenergética las nociones de «estado» y «régimen» son idénticas.

un modelo tenga capacidad de funcionamiento, es necesario simplificarlo, sin perder a la vez los rasgos esenciales del sistema real (original). Pero para dicha simplificación hay que hacer una división del sistema complejo en subsistemas y, separando de los problemas grandes complejos subproblemas, realizar estudios de estos últimos. Es oportuno aceptar ciertas tesis, a las cuales es necesario aferrarse más adelante en las transformaciones y simplificaciones.

1. Separación de los subprocesos. Para simplificar la resolución es oportuno dividir el proceso único en subprocesos, considerando que ellos no actúan constantemente dentro del proceso básico y aparecen sólo en cierto intervalo de la variación de los parámetros. Así, por ejemplo, la acción de los momentos asincrónicos se tiene en cuenta sólo después de alcanzar cierta velocidad establecida. Aunque la inclusión de este tipo de límites es convencional, de esta manera se facilita bastante el análisis.

Tener en cuenta la variación de la velocidad angular de los rotores de las máquinas sincrónicas, la reacción de inducido en ellas y los procesos electromagnéticos en las máquinas asincrónicas, es el supuesto importante tomado en el análisis de los procesos electromecánicos. Un valor no menos sustancial tienen los diferentes supuestos que toman en consideración la influencia de los reguladores de excitación y los reguladores de velocidad de los motores primarios.

El tiempo de duración de los procesos transitorios electromecánicos, como regla, supera notoriamente el tiempo de propagación en el espacio de las magnitudes físicas que varían (tensión, corriente, etc.), las cuales caracterizan dichos procesos. Por consiguiente, en la gran mayoría de los casos se les puede estudiar como procesos en circuitos con constantes (parámetros) concentradas.

2. Tomar en cuenta la no linealidad. Los sistemas eléctricos de potencia, cuyos regímenes se estudian en la presente disciplina, no son lineales. Su no linealidad, en lo fundamental, es condicionada por dos razones: a) dependencia de los parámetros del sistema (resistencias, reactancias, factores de magnetización, coeficientes de amplificación de los reguladores, etc.) de los parámetros del régimen; b) carácter no lineal del enlace de los parámetros del régimen entre sí.

La no linealidad de los parámetros del sistema comúnmente no se tiene en cuenta, las excepciones se estipulan especialmente. Las no linealidades en los enlaces de los parámetros del régimen, como regla, se tienen en cuenta. Los casos cuando se renuncia a tenerlas en cuenta, se subrayan especialmente; el sistema se llama entonces *linealizado*.

En los estudios de los sistemas linealizados se puede utilizar el método de superposición, en el que un proceso complejo, causado por dos o unas cuantas acciones independientes, se estudia como la suma de los procesos por separado, cada uno de los cuales es provocado por su acción.

Por medio de las ecuaciones no lineales se lleva a cabo el estudio de la estabilidad dinámica y resultante y de los procesos transitorios después de perturbaciones grandes.

En los estudios de la estabilidad estática se analizan los procesos transitorios libres, provocados por perturbaciones pequeñas del régimen. En este caso las causas y sitio de aparición de las perturbaciones pequeñas no se establecen. Se supone que la acción perturbadora, que llevó a la perturbación, desaparece antes de que comience el proceso transitorio en estudio.

Al estudiar la estabilidad dinámica se analizan los procesos transitorios cuando al sistema se aplican acciones perturbadoras grandes prefijadas en una forma determinada (ya sea en el tiempo y el espacio, ya sea en función de unos cuantos parámetros del régimen). Esto es una de las diferencias principales en el enfoque, al estudiar la estabilidad estática y dinámica.

3. **Las envolventes.** En los procesos relacionados con las variaciones sinusoidales de los parámetros del régimen a una frecuencia de operación (50 Hz), comúnmente se estudian no sus valores instantáneos, sino sus envolventes (fig. 5.3), a pesar de que en los sistemas eléctricos de potencia de corriente alterna la energía se genera, transmite y distribuye por medio de corrientes y tensiones que varían en forma sinusoidal. Analizando un proceso transitorio, se puede operar con los valores inmediatos de la corriente y la tensión (que cada centésima de segundo, con frecuencia de 50 Hz, varían su dirección) y escribir ecuaciones para ellos. En el estudio de los procesos electromagnéticos rápidos, que transcurren con velocidad conmensurable con la variación sinusoidal de la corriente y la tensión, o con una mayor velocidad, el análisis de las corrientes y las tensiones inmediatas es obligatorio.

No obstante, el estudio de los procesos electromecánicos que transcurren lentamente se puede simplificar renunciando al análisis de los valores instantáneos de los parámetros del régimen y teniendo en cuenta sólo la variación de sus envolventes (fig. 5.3). Tal simplificación resulta ser posible debido a que los procesos electromecánicos en los sistemas eléctricos de potencia, que están relacionados con la variación de la velocidad angular de los rotores de los generadores y de la cantidad de energía electromagnética acumulada en los elementos del sistema, transcurren con mucha más lentitud que los electromagnéticos.

El análisis que se realiza sin dicha simplificación se denomina *análisis mediante las ecuaciones completas* teniendo en cuenta la influencia de la variación de los valores instantáneos o *análisis en los valores inmediatos*, o también *análisis según las ecuaciones de Park — Górev*. Es importante que en el cálculo por medio de las envolventes las variaciones de la potencia eléctrica se tomen como si sucedieran instantáneamente, aunque en la realidad la potencia no puede variar a saltos.

4. **Separación de lo importante.** Todas las simplificaciones del análisis de los procesos transitorios consisten en la separación de lo importante, que es esencial para la práctica en la resolución de los problemas planteados. Aquí, como en otros problemas de ingeniería, de los fenómenos complejos se extraen ciertos procesos, que son caracterizados por el menor número posible de parámetros y por correlaciones más sencillas. En un enfoque así, no se reflejan los detalles, pero se da una característica del fenómeno lo suficientemente confiable para los problemas de ingeniería.

Las simplificaciones en el análisis de los problemas planteados en la disciplina dada, son necesarias también para hacer que todos los cálculos y las ideas acerca del funcionamiento del sistema sean más claras y lo suficientemente fáciles de probar. Para el ingeniero es muy importante entender la esencia física del fenómeno estudiado y saber presentar en forma clara los resultados obtenidos, empleando circuitos equivalentes simplificados y modelos.

5. **Cálculo a base de los circuitos equivalentes.** La amplia utilización de la técnica computacional en los análisis de los regímenes no indica que sea necesario

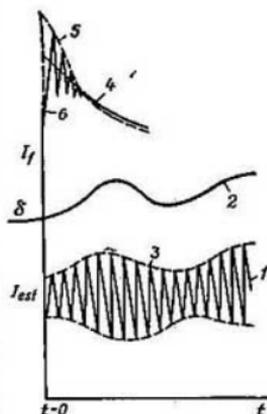


Fig. 5.3. Variaciones rápidas (inmediatas) de los parámetros y sus envolventes:

1, valores rápidos inmediatos de la corriente del estator i_{est} ; 2, variaciones lentas del ángulo de desplazamiento del rotor del generador δ ; 3, envolvente de las variaciones de la corriente del estator i_{est} ; 4, valores medios de la variación de la corriente de excitación i_{exc} ; 5, envolvente de dicha corriente; 6, sus valores instantáneos

renunciar a los cálculos sencillos que se hacen a base de los *circuitos equivalentes*. Como los circuitos equivalentes son modelos matemáticos, reflejan de una forma simplificada un proceso complejo, sus características (más detalladamente véase cap. 6) y propiedades, las cuales son más importantes en la solución del problema planteado.

6. **Idealización posicional.** Por *sistema posicional* se entiende un sistema cuyos parámetros del régimen dependen sólo del estado dado del sistema, o sea de la posición recíproca de sus elementos (por ejemplo, los rotores de los generadores) independientemente de cómo se alcanzó dicho estado, cómo llegó el sistema a la posición dada y cómo se va a desplazar luego. En un sistema posicional no se tienen en cuenta los factores que dependen de la velocidad, en particular, los momentos de amortiguamiento de las máquinas sincrónicas.

7. **Construcción de las características estáticas y dinámicas.** [Por *características estáticas* se entiende la representación analítica o gráfica de la dependencia entre los parámetros del régimen y otros parámetros suyos o parámetros del sistema

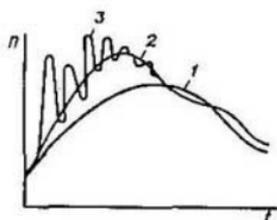


Fig. 5.4. Tres tipos de curvas del parámetro $\Pi = \varphi(t)$:

1, estática; 2, cuasidinámica; 3, dinámica

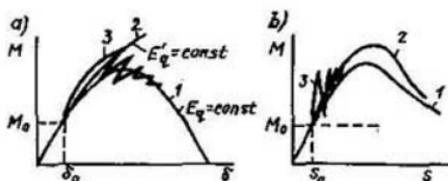


Fig. 5.5. Tipos ejemplares de las características $\Pi_1 = \varphi(\Pi_2)$:

a, del generador sincrónico $M = f(\delta)$; b, del motor asincrónico $M = \varphi(s)$; 1, estática; 2, cuasidinámica; 3, dinámica

[por ejemplo, $Q = f(U)$ para x_g diferentes]. Estas dependencias se establecen en condiciones de variaciones tan lentas del régimen, que se pueden considerar independientes del tiempo (régimen cuasipermanente) y calcular los diferentes puntos de dichas características de acuerdo a las correlaciones del régimen permanente.

Por *características dinámicas* se entienden las interrelaciones de los parámetros cuando estos últimos, o una parte de ellos, dependen del tiempo, o sea, de la velocidad de variación de los parámetros. Las características dinámicas pueden tener en cuenta no sólo las primeras derivadas de los parámetros, sino que también sus derivadas superiores.

De esta manera, la característica estática se representa por la dependencia $\Pi = \varphi(y_1, y_2, \dots, y_n)$, y la dinámica, por la dependencia $\Pi = \varphi(y_1, y_2, \dots, y_n, t, dy_1/dt, dy_2/dt, \dots, dy_n/dt) \dots$.

Las características estáticas de forma suficientemente completa describen un sistema posicional, las dinámicas, un sistema dinámico.

La característica intermedia entre estas dos características va a ser una característica cuasidinámica en la que la variación de los parámetros durante el proceso transitorio se tiene en cuenta en parte (fig. 5.4). Ejemplos de dichas características se muestran en la fig. 5.5. La diferencia entre ellas está condicionada por el hecho de que en las características estáticas no se consideran los procesos electromagnéticos rápidos y su influencia en el momento de rotación, mientras que en las caracte-

rísticas dinámicas se tienen en cuenta en su totalidad [por ejemplo, $E_q = f(t)$, $E'_q = \varphi(t)$], y en las características cuasidinámicas, sólo en parte ($E'_q \approx E' = \text{const}$).

En lo que se refiere a los problemas de los procesos transitorios electromecánicos, las características dinámicas se reflejan en los cálculos según las *ecuaciones completas*, de otro modo llamadas *ecuaciones de Park — Górev* (véase cap. 6). Las características cuasidinámicas se obtienen en los cálculos por las *ecuaciones simplificadas* que se forman excluyendo de las completas parte de sus términos. Con mayor frecuencia la característica cuasidinámica en los estudios de los procesos en las máquinas sincrónicas y redes se construye para $E'_q = \text{const}$, en el caso más sencillo para $E' = \text{const}$ (fig. 5.6).

En una serie de casos en vez de la característica dinámica 4 para los cálculos aproximados con éxito se emplea la característica cuasidinámica (5, 6) e incluso la cuasiestática ($E'_{q0} = \text{const}$).

8. Consideración de la distribución de los parámetros. Procesos lentos y rápidos. La variación de la duración y velocidad con que transcurren los procesos transitorios electromecánicos es muy grande (véase cap. 1, fig. 1.6).

En cualquiera de los procesos se pueden resaltar aquellos que con relación al proceso básico (en estudio) o al régimen transitorio pueden considerarse **rápidos**. Los procesos transitorios electromagnéticos en los generadores y los transformadores, al igual que las variaciones de la corriente y la tensión (valores instantáneos) con frecuencia de 50 Hz, serán rápidos con relación a los procesos electromecánicos (1—3 Hz). Estos procesos van a ser, a su vez, rápidos con relación a los procesos que tienen en cuenta la influencia de las turbinas y de las calderas. La división de los procesos en rápidos y lentos a veces se emplea en el estudio de sistemas que se describen por ecuaciones diferenciales cuyos coeficientes en las derivadas («constantes de tiempo») son de diferentes órdenes. En estos casos los movimientos rápidos y lentos pueden estudiarse por separado de acuerdo a un procedimiento especial *), cuya descripción se sale de los márgenes de la disciplina dada. Cabe notar que a pesar de que las magnitudes pequeñas de las constantes de tiempo comúnmente indican que la influencia de los parámetros correspondientes y las ecuaciones en los procesos estudiados es pequeña dichos parámetros no siempre pueden desprejiciarse sin hacer un examen especial de la influencia del llamado **parámetro insignificante**.

El método del parámetro insignificante prevé una solución aproximada del sistema de ecuaciones diferenciales no lineales. La base del método es el supuesto acerca de que en los segundos miembros de estas ecuaciones aparecen ciertas componentes insignificantes, que no ejercen una influencia decisiva en el comportamiento del sistema en estudio. La solución se

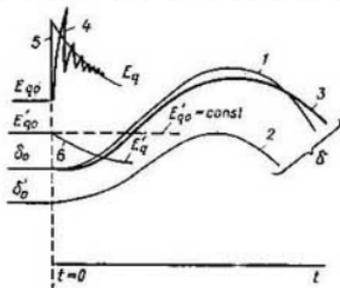


Fig. 5.6. Curvas del proceso transitorio:

1, variación de $\delta = f(t)$ cuando se dan las f.e.m. E_q, E'_q mediante las curvas cuasidinámicas (5 ó 6); 2, lo mismo cuando se dan mediante las curvas cuasiestáticas para $E'_q = \text{const}$; 3, lo mismo cuando se dan mediante la curva dinámica y cuando la f.e.m. varía según 4.

*) Véanse: Н. Картелишвили, Ю. Галактионов. Идеализация сложных динамических систем. — М.: Наука, 1970, с. 268. (N. Kartvelishvili, Yu. Galaktionov. Idealización de los sistemas dinámicos complejos). W. Wasow. Asymptotic Expansions for Ordinary Differential Equations. New York, 1965. (W. Wasow. Desarrollos asintóticos de las ecuaciones diferenciales ordinarias).

realiza primero para el sistema simplificado (despreciando los «insignificantes»), luego se precisa de acuerdo a las recomendaciones emanadas de la esencia del método *).

Arriba ya se dijo que, como regla, los procesos transitorios electromecánicos se analizan incluyendo en el circuito equivalente todos los elementos eléctricos del sistema por medio de parámetros concentrados. En algunos casos, por ejemplo cuando se emplean dispositivos de alta velocidad (reguladores de excitación que operan en dependencia de la variación de la primera y segunda derivadas de las magnitudes reguladas) en las transmisiones largas (más de 1000 km), puede aparecer la necesidad de analizar a un mismo tiempo los procesos electromecánicos y ondulatorios. El empleo de la regulación rápida en las turbinas hidráulicas puede conllevar a la necesidad de tener en consideración los procesos ondulatorios en las tuberías a la vez de analizar los procesos transitorios electromecánicos. No obstante, en la práctica no ha aparecido la necesidad de soluciones tan exactas, que tengan en cuenta los parámetros eléctricos y mecánicos distribuidos y los procesos ondulatorios. En los cálculos de transmisiones superdistantes o nuevos métodos de regulación hace falta revelar los casos cuando la distribución de los parámetros debe someterse a un estudio adicional.

9. **Sistemas sencillos y complejos.** Los procesos transitorios electromecánicos se pueden también clasificar en dependencia de la complejidad del sistema, en que ellos tienen lugar. En un sistema de cualquier grado de complejidad se puede tener en cuenta la influencia de los reguladores de excitación y de velocidad, lo cual hace los cálculos realizados para un sistema sencillo más voluminosos que los mismos para un sistema complejo. Los problemas especiales aparecen cuando las líneas largas se consideran como circuitos con constantes (parámetros) distribuidas. La complejidad del cálculo depende también de si éste tiene en cuenta las variaciones instantáneas de los parámetros del régimen o se realiza por medio de sus envolventes. De esta manera, la división de los sistemas en sencillos y complejos es de por sí convencional y no refleja del todo la complejidad de realización de los cálculos. Comúnmente el sistema que contiene una central, la cual opera a través de una línea con cargas a unas barras de potencia infinita, se considera como el *sistema más sencillo*. Dos plantas de potencia finita, que alimentan una o varias cargas comunes a condición de que la f.e.m. de dichas plantas es constante, se considera como un *sistema sencillo*. El sistema donde el número de plantas es más de dos, se califica como un *sistema complejo*. Esta división es convencional, ya que en dependencia de cómo se tengan en cuenta los procesos transitorios en los generadores, dispositivos de regulación y en las cargas, el sistema más sencillo puede tener una descripción matemática voluminosa, que contiene ecuaciones diferenciales de altos órdenes y de esta manera se convierte en complejo, a pesar de tener una topología sencilla.

10. **Errores en la linealización.** Por *linealización* se entiende el *análisis aproximado de los sistemas no lineales*, en el cual sus propiedades no lineales se tienen en consideración con una u otra aproximación. En los estudios de los sistemas electroenergéticos hay necesidad de tener presente dos tipos de no linealidad.

La no linealidad de los parámetros del sistema Π_s , o sea, su dependencia de los parámetros del régimen: $\Pi_s = \psi(\Pi_r)$, por ejemplo $x = f(I)$, $C = \varphi(U)$, etc.

La no linealidad de los parámetros del régimen Π_s , por ejemplo, $\Delta P = \varphi(I^2)$, $P = EU \sin \delta$, etc.

*) Véase: M. Меегов. Синтез структур автоматического регулирования высокой точности. — М.: Физматгиз, 1959, с. 284. (M. Мыегов. Síntesis de las estructuras de la regulación automática de alta precisión); B. Булаков. Колебания. — М.: Физматгиз, 1954, с. 240. (B. Bulgákov. Oscilaciones).

Las no linealidades de los parámetros del sistema Π_s comúnmente no se tienen en cuenta en los estudios de los procesos transitorios, o si se tienen en cuenta es en forma aproximada, por medio de la inclusión en el circuito equivalente de los valores de Π_s que son diferentes para distintos intervalos del proceso. Para algunos casos se han creado métodos especiales para considerar ciertas no linealidades, por ejemplo, las relacionadas con la influencia de la saturación de los circuitos magnéticos de las máquinas sincrónicas y con la variación de las reactancias (x_d , x'_d , etc.) y las f.e.m. (E_q , E'_q).

Con mayor frecuencia tratan de deshacerse de las no linealidades de los parámetros del régimen, reemplazando la dependencia compleja por el desarrollo en la serie de Taylor y representando $f(x_0 + x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$. El desarrollo se considera satisfactorio, si la serie converge en los alrededores del punto x_0 , lo cual, por supuesto, depende del diapason fundamental para el estudio

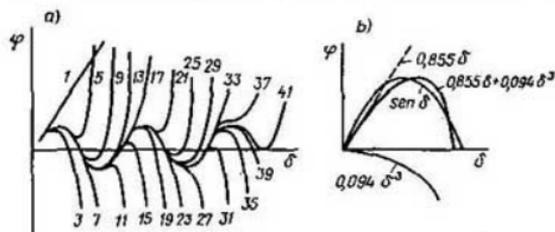


Fig. 5.7. Aproximación de una dependencia sinusoidal: a, representación de $\varphi(\delta)$ mediante una serie con diferente cantidad de términos del desarrollo (desde 1 hasta 41); b, representación de $\varphi(\delta)$ en los límites desde 0 hasta π mediante la combinación de dependencias rectas y parabólicas

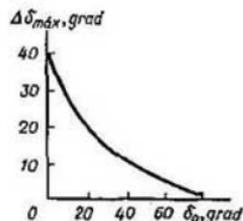


Fig. 5.8. Dependencia de $\Delta\delta_{\text{max}} = f(\delta_0)$ durante la linealización en la primera aproximación con un error $\epsilon = 10\%$

dato. Por ejemplo, para una función sinusoidal incluso con gran cantidad de términos la representación aproximada es bastante buena cerca del origen de coordenadas y mala lejos de éste (fig. 5.7). Con frecuencia en los análisis de los procesos transitorios después del desarrollo de la dependencia no lineal en la serie de Taylor se tienen en cuenta sólo los términos lineales de la serie. Todos los términos no lineales de la serie que son proporcionales a las derivadas, cuadrados y grados más altos de la desviación, no se tienen en cuenta debido a que sus desviaciones son pequeñas. El sistema de ecuaciones que se obtiene después de las transformaciones se llama *linealizado en la primera aproximación*. El coeficiente de linealización corresponde al primer término de la serie de Taylor y es en sí la derivada parcial de la función no lineal, según el parámetro del régimen, que se calculó en el régimen inicial. La dependencia del coeficiente de linealización con relación al régimen inicial es lo que difiere del sistema linealizado del lineal, y es propiedad típica del sistema no lineal.

En un sistema linealizado, a diferencia del lineal, el carácter de los procesos transitorios se conserva independiente de su intensidad sólo hasta ciertas desviaciones pequeñas de los parámetros del régimen de sus valores permanentes o, como con frecuencia se dice, en los límites en que es exacta la linealización en la primera aproximación.

Ilustremos con el ejemplo más sencillo la linealización de la dependencia no lineal de la potencia electromagnética con relación al ángulo: $P = P_m \text{sen } \delta$. Damos un pequeño incremento $\Delta\delta$ al valor permanente del ángulo δ_0 y desarrollamos esta función no lineal en la serie de Taylor, pero a diferencia del caso anterior

en un pequeño diapasón, en los alrededores de δ_0 :

$$\text{sen}(\delta_0 + \Delta\delta) - \text{sen} \delta_0 = \Delta\delta \cos \delta_0 - \frac{\Delta\delta^2}{2} \text{sen} \delta_0 - \frac{\Delta\delta^3}{3!} \cos \delta_0 + \dots$$

Despreciando los términos que son proporcionales a $\Delta\delta^2$, $\Delta\delta^3$, etc., introducimos un error, el cual se puede evaluar como la relación entre los términos despreciados y el primer término de la serie (que se conserva):

$$\varepsilon = \frac{1}{\Delta\delta \cos \delta_0} \left(\frac{1}{2} \Delta\delta^2 \text{sen} \delta_0 + \frac{1}{3!} \Delta\delta^3 \cos \delta_0 \right) = \frac{\Delta\delta}{2} \text{tg} \delta_0 + \frac{\Delta\delta^2}{6}.$$

Prefijando el error admisible, se puede trazar la dependencia $\Delta\delta_{\text{máx}} = f(\delta_0)$ (fig. 5.8). Esta muestra que la desviación máxima $\Delta\delta_{\text{máx}}$ del ángulo después de la perturbación en la que el error de linealización en la primera aproximación de la no linealidad analizada no sobrepasa el 10%, depende del ángulo inicial δ_0 . Para ángulos iniciales pequeños (régimen de cargas de una máquina sincrónica) la linealización en la primera aproximación es correcta para perturbaciones suficientemente grandes; para ángulos δ_0 grandes el error prefijado se conserva sólo siendo las perturbaciones pequeñas. En un caso general las magnitudes de la perturbación con las cuales el análisis de los procesos transitorios por medio de ecuaciones linealizadas introduce un error admisible, dependen del tipo de no linealidad y del régimen inicial. En los estudios de estabilidad estática se puede tomar el valor de la perturbación tan pequeño cuanto se desee. Como lo demostró Liapunov, las condiciones de estabilidad estática de un sistema linealizado y del sistema no lineal inicial, para ciertas condiciones que en la práctica se satisfacen, coinciden. Juzgar acerca de los procesos transitorios, que se desarrollan después de que se pierda la estabilidad estática, es posible sólo en los límites de las desviaciones para las cuales son correctas, de acuerdo al error prefijado, las ecuaciones linealizadas. Siendo grandes las desviaciones deben tenerse en cuenta los términos despreciados de la serie de Taylor o debe resolverse el sistema inicial no lineal de ecuaciones diferenciales.

De esta manera, se tienen dos problemas que son en esencia diferentes en sus planteamientos y en los supuestos iniciales: estudio de los procesos transitorios en sistemas linealizados y estudio de los procesos transitorios considerando las no linealidades. Por medio de las ecuaciones linealizadas se llevan a cabo tanto estudios de estabilidad estática, como los relacionados con la evaluación de los índices de calidad del proceso transitorio y la síntesis de los dispositivos de regulación automática. En el último caso a veces se analizan sistemas linealizados bajo influencia de acciones perturbadoras que están prefijadas en el tiempo.

11. Problemas de análisis y síntesis. En los estudios de procesos transitorios aparecen problemas de análisis; ellos se reducen a la determinación de las variaciones de los parámetros del régimen Π_r con unas condiciones iniciales y perturbaciones dadas (desviación de los parámetros del sistema Π_0 o de los parámetros del régimen de sus valores normales), con esquemas y características de los equipos dados, entre ellos los dispositivos de regulación. Como resultado del análisis se pueden obtener: ya sea datos cualitativos (estable, inestable) o cuantitativos acerca de las variaciones de los parámetros del régimen con el tiempo $\Pi_r = f(t)$, o sobre la relación entre los parámetros del régimen y los parámetros del sistema $\Pi_r = \varphi(\Pi_0)$, ya sea información acerca de las variaciones de un parámetro del régimen en dependencia de las variaciones de otro, ya sea datos sobre la velocidad de variación de $\Pi_{r1} = \xi(d\Pi_{r1}/dt)$.

Los problemas de síntesis*) se reducen a la búsqueda de los esquemas, características de los equipos (entre ellos los dispositivos de regulación) y de las condiciones iniciales, bajo las cuales las variaciones de los parámetros del régimen en el régimen transitorio van a tener el carácter deseado (de antemano dado). Como resultado de la síntesis se ponen en claro los esquemas y los parámetros del sistema en la parte de potencia, las estructuras de los dispositivos de regulación, y en algunos casos su ajuste. Entre los problemas de análisis y de síntesis no existe una frontera bien marcada: así, mediante la elaboración de diferentes variantes en el análisis se resuelven problemas que tienen que ver con la síntesis, etc. Un gran valor tiene el control de los procesos transitorios en los sistemas en operación. En la solución del problema del control, a diferencia de los problemas del análisis, los parámetros del régimen del sistema se analizan no como parámetros dados, sino como variables por acción de los dispositivos de regulación, los cuales pueden variar su estructura y ajuste si es necesario.

Los problemas presentados requieren un aparato matemático que asegure la solución de las ecuaciones de movimiento del sistema. Como es sabido, el número de dichas ecuaciones es igual al número de grados de libertad. En dependencia de los supuestos hechos, dictados a su vez por el planteamiento del problema, se tiene que operar con ecuaciones lineales o no lineales. Siendo grandes las perturbaciones, el estudio del comportamiento del sistema (su estabilidad dinámica) requiere la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales, cuyo número por cada unidad generadora puede ser de 2 a 40. En dependencia de los supuestos hechos estas ecuaciones se unen con el sistema de ecuaciones algebraicas que describen la red (dos ecuaciones por nodo). Para los cálculos prácticos de los procesos que predeterminan el régimen transitorio de un sistema complejo (500—800 generadores, 1000—3000 nodos), hay que operar con inmensos sistemas de ecuaciones lo que no sólo causa dificultades relacionadas con la complejidad de la solución, sino que presenta el problema de la visibilidad de los resultados, ya que la gran cantidad de enlaces funcionales que se ponen en evidencia como resultado de los cálculos, requieren para su empleo práctico una sistematización y simplificación. La simplificación comúnmente es racional realizarla antes de comenzar los cálculos, llevando a cabo la llamada equivalentación: reemplazo de un grupo de generadores iguales o de aquellos cuyo comportamiento durante el proceso transitorio se puede considerar igual, por un generador equivalente (véase Apéndice 2). De esta manera, la solución del grupo de problemas que están relacionados con el estudio de los procesos dinámicos (estabilidad dinámica) requiere el empleo de métodos que permiten obtener las dependencias cuantitativas $\Pi_r = f(t)$. Estas dependencias se obtienen, por regla, como resultado de la solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones no lineales, que caracterizan los procesos al analizar perturbaciones grandes, son correctas también para perturbaciones pequeñas. No obstante, en caso de perturbaciones pequeñas es más cómodo emplear las ecuaciones linealizadas, las cuales permiten juzgar acerca de los procesos por el tipo de raíces de la ecuación característica, estableciendo cuál será la forma de las desviaciones pequeñas de los parámetros $\Delta \Pi_r$ (aperiódicas o periódicas, crecientes o decrecientes).

Es posible el empleo de los criterios prácticos de estabilidad, los cuales dan una calificación cuantitativa del proceso (estable, inestable). Los problemas de

*) Por *síntesis*, que literalmente significa «unión», «combinación», aquí se entiende la creación (diseño) de estructuras y algoritmos de control, los cuales garantizan que en los sistemas eléctricos de potencia automáticamente regulados los procesos transitorios sean óptimos.

síntesis pueden resolverse como problemas generales partiendo de la obtención de las propiedades estáticas y dinámicas del sistema o sólo como problemas particulares.

El problema de control de los procesos transitorios se formula matemáticamente en forma de la ecuación

$$d\Pi_{ri}/dt = f(\Pi_{ri}, Y_{Ci}) + \Psi(t),$$

donde $\Pi_{ri} = 1, 2, \dots, n$ son los parámetros del régimen del sistema; $Y_{Ci} = 1, 2, \dots, k$ son las influencias del control; Ψ es la perturbación del régimen.

En el régimen permanente posterior a la avería la perturbación y la influencia del control se toman iguales a cero, entonces este régimen se describe por las ecuaciones

$$f(\Pi_{ri}(0)) = 0.$$

Comenzando desde el tiempo $t = 0$, en el sistema actúan las perturbaciones $\Psi(t)$. El problema de hallar un método de control consiste en encontrar un valor de Y_{Ci} para que el sistema pueda pasar de un régimen caracterizado por los parámetros $\Pi_{ri}(0)$ a otro nuevo régimen (Π_{ri}) permitido por las condiciones de explotación, con la particularidad de que este paso (proceso transitorio) sea óptimo. La noción de **proceso transitorio óptimo** (y con más razón de un régimen, o sea de un grupo de procesos) tiene sentido sólo con relación a unas condiciones concretas.

Los métodos y formas de control de los procesos transitorios, por consiguiente, también deben ser adoptados a condiciones concretas partiendo de una serie de índices (criterios) de optimización. En la búsqueda de las formas de control óptimo el ingeniero se ve obligado a resolver problemas similares al análisis y síntesis, pero en un planteamiento algo diferente. En este caso se tiende a obtener no tanto la estructura de los dispositivos de regulación o las dependencias de cálculo $\Pi_{ri} = f(t)$ (para las condiciones iniciales y de frontera prefijadas y parámetros constantes del sistema: $\Pi_{ri} = \text{const}$), como unas influencias que garanticen que en los procesos transitorios las variaciones de los parámetros del régimen transcurran en una zona de desviaciones determinadas de antemano (permitidas), con respecto a los valores encontrados como óptimos para las condiciones dadas.

De esta manera, en el control de los procesos transitorios en primer lugar no se presenta la rigurosidad matemática y la exactitud aritmética del cálculo e incluso la exactitud física (técnica), que se evalúa por la posible coincidencia de sus cálculos con el transcurso real (natural) del proceso, sino la probabilidad de desviación de los parámetros del régimen controlado de aquellos valores que fueron establecidos como óptimos. Los problemas de control de los procesos transitorios deben, por consiguiente, resolverse como probabilísticos (estocásticos).

Preguntas de control

5.1. ¿En qué consiste la diferencia entre el régimen y los procesos? Nombre tres grupos de métodos para el estudio de los procesos en los sistemas eléctricos de potencia.

5.2. Defina la noción de «rigurosidad» y «exactitud» en los problemas técnicos.

5.3. ¿Qué se entiende por sistema en general y por sistema eléctrico de potencia en particular?

5.4. Defina la observabilidad como propiedad del sistema.

5.5. ¿Qué es un modelo fenomenológico, físico y matemático y qué es un circuito equivalente?

5.6. Nombre los cuatro niveles de supuestos en la construcción de los modelos (explicar empleando la fig. 5.2).

5.7. Defina el espacio de estados, ecuaciones de estado y descripción matemática de los regímenes y procesos.

5.8. Formule las particularidades al considerar las no linealidades de los parámetros del

sistema (materiales) y los parámetros del régimen o del proceso (variables con el tiempo). El error de linealización.

5.9. ¿Qué es la idealización posicional y qué es un sistema posicional?

5.10. Compare entre sí las características estáticas y dinámicas.

Temas para las ponencias

1. Metodología en la construcción de los modelos y circuitos equivalentes que se emplean en la solución de los problemas técnicos.

2. Particularidades de la solución de problemas no lineales.

3. Rigurosidad en las matemáticas como ciencia y sus aplicaciones a los problemas técnicos.

Modelos, ecuaciones y circuitos equivalentes para el estudio de los regímenes transitorios de los sistemas eléctricos de potencia

6.1. Planteamiento del problema

En el análisis de los procesos transitorios, al igual que otros, en un comienzo se construye el **modelo fenomenológico**, que da una descripción general de los fenómenos. Con ayuda de dicho modelo luego se realiza la **descripción matemática**, a base de la cual después de hacer una serie de supuestos, crear los métodos de resolución y establecer las escalas, se elabora el **modelo matemático o físico** (véase cap. 5). Una variedad de modelo matemático son los **circuitos equivalentes**, los cuales permiten reducir los fenómenos complejos a más sencillos y así facilitar la obtención de una idea acerca de los procesos estudiados. El circuito equivalente de un sistema complejo se compone de los circuitos equivalentes de sus elementos por separado: inductancia, capacitancia, resistencia. Los elementos del circuito equivalente pueden ser tanto lineales como no lineales. A veces un elemento del circuito equivalente se representa por medio de un dipolo o cuadripolo, bien sea activo o pasivo. En los casos más sencillos, que aparecen frecuentemente, el circuito equivalente del elemento se reduce a una impedancia o reactancia a la cual se le aplica una u otra f.e.m.

Se sobreentiende que los procesos que transcurren, o el régimen que se establece en el circuito equivalente, corresponden sólo a una de las caras del fenómeno complejo en la naturaleza, o como lo llamaremos en lo sucesivo, en el **original**. Además, el circuito equivalente puede ser correcto para cualquier momento de tiempo (por ejemplo, el circuito equivalente en cadena de una transmisión para estudios del régimen permanente o cuasipermanente), o bien puede reflejar la relación entre los parámetros del sistema y los parámetros del régimen sólo en un momento determinado de tiempo del proceso en estudio (por ejemplo, el reemplazo del generador por la reactancia x_d'). El objetivo del presente capítulo es crear las descripciones completas de los fenómenos estudiados y obtener a base de ellas ecuaciones de cálculo simplificadas y los circuitos equivalentes.

Arriba los circuitos equivalentes se emplearon sin argumentaciones especiales. Partiendo de las ecuaciones completas estas argumentaciones se pueden obtener. La simplificación del sistema en estudio, lo mismo que la creación de los circuitos equivalentes, deben hacerse con mucho cuidado. Una mala elección de los circuitos equivalentes puede conllevar a resultados inexactos e incluso erróneos.

6.2. Descripción matemática y modelos

Para la descripción matemática de los procesos transitorios electromecánicos es necesario tener:

— la descripción del movimiento del rotor del generador que opera en el sistema;

— la descripción de los procesos electromagnéticos que transcurren durante dicho movimiento.

Las ecuaciones de movimiento (véase cap. 4) las vamos a considerar conocidas, y analicemos la descripción de los procesos electromagnéticos, obteniendo de ésta las expresiones para las corrientes, flujos magnéticos totales, momentos de rotación.

Una descripción matemática general de los fenómenos electromagnéticos que tienen lugar en un sistema eléctrico de potencia podría ser formada a base del modelo fenomenológico de Faraday—Maxwell, empleando el vector de Pointing — Úmov, cuyo flujo transmite la energía a través de los entrehierros de las máquinas eléctricas y por medio de la transmisión se propaga al espacio a lo largo de los conductores. No obstante, esta descripción general y exacta desde el punto de vista de la física de los fenómenos no se puede emplear directamente en los problemas de ingeniería. Simplificando esta descripción y adoptándola a condiciones concretas (por ejemplo, en una serie de problemas despreciando las corrientes de desplazamiento, los procesos de propagación de la energía en el espacio, etc.), se puede llegar a métodos prácticos (de ingeniería). Un sistema eléctrico de potencia en forma simplificada (si se parte de las concepciones generales teóricas), pero apto para los problemas de ingeniería aquí planteados, se muestra en las figs. 2.1 y 2.2. Se compone de los elementos fundamentales: máquinas giratorias (generadores y motores), cargas estáticas (representadas comúnmente por una impedancia Z_C) y elementos de enlace (transformadores, líneas de transmisión).

Si todos estos elementos del sistema eléctrico de potencia, las cargas estáticas y los circuitos del estator de las máquinas eléctricas son trifásicos, entonces lo más real, desde el punto de vista físico, sería la formación de las ecuaciones de los procesos transitorios de estos elementos (y, por consiguiente, del sistema) para cada una de las fases, o sea, la escritura de las ecuaciones en el llamado sistema de coordenadas *) trifásico fijo. Sería un enfoque claro y físicamente evidente, pero, no obstante, conlleva a ecuaciones voluminosas no cómodas en los cálculos prácticos. En realidad, las corrientes y tensiones en las fases del sistema eléctrico de potencia son funciones sinusoidales del tiempo, y en los procesos transitorios las sinusoides van a deformarse debido a las componentes libres predeterminadas por las propiedades dinámicas del sistema. Es de especial importancia un factor que hace complejo el análisis — la interconexión entre las ecuaciones de las fases de los elementos del sistema. Esta interconexión está condicionada por la inducción mutua en los conductores de las fases de las líneas de transmisión, devanados de las máquinas y transformadores, capacitancia interfase de los conductores, etc. Los factores de autoinducción y de inducción mutua en los devanados de las fases del estator de las máquinas sincrónicas (inductancias) son funciones periódicas del tiempo. Así, las ecuaciones del flujo magnético Ψ para los devanados trifásicos (A, B, C), devanados de excitación (f), directo (D) y en cuadratura (Q) se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \\ \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} & L_{Af} & L_{AD} & L_{AQ} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} & L_{Bf} & L_{BD} & L_{BQ} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} & L_{Cf} & L_{CD} & L_{CQ} \\ \hline L_{fA} & L_{fB} & L_{fC} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{DA} & L_{DB} & L_{DC} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{QA} & L_{QB} & L_{QC} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

*) El término «sistema de coordenadas» aquí no es acertado. Mejor sería «sistema de ejes de referencia» o simplemente «ejes». Pero, el empleo del primer término se ha hecho más común.

Aquí las inductancias L_{jk} con diferentes índices dependen del tiempo, siendo funciones de γ , o sea del ángulo de giro del rotor (fig. 6.1). Excepciones son sólo las inductancias mutuas de los devanados del rotor:

$$L_{jD} = L_{Dj} = \text{const}; \quad L_{jQ} = L_{Qj} = 0; \quad L_{QD} = L_{DQ} = 0.$$

Las ecuaciones de los procesos transitorios electromagnéticos en los devanados del estator de una máquina sincrónica, escritas en forma matricial por medio de las variables de fase, tienen la forma

$$-\frac{d}{dt} \Psi = u + r i \quad (6.2)$$

$$-p \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix};$$

$$\Psi = Li + M_{af} i_f, \quad (6.3)$$

donde Ψ , u , i son los vectores-columna correspondientes a las variables de fase; r es la matriz diagonal de las resistencias de los devanados fásicos del estator; L , una matriz cuadrada de tercer

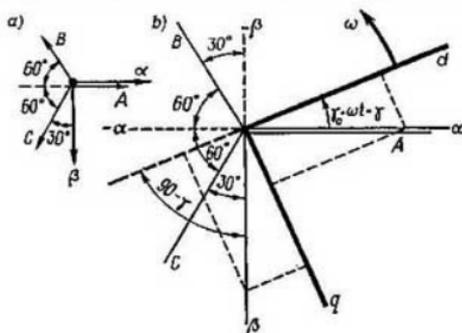


Fig. 6.1. Correlación entre las coordenadas del sistema inmóvil trifásico (A , B , C), el sistema inmóvil bifásico α , β y las coordenadas d , q que giran con la velocidad del rotor:

a, correlación entre las corrientes i_A , i_B , i_C y las corrientes i_α , i_β ; b, correlaciones generales entre las coordenadas

orden de las inductancias propias y mutuas en los devanados de las fases del estator; M_{af} es el vector-columna de las inductancias mutuas entre los devanados de las fases (simétricos) del estator y el devanado de excitación; i_f , la corriente en el devanado de excitación (para simplificar supongamos la ausencia de los circuitos de amortiguamiento).

Para los supuestos asumidos, en particular, de que los devanados de fases del estator son iguales, obtenemos las siguientes expresiones para las matrices de los parámetros que se incluyen en las ecuaciones (6.2) y (6.3):

$$r = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix}; \quad L = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{AB} & L_B & M_{BC} \\ M_{AC} & M_{BC} & L_C \end{bmatrix}; \quad M_{af} = \begin{bmatrix} M_{Af} \\ M_{Bf} \\ M_{Cf} \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

donde

$$\begin{aligned} L_A &= L + L' \cos 2\gamma; & L_B &= L + L' \cos 2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right); \\ L_C &= L + L' \cos 2\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right); & M_{AB} &= -M + L' \cos 2\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right); \\ M_{AC} &= -M + L' \cos 2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right); & M_{BC} &= -M + L' \cos 2\gamma; \end{aligned}$$

$$M_{Af} = M_f \cos \gamma; \quad M_{Bf} = M_f \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right);$$

$$M_{Cf} = M_f \cos \left(\gamma + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Como se ve, las inductancias propias y mutuas que se incluyen en (6.4) son funciones de $\gamma = \omega t$, o sea son los coeficientes variables en el tiempo de las ecuaciones.

Todas estas circunstancias complicadoras conllevaron a que en los cálculos de los regímenes permanentes y, en especial, de los procesos transitorios electromagnéticos y electromecánicos de los diferentes sistemas, se empleen ampliamente los parámetros «generalizados del régimen» o «coordenadas generalizadas», los cuales son incluidos especialmente y permiten deshacerse de las complejidades indicadas en la descripción matemática *) y, en particular, operar con inductancias constantes.

6.3. Ecuaciones generalizadas

Una máquina eléctrica trifásica con tres devanados en el estator y, por consiguiente, con tres corrientes, tres flujos magnéticos y con tres tensiones se puede representar por medio de una máquina con dos devanados. Los campos resultantes creados por las dos corrientes en dichos devanados deben ser equivalentes a los campos de la máquina trifásica. Esto significa que se debe mantener la relación que se desprende de la fig. 6.1. Así, del sistema de tres corrientes (A, B, C) que pasan por los tres devanados homónimos se puede pasar al sistema de dos corrientes (α, β). El paso a las corrientes i_α, i_β se realiza por medio de una transformación en la cual se tiene en cuenta que el $\cos 60^\circ = 1/2$ y que el $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ (fig. 6.1, a):

$$i_\alpha = i_A - \frac{1}{2} i_B - \frac{1}{2} i_C; \quad i_\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2} i_B + \frac{\sqrt{3}}{2} i_C. \quad (6.5a)$$

Las mismas correlaciones pueden ser escritas para las tensiones y los flujos magnéticos. Empleando el sistema por unidad para una corriente base $i_b = 3/2 I$, las ecuaciones escritas arriba pueden representarse de la siguiente manera:

$$i_\alpha = \frac{2}{3} i_A - \frac{1}{3} i_B - \frac{1}{3} i_C; \quad i_\beta = -\frac{1}{\sqrt{3}} i_B + \frac{1}{\sqrt{3}} i_C. \quad (6.5b)$$

Estas ecuaciones determinan el paso del sistema trifásico A, B, C , denominado sistema de coordenadas rígidamente enlazado con el estator inmóvil, al sistema bifásico α, β también inmóvil y también enlazado con el estator. El sistema de coordenadas α, β , se emplea en casos especiales, y en él no nos vamos a detener. Un empleo mucho más amplio tiene el sistema de coordenadas d, q rígidamente enlazado con el rotor y que gira con relación al estator con la misma velocidad con que gira el rotor. El paso del sistema trifásico a este sistema es cómodo de realizar empleando el ya incluido sistema bifásico de coordenadas. En cada momento de tiempo dado, el eje d del sistema giratorio bifásico de coordenadas forma con el eje α del sistema bifásico inmóvil el ángulo $\gamma = \gamma_0 + \omega t$; el mismo ángulo se forma con el eje A (fig. 6.1, b). Por consiguiente, $I_d = i_\alpha \cos \gamma - i_\beta \cos (90^\circ - \gamma)$. Escribiendo las magnitudes i_α e i_β a través de las corrientes

*) Es posible, sin embargo, que las dificultades de cálculo relacionadas con la necesidad de una solución de las ecuaciones que contienen funciones periódicas sean eliminadas por medio del mejoramiento de los ordenadores y la simplificación de la programación. Entonces va a ser racional volverse al sistema real de coordenadas trifásico.

i_A, i_B, i_C , obtenemos

$$I_d = \frac{2}{3} i_A \cos \gamma - \frac{1}{3} i_B \cos \gamma - \frac{1}{3} i_C \cos \gamma + \frac{1}{\sqrt{3}} i_B \sin \gamma - \frac{1}{\sqrt{3}} i_C \sin \gamma,$$

o después de unas cuantas transformaciones

$$I_d = \frac{2}{3} \left[i_A \cos \gamma + i_B \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right]. \quad (6.6)$$

Absolutamente de la misma manera se obtiene la expresión *) para la corriente I_q . De la fig. 6.1, b tenemos

$$I_q = i_\alpha \sin \gamma + i_\beta \cos \gamma,$$

o, al expresar i_α e i_β mediante i_A, i_B, i_C :

$$I_q = \frac{2}{3} \left[i_A \sin \gamma + i_B \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \quad (6.7)$$

Si el punto cero del sistema está conectado a tierra y la suma de las corrientes i_A, i_B, i_C no es igual a cero, entonces es necesario tener en cuenta las relaciones suplementarias que se conocen de la teoría de las componentes simétricas, las cuales indican la aparición de la corriente de secuencia cero:

$$I_0 = (i_A + i_B + i_C)/3. \quad (6.8)$$

La fórmula (6.8) es correcta tanto para el sistema de coordenadas rígidamente enlazado con el estator (inmóvil), como para el sistema rígidamente enlazado con el rotor (móvil). Por consiguiente, definitivamente el paso del sistema de coordenadas A, B, C al sistema $d, q, 0$ para las corrientes se determina por el sistema de ecuaciones (6.6), (6.7), (6.8).

Transformaciones matriciales. Las ecuaciones del régimen y las ecuaciones de transformación es cómodo escribirlas en forma matricial, ya que en el modelo matricial se reflejan de una forma determinada las relaciones físicas y matemáticas, que son inherentes al fenómeno en estudio. La ventaja de las matrices consiste en que en un sistema de ecuaciones diferenciales lineales todas las variables de un mismo tipo se pueden representar por un símbolo. Lo mismo se refiere a todos los parámetros de las ecuaciones. Por eso el sistema de ecuaciones puede ser representado por una ecuación. La solución puede ser expresada en los mismos símbolos, y el álgebra matricial permite por medio de métodos cómodos encontrar la solución. Si el problema se complica, entonces las dificultades se disminuyen por medio de una serie de procedimientos, los cuales es cómodo emplearlos en la forma matricial. Por eso, las transformaciones lineales y la división en submatrices son necesarias en el trabajo. La multiplicación de matrices puede ser realizada a mano con ayuda de reglas sencillas o en los ordenadores. Todo esto da un instrumento ideal para realizar transformaciones lineales y también para hallar cualquier transformación efectiva. Para presentar los datos a los ordenadores o la computadora de tipo analógico es cómoda no sólo la escritura en forma matricial, sino también las mismas transformaciones matriciales, ya que en las máquinas éstas pueden ser representadas en una forma real para la construcción del modelo.

Las ecuaciones escritas arriba (6.5a) y (6.5b) en las coordenadas α, β se pueden representar en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}.$$

*) A veces en vez de $(\gamma - 4\pi/3)$ escriben $(\gamma + 2\pi/3)$, lo cual es lo mismo (véase fig. 6.1, b).

La relación inversa tendrá la forma

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}.$$

Las corrientes, escritas en las coordenadas $d, q, 0$, se determinan por la fórmula

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\operatorname{sen} \gamma & 0 \\ \operatorname{sen} \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}.$$

La relación inversa tiene la forma

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \operatorname{sen} \gamma & 0 \\ -\operatorname{sen} \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix}.$$

En la forma matricial el sistema de ecuaciones (6.6), (6.7), (6.8) adquiere la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \gamma & \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \operatorname{sen} \gamma & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \times \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \Pi \times \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}.$$

Aquí la matriz Π es

$$\Pi = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} \cos \gamma & \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \operatorname{sen} \gamma & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}.$$

La relación inversa para las corrientes en las fases se puede obtener por medio de la transformación de la matriz arriba escrita la cual determina los valores de las corrientes. Esta puede tener la forma:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \operatorname{sen} \gamma & 1 \\ \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix} = \Pi^{-1} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix},$$

donde

$$\Pi^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \operatorname{sen} \gamma & 1 \\ \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) & \operatorname{sen} \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix}.$$

Empleando la matriz de transformación Π , se puede escribir en forma reducida las fórmulas para las corrientes, tensiones y flujos magnéticos:

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \\ U_0 \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = \Pi \begin{bmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{bmatrix}.$$

La ecuación general de enlace entre los parámetros en los ejes A, B, C y los ejes $d, q, 0$, escrita a través de una variable simbólica general ξ , será

$$\xi_{d, q, 0} = \Pi \xi_{A, B, C}.$$

La ecuación (6.2) en esta escritura para la tensión toma la forma

$$U_{d, q, 0} = \Pi \xi_{A, B, C} = -\Pi \frac{d\Psi_{A, B, C}}{dt} - R\Pi i_{A, B, C}.$$

Representando $\Psi_{A, B, C}$ e $i_{A, B, C}$ en los ejes $d, q, 0$, obtenemos

$$U_{d, q, 0} = -\Pi\Pi^{-1} \frac{d\Psi_{d, q, 0}}{dt} - \Pi \left(\frac{d\Pi^{-1}}{dt} \right) \Psi_{d, q, 0} - R\Pi\Pi^{-1} i_{d, q, 0},$$

donde la resistencia de la fase del estator es $r_A = r_B = r_C = R$.

Conforme a la teoría de matrices

$$\Pi\Pi^{-1} = 1; \quad \Pi \left(\frac{d\Pi^{-1}}{dt} \right) = \frac{d\Pi}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Teniendo en cuenta que $d\Pi/dt = \omega$, obtenemos de las relaciones anteriores la ecuación de Park-Górev escrita en forma matricial:

$$U_{d, q, 0} = -1 \frac{d\Psi_{d, q, 0}}{dt} - \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Psi_{d, q, 0} - R i_{d, q, 0}. \quad (6.9a)$$

A la vez

$$\Psi_{d, q, 0} = L_{d, q, 0} i_{d, q, 0} + M_{d, q, 0} i_f,$$

donde $\Psi_{d, q, 0}$, $U_{d, q, 0}$, $i_{d, q, 0}$ son los vectores-columna de las magnitudes variables en el sistema de coordenadas $d, q, 0$. Aquí los valores de la inductancia y de la inductancia mutua van a determinarse por la siguiente fórmula:

$$L_{d, q, 0} = \begin{bmatrix} \left(L + M + \frac{3}{2} L' \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(L + M - \frac{3}{2} L' \right) & 0 \\ 0 & 0 & (L - 2M) \end{bmatrix}; \quad M_{d, q, 0} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

De esta manera, el paso a los parámetros del proceso en el sistema de coordenadas $d, q, 0$ conlleva a ecuaciones con coeficientes constantes. Las matrices de representación de las inductancias y de las inductancias mutuas se simplifican notablemente. Del análisis de las ecuaciones escritas se deduce que cuando hay igualdad en los parámetros de los devanados de las fases en procesos simétricos, los parámetros de la secuencia cero pueden excluirse, pasando a las ecuaciones en las coordenadas d, q y escribiendo las ecuaciones fundamentales de los procesos transitorios de la siguiente forma:

$$-\frac{d}{dt} \Psi - \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Psi - R I = U, \quad (6.9b)$$

donde $\Psi = L I + M i_f$,

o bien $\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{bmatrix}$; $U = \begin{bmatrix} U_d \\ U_q \end{bmatrix}$; $I = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$; $L = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix}$;

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{ad} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$L_d = L + M + \frac{3}{2} L'; \quad L_q = L + M - \frac{3}{2} L'; \quad M_{ad} = \sqrt{\frac{3}{2}} M_f.$$

De una forma similar se transforman las ecuaciones de los procesos transitorios en los elementos estáticos simétricos de red eléctrica. Así, por ejemplo, para el circuito equivalente de una línea de transmisión eléctrica en forma de resistencia-reactancia conectada entre los nodos 1 y 2 de la red, las ecuaciones en las variables de las fases tienen la forma

$$-\begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{2A} \\ u_{2B} \\ u_{2C} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u_{1A} \\ u_{1B} \\ u_{1C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix},$$

y en las variables generalizadas d, q

$$-\begin{bmatrix} (L-M) & 0 \\ 0 & (L-M) \end{bmatrix} \left(\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} - \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} U_{2d} \\ U_{2q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} U_{1d} \\ U_{1q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}$$

Las escrituras en forma matricial y las transformaciones tienen un valor especial en la elaboración de los programas para los ordenadores y para la construcción de los esquemas. No obstante, en la deducción de las ecuaciones es posible otra forma físicamente evidente para su obtención. Ella consiste en lo siguiente. La tensión que aparece en las salidas del generador, cuando existe un flujo magnético ψ y por el devanado pasa una corriente i^* , se determina por la relación

$$-d\psi/dt = u + i r.$$

Por ejemplo, para la fase A se puede escribir

$$u_A = -d\psi_A/dt - i_A r$$

o bien

$$u_A + i_A r + d\psi_A/dt = 0.$$

Reemplazando en la última fórmula los valores de las corrientes, tensiones y flujos magnéticos, expresados de acuerdo a (6.6), (6.7), (6.8), en el sistema de coordenadas $d, q, 0$, obtenemos

$$U_0 + U_d \cos \gamma + U_q \sin \gamma + r I_0 + r I_d \cos \gamma + r I_q \sin \gamma + \frac{d}{dt} (\Psi_0 + \Psi_d \cos \gamma + \Psi_q \sin \gamma) = 0,$$

o, después de la transformación

$$U_0 + \Psi'_0 + r I_0 + (U_d + \Psi'_d + \gamma' \Psi_q + r I_d) \cos \gamma + (U_q + \Psi'_q - \gamma' \Psi_d + r I_q) \sin \gamma = 0, \quad (6.10a)$$

donde por medio de Ψ' , γ' se designan las derivadas d/dt . La expresión (6.10a) es en sí una ecuación de la forma siguiente:

$$A + B \cos \gamma + C \sin \gamma = 0.$$

*) En lo sucesivo las corrientes y otros parámetros se dan por unidad.

La ecuación puede ser cumplida a la condición de que $A = B = C = 0$. Entonces de (6.10a) se obtienen las ecuaciones similares a (6.9a) y (6.9b):

$$\begin{cases} u_d = -\frac{d\Psi_d}{dt} - \Psi_q\omega - RI_d; \\ u_q = -\frac{d\Psi_q}{dt} + \Psi_d\omega - RI_q; \\ u_0 = -\frac{d\Psi_0}{dt} - RI_0, \end{cases} \quad (6.10b)$$

donde $R = r_A = r_B = r_C$.

Estas ecuaciones son las denominadas *ecuaciones de Park — Górev*.

El enlace entre las corrientes del estator y del rotor con los parámetros del circuito de excitación se puede obtener empleando las fórmulas (6.3), (6.4). Sustituyendo en ellas los valores de las corrientes i_A, i_B, i_C y pasando al sistema de coordenadas $d, q, 0$, después de las transformaciones no es difícil obtener que

$$\Psi_j = \frac{3}{2} MI_d + L_j I_j = M^{(3)} I_d + L_j I_j, \quad (6.9c)$$

donde $M^{(3)} = \frac{3}{2} M$ es la inductancia mutua resultante entre los devanados del rotor y las tres fases del estator.

La ecuación para el devanado de excitación puede ser expresada de otra forma:

$$d\Psi_f/dt + I_f R_{fd} = U_{fd},$$

de donde, teniendo en cuenta (6.9c):

$$M^{(3)} p I_d + (R_{fd} + p L_f) I_f = U_{fd},$$

donde $p = d/dt$.

La última ecuación se puede escribir de otra manera:

$$U_{fd} = (R_{fd} + p L_f) I_f + M p \left[i_A \cos \gamma + i_B \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right].$$

La fórmula para la potencia la escribimos de la forma $P = i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C$.

Empleando la transformación de Park, obtenemos

$$P = [i_A i_B i_C] \times \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}_f \Pi^{-1} \Pi \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}.$$

Finalmente tenemos que

$$P = 3 (I_d U_d + I_q U_q + 2 I_0 U_0) / 2.$$

Expresando por unidad todos los parámetros del régimen y tomando como potencia base $\frac{3}{2} P$, obtenemos *)

$$P_* = U_{d*} I_{d*} + I_{q*} U_{q*} + 2 I_{0*} U_{0*}.$$

*) En lo sucesivo el asterisco lo vamos a omitir, suponiendo que P, U, I se expresan por unidad.

Esta expresión (teniendo en cuenta (6.10b) se puede volver a escribir de la siguiente manera:

$$P = U_d I_d + I_q U_q + 2I_0 U_0 = - \left(I_d \frac{d\Psi_d}{dt} + I_q \frac{d\Psi_q}{dt} + 2I_0 \frac{d\Psi_0}{dt} \right) + \\ + (\Psi_d I_q - \Psi_q I_d) \omega - R (I_d^2 + I_q^2 + 2I_0^2),$$

donde $R = r_a = r_b = r_c$ son las resistencias de los devanados de fase del estator.

El momento de rotación que se transmite del rotor al estator $M = \pm P/\omega$, en el régimen permanente o cuasipermanente es

$$M = \Psi_d I_q - \Psi_q I_d.$$

Sistema complejo. En la formación de las ecuaciones de los procesos transitorios para un sistema que contiene un gran número de máquinas eléctricas y nodos de carga, que están enlazados por una red eléctrica de configuración arbitraria, el paso de las variables por fase a las generalizadas requiere el empleo de unos cuantos sistemas de coordenadas diferentes. En realidad, las ecuaciones de los procesos transitorios en cada uno de los generadores se deben escribir en los ejes d , q que giran con la velocidad angular del rotor de dicho generador, ya que sólo en ese caso en las ecuaciones (6.3), (6.4), etc., no van a existir coeficientes que varían en el tiempo. Las ecuaciones de los procesos transitorios en los elementos estáticos simétricos de la red eléctrica de potencia serán iguales por su forma para el sistema de coordenadas que gira con velocidad de cualquiera de las máquinas o que gira con una velocidad constante ω_0 que corresponde a la frecuencia del régimen permanente del sistema eléctrico de potencia (SEP). Esto último es habitual para los SEP complejos y de multimáquinas.

Las ecuaciones de los procesos transitorios en los elementos trifásicos del SEP, escritas en las coordenadas d , q , se juntan en un sistema único empleando las leyes de Kirchhoff. Una gran divulgación ha obtenido la forma nodal de escritura de las ecuaciones, en la cual las incógnitas son las tensiones en los nodos y las corrientes en las ramas del circuito equivalente del SEP. En este caso las ecuaciones de las ramas se complementan con las ecuaciones de la primera ley de Kirchhoff: la suma algebraica de las corrientes de las ramas para cada nodo del circuito es igual a cero.

Si en un nodo se enlazan varias ramas de la red, cuyas ecuaciones están escritas en un sistema de coordenadas d , q que gira con una velocidad angular ω_0 , entonces las ecuaciones de la primera ley de Kirchhoff se forman directamente por la suma de las componentes de las corrientes en los ejes d y q , respectivamente:

$$\sum_i I_{di} = 0; \quad \sum_i I_{qi} = 0.$$

Si a un nodo además de los elementos de la red está conectado un generador sincrónico, cuyas ecuaciones para el circuito del estator están escritas en el sistema de coordenadas d , q que gira a una velocidad angular ω , entonces para sumar las corrientes es necesario pasar a un sistema único de coordenadas, por ejemplo, el que es habitual para los elementos de la red. En este caso las corrientes del generador se transforman por medio de la fórmula:

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}_{\omega_0} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix}_{\omega},$$

donde $\theta = (\omega_0 - \omega) t$.

Para obtener el sistema completo de ecuaciones de los procesos transitorios electromecánicos en un SEP, las ecuaciones de los procesos transitorios en los ele-

mentos trifásicos del circuito equivalente y las ecuaciones de las leyes de Kirchhoff deben ser complementadas con las ecuaciones de los procesos transitorios electromagnéticos en los devanados de los rotores de las máquinas eléctricas y con las ecuaciones de movimiento mecánico de los rotores de las máquinas. Dichas ecuaciones enlazan las velocidades angulares de los rotores con los parámetros del régimen eléctrico del SEP. El orden para formar estas ecuaciones ya se mostró arriba.

De esta manera, el paso a las coordenadas generalizadas d, q permitió simplificar notoriamente las ecuaciones de los procesos transitorios en los elementos trifásicos del SEP. Esto permite crear algoritmos de cálculo efectivos para el estudio de los procesos transitorios y la estabilidad. Al mismo tiempo, el empleo de las variables generalizadas en algunos casos se dificulta o incluso es imposible. Esto va a ser, por ejemplo, para los regímenes de los SEP que se caracterizan por la asimetría en los circuitos del estator de las máquinas eléctricas y por la no sinusoidalidad condicionada por las válvulas convertidoras estáticas (carga rectificadora, transmisión a corriente continua). Si al desprestigiar la asimetría y la no sinusoidalidad se llega a errores grandes, se opera con los valores instantáneos de las variables de las fases, resolviendo ecuaciones más complejas con coeficientes variables.

6.4. Interpretación física de las ecuaciones en las coordenadas d, q . Modelo de Park—Górev

El modelo matemático de Park—Górev lo obtenemos partiendo de las consideraciones que están de acuerdo a las deducciones formales arriba expuestas. Escribamos la ecuación del sistema (fig. 6.2) que contiene i ramas, a las cuales están conectadas máquinas eléctricas (sincrónicas) y n nodos, en cada uno de los cuales puede haber una carga C alimentada por la tensión del nodo U_C^* . Para hacerlo más obvio hagamos la descripción referente al subsistema separado en la fig. 6.2.

La posición relativa de los ejes de los devanados de fase y de las coordenadas se muestra en la fig. 6.3, *a*. Las ecuaciones de cada generador sincrónico (GS) respectivamente se refieren a los ejes (enlazados con su rotor), que giran con una velocidad arbitraria. La rama que está unida a cada generador se va a referir a los ejes que están rígidamente sujetos al rotor de dicho generador **). La rama de carga debe ser relacionada al sistema de coordenadas de cualquiera de los generadores sincrónicos (en el caso dado al primero). Aquí se tienen en cuenta los procesos transitorios en los circuitos del rotor y el estator de las máquinas sincrónicas y también en los circuitos de la carga. Las máquinas asincrónicas en un enfoque similar requieren ciertos cambios en la escritura de las ecuaciones. Los procesos transitorios electromagnéticos en las líneas de transmisión, como regla, no se tienen en cuenta, ya que es sabido que en una línea de transmisión de hasta de 1000 km ellos no tienen ninguna influencia notoria en el régimen electromecánico del sistema. Todas las designaciones aquí y en adelante son las habituales, p es el símbolo de diferenciación. El sistema de ecuaciones enlaza los parámetros del régimen II, y sus derivadas en el tiempo con los parámetros del sistema eléctrico de potencia II₃ que son tomados, en los límites del intervalo de cálculo, como constantes.

*) Las ecuaciones de Park—Górev se conocen de las asignaturas «Máquinas eléctricas», «Sistemas eléctricos de potencia», «Procesos transitorios electromagnéticos» y de los textos de dichas asignaturas [2, 4, 11].

***) Las corrientes en las ramas las vamos a designar con las letras I con sus correspondientes índices $d, q, 1, C$, etc.

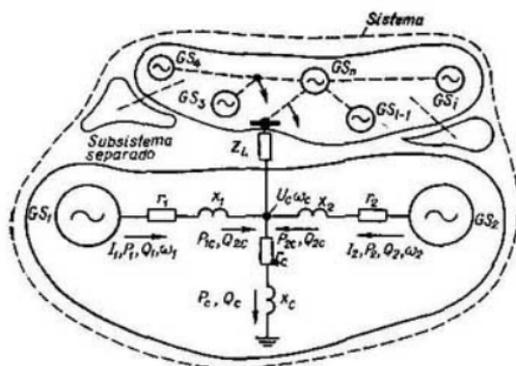


Fig. 6.2. Sistema y subsistema elegido para el estudio

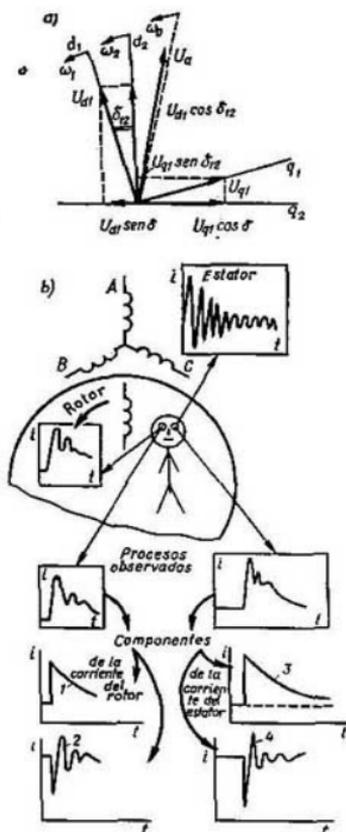


Fig. 6.3. Interpretación de los procesos estudiados:

a, disposición mutua y desplazamiento de los devanados de fase del estator U_a , diferentes componentes en las coordenadas (d, q) , donde el eje d se adelanta al eje q ; b, representación de los procesos en la imaginación del «observador» que se encuentra en el rotor que gira; I_1 , componente aperiódica (constante) de la corriente del rotor que es vista por el «observador» como constante (corresponde a i_d y $\omega\Psi$); I_2 , componente periódica de la corriente del rotor, que es vista por el «observador» como periódica (corresponde a $p\Psi$); I_3 , envolvente de los valores instantáneos sinusoidales de la corriente del estator que es vista como constante (corresponde a $\omega\Psi$); I_4 , componente aperiódica (constante) de la corriente del estator que es vista como sinusoidal y variable (corresponde a $p\Psi$)

Ecuaciones de movimiento de los rotores:

$$(T_{Ji}/\omega_0) (d\omega_i/dt) = M_{Ti} - M_i, \quad i = 1, 2; \quad (6.11)$$

$$M_i = \Psi_{d\Sigma i} I_{qi} - \Psi_{q\Sigma i} I_{di};$$

$$\Psi_{d\Sigma i} = \Psi_{di} + x_i I_{di}; \quad \Psi_{q\Sigma i} = \Psi_{qi} + x_i I_{qi}. \quad (6.12)$$

Ecuaciones de los circuitos del estator (cuando se supone que hay linealización):

$$\left. \begin{aligned} (p/\omega_0) \Psi_{d\Sigma i} + (\omega_i/\omega_0) \Psi_{q\Sigma i} + r_{\Sigma i} I_{di} &= -U_{di}; \\ -(p/\omega_0) \Psi_{q\Sigma i} + (\omega_i/\omega_0) \Psi_{d\Sigma i} - r_{\Sigma i} I_{qi} &= U_{qi}. \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

A la vez, de acuerdo a la fig. 6.3

$$U_{d2} = U_{d1} \cos \delta_{12} + U_{q1} \sin \delta_{12};$$

$$U_{q2} = U_{q1} \cos \delta_{12} - U_{d1} \sin \delta_{12},$$

donde $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$.

Ecuaciones de la rama de carga:

$$\left. \begin{aligned} (p/\omega_0) I_{dC} x_C + (\omega_1/\omega_0) I_{qC} x_C + I_{dC} r_C &= U_{dC}; \\ -(\omega_1/\omega_0) I_{dC} x_C + (p/\omega_0) I_{qC} x_C + I_{qC} r_C &= U_{qC} \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

con la particularidad de que $U_{dC} = U_{d1}$; $U_{qC} = U_{q1}$.

Ecuaciones de balance de las corrientes:

$$\left. \begin{aligned} I_{q1} + I_{q2} \cos(\delta_1 - \delta_2) + I_{d2} \sin(\delta_1 - \delta_2) - I_{qC} &= 0; \\ I_{d1} + I_{d2} \cos(\delta_1 - \delta_2) - I_{q2} \sin(\delta_1 - \delta_2) - I_{dC} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

Ecuaciones de los procesos transitorios en los circuitos de los rotores de los generadores:

$$(p/\omega_0) \Psi_f + I_{f1} r_{f1} = U_{f1}, \quad (6.16a)$$

o bien

$$T_{dot} (p/\omega_0) [E_{q1} + I_{d1} (x_{d1} - x'_{d1})] = E_{qe1} - E_{q1}, \quad (6.16b)$$

donde $E_{qe1} = \varphi(U_{f1})$, y a su vez $U_{f1} = \psi(\Pi_f)$ (Π_f son los parámetros del régimen a los cuales reacciona el sistema automático de regulación de la excitación).

La relación entre los ángulos y las velocidades la representamos como

$$\omega_1 - \omega_C = p\delta_1; \quad \omega_1 - \omega_2 = p(\delta_1 - \delta_2) = s_{12}. \quad (6.17)$$

Las ecuaciones completas obtenidas que describen el comportamiento de un sistema complejo, o sea, la variación de todos los parámetros del régimen $\Pi_{ir} = f(t)$, pueden ser resueltas por medio de la integración numérica.

Algoritmo de solución. El algoritmo que nos da como resultado los parámetros del proceso $\Pi_{ir} = f(t)$, requiere la transformación de las ecuaciones y la resolución de ellas con relación a las derivadas de las corrientes en el tiempo por medio de la división en grupos de ecuaciones diferenciales y algebraicas (balance de las corrientes en los circuitos del estator). La resolución que se realiza por medio de la integración numérica y que comúnmente requiere también aproximaciones sucesivas, para un sistema de dos-tres centrales con cargas ya se hace demasiado voluminosa.

En los estudios de la estabilidad dinámica mediante las ecuaciones de Park — Górev se recomienda emplear la forma operacional de escritura de las ecuaciones, por medio de la cual todas las transformaciones de las variables a los ejes d, q se ejecutan con ayuda de la matriz generalizada. Las posiciones de los ejes d, q con relación al eje de referencia (fase a del estator o un eje que gira en sincronismo) pueden ser variadas. Lo más cómodo es escribir las ecuaciones para cada generador referente a los ejes giratorios que están enlazados con el rotor del mismo generador. La carga es cómodo referirla al rotor del generador que se encuentra más cerca (eléctricamente) [véase (6.14)]. Las ecuaciones de las líneas de transmisión que unen los puntos k, m de la red, van a tener la forma:

$$U_{kd} = U_{md} \cos \delta_{km} - U_{mq} \sin \delta_{km} - r_L I_{Ld} - x_L p I_{Ld} / \omega_0 + x_L I_{Lq} \omega_k / \omega_0;$$

$$U_{kq} = U_{md} \sin \delta_{km} + U_{mq} \cos \delta_{km} - r_L I_{Lq} - x_L p I_{Lq} / \omega_0 - x_L I_{Ld} \omega_k / \omega_0,$$

donde $\omega_k = d\delta_k/dt + \omega_0$.

En estas ecuaciones para los elementos estáticos del circuito (líneas de transmisión y cargas) aparecen no linealidades de tipo $U_d \cos \delta$, $U_q \sin \delta$ y términos de tipo $I_{d} d\delta/dt$, $I_{q} d\delta/dt$, los cuales están condicionados por las f.e.m. de rotación complementarias. Esto se explica por el hecho de que desde el punto de vista del observador, que está rígidamente enlazado con el rotor (fig. 6.3, b), todos los circuitos del estator, entre ellos las líneas de transmisión, reactancias, etc., se repre-

sentan como **elementos que giran** con una velocidad angular $\omega = \omega_0 + d\delta/dt$. Las ecuaciones para la tensión del generador en la forma matricial se pueden escribir de la forma (aquí los signos delante de algunas variables responden a la posición de los ejes — sistema de coordenadas asumido en la fig. 6.1 *):

$$\begin{bmatrix} -U_{1d} \\ U_{1q} \\ U_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & r_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1d} \\ -I_{1q} \\ I_f \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{1d} \\ -\Psi_{1q} \\ \Psi_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{1q} \\ \Psi_{1d} \\ \Psi_f \end{bmatrix} \frac{d\delta}{dt}.$$

Las ecuaciones del motor asincrónico son similares a las del generador, pero también se diferencian en dependencia de cómo son elegidas las direcciones de los ejes y su velocidad angular. En la tabla 6.1 se comparan tres variantes de escritura de las ecuaciones del motor asincrónico.

Recordemos que los flujos magnéticos que se incluyen en las ecuaciones del generador tienen la forma

$$\begin{aligned} \Psi_d &= I_f x_{af d} + I_{1d} x_{a1 d} + I_d x_{dd}; \\ \Psi_{1d} &= I_{1d} x_{1d} + x_{f1 d} I_f + x_{a1 d} I_d; \quad \Psi_q = I_{1q} x_{a1 q} + I_q x_{qq}; \quad \Psi_{1q} = I_{1q} x_{1q} + \\ &\quad + x_{a1 q} I_q; \\ \Psi_f &= I_f x_{ff} + I_{1d} x_{f1 d} + I_d x_{af d}. \end{aligned}$$

Aquí a diferencia de la fig. 6.3 se toman otras denominaciones: d — para el eje directo, q — para el de cuadratura, f — devanado de excitación, 1 — devanado de amortiguamiento.

Las ecuaciones para el flujo magnético de un motor van a tener la forma

$$\Psi_{jd} = x I_{dj} + x_m I_{rd}; \quad \Psi_{jq} = x I_{qj} + x_m I_{rq}.$$

Aquí el índice r indica el devanado del rotor, $j = 1 \text{ ó } 2$ en dependencia de la posición de los ejes (tabla 6.1). En esta tabla se recogen las ecuaciones del generador (A) y del motor en diferentes formas. Además se admite que $\omega_0 = \omega_{0*} = 1$.

Las ecuaciones escritas presuponen una serie de supuestos, los más importantes de los cuales son:

- 1) linealidad de todos los parámetros del sistema, o sea ausencia de histéresis, saturación, pérdidas en el acero, corrientes parásitas;
- 2) todos los parámetros del régimen del sistema (circuitos del estator) son sinusoidales, o sea, se desprecian todos los armónicos, a excepción del básico;
- 3) simetría de las fases de todas las máquinas giratorias;
- 4) transformación de los regímenes asimétricos a simétricos (por medio del método de componentes simétricas);
- 5) se supone que los procesos transitorios (corrientes libres) aparecen como resultado de la variación instantánea del estado del sistema, por ejemplo, un cortocircuito se representa como la aplicación instantánea de una tensión, contraria a la que existía en el punto dado antes del cortocircuito.

Los supuestos hechos permiten emplear para la resolución el método de los operadores, en el que las ecuaciones se escriben en la forma

$$\Psi_d = G(p) U_f + x_d(p) I_d; \quad \Psi_q = x_q(p) I_q.$$

*) Esta circunstancia se subraya especialmente, debido a que en la literatura especializada existen 128 formas de escribir las ecuaciones, que corresponden a diferentes combinaciones de las direcciones de d, q, ω, γ .

Tabla 6.1

A. Generador síncrono (GS)	B. Motor asíncrono (MA)
I. Ecuaciones iniciales	
I.1. Ecuaciones del estator en magnitudes por fase	
I.1. A $U_A = -d\Psi_A/dt - i_A r_A$ $U_B = -d\Psi_B/dt - i_B r_B$ $U_C = -d\Psi_C/dt - i_C r_C$	I.1. B $U_A = d\Psi_A/dt + i_A r_A$ $U_B = d\Psi_B/dt + i_B r_B$ $U_C = d\Psi_C/dt + i_C r_C$
I.2. Ecuaciones del circuito del rotor	
I.2. A—devanado de excitación y de amortiguamiento directo y en cuadratura $U_f = d\Psi_f/dt + i_f r_f$ $0 = d\Psi_{1d}/dt + i_{1d} r_{1d}$ $0 = d\Psi_{1q}/dt + i_{1q} r_{1q}$	I.2. B—devanados equivalentes del rotor cortocircuitado en los ejes directo y en cuadratura $0 = d\Psi'_{2d}/dt + i'_{2d} r'_{2d}$ $0 = d\Psi'_{2q}/dt + i'_{2q} r'_{2q}$
II. Ecuaciones completas del estator	
II.1. A—en los ejes d, q rígidamente enlazados con el rotor del GS $U_d = -d\Psi_d/dt - \omega_G \Psi_q - i_d r$ $U_q = \omega_G \Psi_d - d\Psi_q/dt - i_q r$	II.1. B—en los ejes d, q rígidamente enlazados con el rotor del MA $U_{1d} = d\Psi_{1d}/dt + \omega_M \Psi_{1q} i_{1d} r_{1d}$ $U_{1q} = -\omega_M \Psi_{1d} + d\Psi_{1q}/dt + i_{1q} r_{1q}$ II.2. B—en los ejes d, q rígidamente enlazados con el rotor del GS, a cuyos bornes se conecta el MA $U_{1d} = d\Psi_{1d}/dt + \omega_G \Psi_{1q} + i_{1d} r_{1d}$ $U_{1q} = -\omega_G \Psi_{1d} + d\Psi_{1q}/dt + i_{1q} r_{1q}$
II.3. Ecuaciones de los circuitos del rotor	
Lo mismo que en I.2, A	II.3. B—en los ejes d, q rígidamente enlazados con el rotor del GS $0 = d\Psi'_{2d}/dt + (\omega_G - \omega_M) \Psi'_{2q} + i'_{2d} r'_{2d}$ $0 = d\Psi'_{2q}/dt - (\omega_G - \omega_M) \Psi'_{2d} + i'_{2q} r'_{2q}$
III. Ecuaciones en los ejes d, q rígidamente enlazados con el rotor del GS en casos particulares	
III.1. Ecuaciones del estator	
III.1. A a) $r \neq 0$: $U_d = -\Psi_q - i_d r$; $U_q = \Psi_d - i_q r$ b) $r = 0$: $U_d = -\Psi_q$; $U_q = \Psi_d$	III.1. B $U_{1d} = \Psi_{1q} + i_{1d} r_{1d}$; $U_{1q} = -\Psi_{1d} + i_{1q} r_{1d}$
III.2. Ecuaciones de los circuitos del rotor	
Lo mismo que I.2, A III.2. A—sin los circuitos de amortiguamiento $\dot{U}_f = d\Psi_f/dt + i_f r_f$ o bien $T_{d0} dE'_q/dt = E_{qe} - E_q$, donde $T_{d0} = x_f / r_f$, $E'_q = \Psi_f x_{af} / x_f$; $E_{qe} = (U_f / r_f) x_{af} d$; $E_q = i_f x_{af} d$	Lo mismo que II.3, B III.2. B—sin considerar los procesos transitorios en los circuitos del rotor $0 = \Psi'_{2q} + i'_{2d} r'_{2d} / (\omega_G - \omega_M)$ $0 = -\Psi'_{2d} + i'_{2q} r'_{2q} / (\omega_G - \omega_M)$

Los valores de la admitancia operacional $G(p)$ y de las reactancias operacionales $x_d(p)$, $x_q(p)$ dependen del tipo de máquina *) analizada. En el caso más sencillo para una máquina con un solo devanado (de excitación) en el rotor

$$G(p) = \frac{1}{T_{d0}p + 1} \frac{x_{af}}{r_f}; \quad x_d(p) = \frac{x_d' T_{d0}p + x_d}{T_{d0}p + 1}; \quad x_q(p) = x_q,$$

donde $T_{d0} = x_f/r_f$; $x_d' = x_d - x_{af}^2/x_f$.

Los parámetros incógnitos del régimen $\Pi = \varphi(t)$ se pueden encontrar, formando la ecuación operacional de tipo **) $F(p) = M(p)/A(p)$ que es la imagen de la función $\Pi = \varphi(t)$.

Empleando el conocido teorema de la superposición se pueden encontrar las raíces $A(p) = 0$ y la fórmula de $\Pi = \varphi(t)$, en caso necesario empleando los métodos ***) de las aproximaciones sucesivas.

6.5. Ecuaciones simplificadas

En la práctica, para los estudios de ingeniería corrientes se emplean las ecuaciones simplificadas (véase más adelante) o se determina el carácter del proceso transitorio (incluso la estabilidad dinámica) de un sistema eléctrico de potencia complejo por medio del método directo de Liapunov (sin integrar el sistema completo de ecuaciones) lo que también requiere simplificaciones sustanciales ****).

Las ecuaciones simplificadas se obtienen de las ecuaciones completas (6.12) — (6.16), cada término de las cuales en una forma determinada está relacionado con la física de los procesos que tienen lugar en la máquina. Así, los términos $\Psi_d(\omega/\omega_0)$ y $\Psi_q(\omega/\omega_0)$ caracterizan las componentes de la f.e.m. condicionada por el desplazamiento en el espacio de los flujos magnéticos Ψ_d y Ψ_q . Por eso, a veces se les denomina *componentes de la f.e.m. de rotación*.

La velocidad $\omega = \omega_0 + d\delta/dt$ y, por consiguiente, la f.e.m. de rotación tienen dos componentes: las básicas $\omega_0\Psi_d$, $\omega_0\Psi_q$ condicionadas por el desplazamiento de los flujos magnéticos en el espacio con velocidad de sincronismo, y las complementarias $\Psi_d d\delta/dt$, $\Psi_q d\delta/dt$, que aparecen en el proceso transitorio, cuando el ángulo δ se desvía de su valor permanente. Los miembros tipo $p\Psi$ (o sea, $d\Psi_d/dt$ y $d\Psi_q/dt$) reflejan la f.e.m. de transformación, que es condicionada por la pulsación de los flujos magnéticos Ψ_d y Ψ_q durante los procesos transitorios (fig. 6.4). La potencia en los bornes de la máquina es

$$P = (\Psi_d i_q - i_d \Psi_q) \omega + dW_{est}/dt - \Delta P_{est} = -M\omega + dW_{est}/dt - \Delta P_{est}. \quad (6.18)$$

Aquí, $\omega = \omega_0 + d\delta/dt$ es la velocidad angular del rotor; $M\omega = M\omega_0 + Md\delta/dt$ es la potencia electromagnética del generador que se transmite del

*) Un análisis más detallado de los diferentes tipos de máquinas sincrónicas y asincrónicas véanse: V. Venikov. *Transient Processes in Electrical Power Systems*, Mir, 1980; С. Стржов. *Переходные процессы в электрических сетях, содержащих машины переменного тока*. — М.: Госэнергоиздат, 1960, с. 247. (S. Strájov. *Procesos transitorios en los circuitos eléctricos que contienen máquinas de corriente alterna*); Л. Веретеников. *Теория и методы исследования процессов в судовых электроэнергетических системах*. — Л.: Судостроение, 1975, с. 375. (L. Veretennikov. *Teoría y métodos de estudio de los procesos en los sistemas electroenergéticos de los barcos*).

**) Idem.

***) Estos métodos se emplean, ya que con frecuencia de antemano se fija el comportamiento de un parámetro cualquiera del régimen, precisando luego su variación real.

****) Los intentos por emplear este método son exitosos, pero por el momento en la práctica ingenieril aún no se emplea.

rotor al estator; dW_{est}/dt es la potencia adicional que aparece a causa de la variación de la energía electromagnética acumulada en los circuitos inductivos del estator; $\Delta P_{\text{est}} = (i_A^2 + i_B^2 + i_C^2)r$ son las pérdidas en la resistencia de los devanados del estator.

El momento de rotación aplicado al eje del generador debe ser igual al momento relacionado con la potencia eléctrica entregada a la red en el proceso transitorio y consumida para cubrir las pérdidas en el estator; la aparición de la potencia dW_{est}/dt puede crear un momento de rotación adicional que acelera o frena el rotor. Por ejemplo, en caso de un cortocircuito la interacción de la componente aperiódica de la corriente del rotor causa el frenado del rotor, y con la desconexión del cortocircuito, la aceleración.

La ecuación del movimiento relativo del rotor causado por el momento $M_{\text{mec}} = M_T$ se escribe de la siguiente manera:

$$T_J \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_J \frac{d\omega}{dt} = M_{\text{mec}} - \frac{P + \Delta P_{\text{est}} - dW_{\text{est}}/dt}{\omega_0 + d\delta/dt}, \quad (6.19)$$

donde T_J es la constante que caracteriza la inercia mecánica de la máquina.

Las fórmulas (6.18), (6.19) son correctas para todos los procesos transitorios electromecánicos incluso cuando hay marcha asincrónica del generador sincrónico. Son correctas también para el análisis de los regímenes de las máquinas asincrónicas, teniendo en cuenta las respectivas variaciones de los parámetros que caracterizan dicha máquina.

La simplificación de las ecuaciones diferenciales completas consiste en no tener en cuenta * la velocidad angular complementaria del rotor ($p\delta = d\delta/dt$) cuando se determina la f.e.m. y por consiguiente, la tensión, en despreciar las f.e.m. de transformación, o sea, las pulsaciones de los flujos magnéticos ($d\Psi_q/dt$, $d\Psi_d/dt$) y, comúnmente, en despreciar las pérdidas en el estator (ΔP_{est}):

$$\boxed{d\delta/dt = 0; \quad d\Psi_k/dt = 0; \quad \Delta P_{\text{est}} = 0,}$$

donde $k = d, q, 0$.

Conforme a la fig. 6.3, b los dos primeros supuestos significan el desprecio de las componentes: 2, en el rotor y 4, en el estator. En este caso cuando la velocidad se expresa por unidad $\omega_* = \omega_{*0} = 1$ las ecuaciones (6.13) toman la forma

$$\boxed{U_d = -\Psi_q; \quad U_q = \Psi_d.} \quad (6.20a)$$

El momento de rotación en un régimen simétrico es

$$\boxed{M = U_q I_q + U_d I_d = P.} \quad (6.20b)$$

La ecuación de movimiento del rotor es:

$$\boxed{T_J d^2\delta/dt^2 = P_{\text{mec}} - P_{\text{el}},} \quad (6.20c)$$

donde P_{mec} es la potencia mecánica en el eje de la turbina; P_{el} es la potencia eléctrica entregada a la red, que es igual a la potencia interna del generador.

*) Hay que tener presente que en la simplificación no se puede despreciar sólo $p\Psi$, dejando $p\delta$, debido a que su influencia es inversa. Es necesario operar ya sea con las ecuaciones completas, o simplificarlas omitiendo tanto las f.e.m. de transformación ($p\Psi$) como la velocidad complementaria ($p\delta$).

La ecuación diferencial fundamental del proceso transitorio electromagnético en el devanado de rotor se escribe:

$$\boxed{dE_q/dt = (E_{qe} - E_q)/T_{do}.} \quad (6.20d)$$

El sistema de ecuaciones (6.20) creado a base de estos supuestos comúnmente se denomina ecuaciones *simplificadas* *). Estas se utilizan para los cálculos de estabilidad tanto en el diseño como en la explotación. En los cálculos de los procesos transitorios las ecuaciones simplificadas dan la posibilidad de emplear las fórmulas que se deducen del diagrama vectorial, que se traza para diferentes valores (t_1, \dots, t_n) de tiempo. El proceso transitorio se analiza como estacionario, «congelado» en los momentos de tiempo t_1, \dots, t_n . Los cálculos por las ecuaciones simplificadas, como se verá más adelante en los ejemplos, a diferencia de los mismos por las ecuaciones completas (de Park — Górev) dan cierto error. Dicho error puede ser notorio e incluso no admisible para cálculos de estabilidad dinámica de los sistemas donde la sección del circuito «generador — sitio del cortocircuito» tiene un valor de r/x grande (más de $\approx 0,03$) y, por consiguiente, es rápido el atenuamiento de la componente aperiódica. Además, se tiene la influencia en el error de la duración del cortocircuito y del número de semiperíodos del momento de pulsación (par, impar), los cuales dependen del esquema del sistema. No obstante, en la práctica esta influencia se disminuye grandemente debido a la inevitable aparición de un arco durante la desconexión de la sección afectada del sistema. Comparando los cálculos por medio de las ecuaciones completas y por medio de las simplificadas, es necesario tener en cuenta el hecho de que las soluciones de las ecuaciones completas, que son más sensibles a los errores en los datos iniciales y a la acumulación de errores, durante la resolución numérica pueden dar resultados que a veces están lejos de la realidad. La elección del método de cálculo, que es el arte del ingeniero, debe tener en cuenta todas las circunstancias indicadas.

Trazado del diagrama vectorial de un sistema sencillo. A base de las ecuaciones simplificadas es fácil hacer este trazado, analizando el régimen permanente. La relación entre los parámetros del régimen en este caso se determina por las ecuaciones

$$U_d = -\Psi_q - rI_d; \quad U_q = \Psi_d - rI_q. \quad (6.21)$$

Como es sabido [1, 2, 4],

$$\Psi_d = E_q + I_d x_d; \quad \Psi_q = I_q x_q. \quad (6.22)$$

Sustituyendo (6.22) en (6.21), obtenemos

$$U_d = -I_q x_q - rI_d; \quad U_q = E_q + I_d x_d - rI_q. \quad (6.23)$$

Introduzcamos la f.e.m. ficticia $E_Q = E_q + I_d(x_d - x_q)$, entonces el sistema de ecuaciones (6.23) se puede representar de la forma

$$U_d = -I_q x_q - rI_d; \quad U_q = E_Q + I_d x_q - rI_q. \quad (6.24)$$

Escribimos el sistema de ecuaciones (6.24) en forma vectorial, tomando el eje q como el real y el eje d como el imaginario. Para esto sumamos las ecuacio-

*) En la literatura a veces las llaman ecuaciones de Longlie, o ecuaciones de Lébedev, o Lébedev—Zhdánov. Esto es incorrecto, ya que su aparición en el uso científico no está relacionado con proposiciones prioritarias de los autores nombrados.

Tabla 6.2

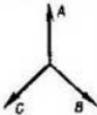
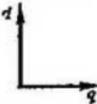
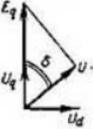
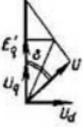
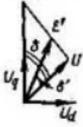
Sistema	Correlaciones U, Ψ, E	Potencia P	Potencia Q
Trifásico A, B, C 	$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$ $u_j = -p\psi_j - r i_j \quad j = A, B, C$	$P_s = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C$	
Bifásico $d, q, 0$ 	$\begin{bmatrix} U_d \\ U_q \\ U_0 \end{bmatrix} = -p \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \end{bmatrix} +$ $+ \begin{bmatrix} -\Psi_q \\ \Psi_d \end{bmatrix} \omega - r \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \end{bmatrix}$ $U_d = -p\Psi_d - r I_d - \omega\Psi_q;$ $U_q = -p\Psi_q - r I_q - \omega\Psi_d$	$P_{d,q} = (\Psi_d I_q - I_d \Psi_q) \omega -$ $- \Delta P_{est} + \frac{dW_{est}}{dt}$	
Simplificado 1 $d, q, 0$ 	$U_d = -\Psi_q - r I_d;$ $\Psi_q = I_q x_q; \quad U_q = \Psi_d - r I_q;$ $\Psi_d = E_q + I_d x_d;$ $U_q = E_q + I_d x_d - r I_q;$ $U_d = -I_q x_q - r I_d$	$P_{d,q} = (U_q I_q + U_d I_d) \omega -$ $- \Delta P_{est};$ $P_{E'q} = -\frac{E_q^2}{Z_{d\Sigma}} \sin \alpha +$ $+ \frac{E_q U}{Z_{d\Sigma}} \sin (\delta - \alpha);$ $P_{E'q} = \frac{E_q U}{x_d \Sigma} \sin \delta \text{ (cuando } r=0)$	$Q_{E'q} = \frac{E_q^2}{x_d \Sigma} - \frac{E_q U}{x_d \Sigma} \cos \delta;$ <p>(cuando $r=0$)</p> $Q_{E'q} = \frac{E_q^2}{Z_{d\Sigma}} \cos \alpha -$ $- \frac{E_q U}{Z_{d\Sigma}} \cos (\delta - \alpha);$
Simplificado 2 $d, q, 0$ 	$U_q = E'_q + I_d x'_d - r I_q;$ $U_d = -I_q x_q - r I_d;$ $E'_q \equiv \Psi_{res}$	$P_{E'q} = \frac{E'_q U}{x'_d \Sigma} \sin \delta -$ $- \frac{U^2}{2} \frac{x_d - x'_d}{x_d \Sigma x'_d \Sigma} \sin 2\delta$	$Q_{E'q} = \frac{E'_q U}{x'_d \Sigma} \cos \delta -$ $- \frac{U^2}{2} \frac{x_q \Sigma + x'_d \Sigma}{x_q \Sigma x'_d \Sigma} -$ $- \frac{U^2}{2} \frac{x_q - x'_d}{x_q \Sigma x'_d \Sigma} \cos 2\delta$
Sencillo $d, q, 0$ 	$E' = \frac{E'_q}{\cos (\delta - \delta')};$ $\delta = \angle E_q U = \angle E'_q U;$ $\delta' = \angle E' U$	Lo mismo que en el punto 4, pero reemplazando E'_q por $E' \cos (\delta - \delta')$, o bien como en el punto 3, pero reemplazando E_q por E' , y x_d por x'_d	

Tabla 6.3

	Parámetros distribuidos	Cuadripolo	en forma de Π	en forma de T	Simplificada	Más simple
1. Líneas de transmisión						
2. Motores asincrónicos	a)	b)	c)	d)		
3. Transformadores	a)	b)	c)	d)		
4. Máquinas sincrónicas	<i>Impedancia</i>					
	sincrónica	sincrónica en cuadratura	transitoria	subtransitoria	subtransitoria en cuadratura	
4.1 durante la operación en sincronismo						
4.2 simplificación						
4.3 en presencia de deslizamiento			a)	b)	c)	
4.4 simplificación			a)	b)	c)	

cia de dispositivos de compensación (reactancias en derivación), los cuales eliminan en el circuito equivalente la componente de la conductancia capacitiva.

La resistencia en los cálculos simplificados con frecuencia puede no tenerse en cuenta, ya que en las transmisiones potentes, que tienen conductores de sección grande, ella es mucho menor que la reactancia. En el estudio de procesos transitorios en sistemas de poca potencia o que poseen transmisión por cable, la resistencia debe tomarse en consideración.

Motores asincrónicos. Los motores asincrónicos en los estudios de los procesos transitorios se representan (véase la tabla 6.3) por el conocido circuito 2, a, que refleja los principales circuitos de la máquina teniendo en cuenta las pérdidas.

Para los cálculos que revelan relaciones cuantitativas, se recomienda utilizar circuitos equivalentes más exactos.

En la práctica, para los cálculos frecuentemente se utilizan circuitos equivalentes del motor, simplificados en uno u otro grado. El grado de simplifica-

ción depende de los objetivos planteados en cada caso concreto y de la exactitud del cálculo. En muchos casos una exactitud aceptable la garantiza el circuito equivalente tipo Γ (2, b). Para el análisis de relaciones más generales y evaluación de la influencia en el sistema de los procesos que tienen lugar en los motores, se puede utilizar un circuito equivalente con menor grado de aproximación 2, c que da un momento de rotación del motor aumentado en un 10–15%, o incluso el circuito 2, d.

Transformadores. En la formación de los circuitos equivalentes para estudiar los procesos transitorios electromecánicos en el sistema, el transformador se puede representar por el circuito equivalente tipo Γ (3, c), uniendo las reactancias x_1 y x_{11} de los devanados, y también refiriendo la reactancia de la rama de magnetización x_m a la parte de alta o baja tensión en dependencia de lo cómodo que

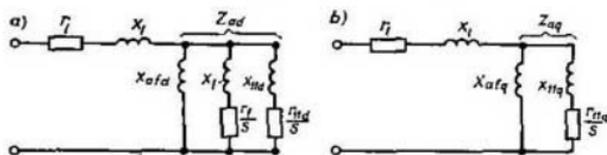


Fig. 6.6. Circuito equivalente complejo de una máquina síncrona de polos salientes teniendo en cuenta el devanado de amortiguamiento:

a, por el eje directo; b, por el eje en cuadratura; x_{afd} , x_{afq} , reactancias de la inducción recíproca entre los circuitos del estator y el rotor por los ejes d y q; x_l , x_{11d} , x_{11q} , reactancias del devanado de excitación y del devanado de amortiguamiento teniendo en cuenta el efecto superficial (efecto pelicular o efecto Kelvin); x_l , reactancia del devanado del estator; r_l , r_{11d} , r_{11q} , resistencias del devanado de excitación y del devanado de amortiguamiento teniendo en cuenta el efecto superficial

resulte transformar el circuito equivalente del sistema para cálculos futuros. En una serie de casos la rama de magnetización se desprecia (circuito equivalente 3, d).

Máquinas síncronas (generadores). El circuito complejo equivalente de la máquina se muestra en la fig. 6.6. Los circuitos equivalentes particulares respectivos para determinar las reactancias que representan el generador en ciertos regímenes característicos, se muestran en los renglones 4.1–4.4 de la tabla 6.3. En estos circuitos se supone que un generador que funciona síncronicamente se encuentra en la etapa inicial del proceso transitorio (x'_d , x'_q), o bien en régimen permanente (x_d , x_q). En el régimen asincrónico (funcionamiento con deslizamiento $s \neq 0$) los circuitos parciales aproximados tipo Γ para determinar las impedancias Z'_d , Z'_q , Z'_s se obtienen a base de los circuitos mostrados en la fig. 6.6. Ellos toman la forma de los circuitos indicados en el renglón 4.3 de la tabla 6.3. Estos circuitos son análogos a los circuitos equivalentes simplificados tipo Γ del motor asincrónico 2, c.

La siguiente simplificación consiste en la eliminación de la rama de magnetización, de la misma forma como se hizo para el motor asincrónico. Después de esto los circuitos toman la forma mostrada en 4.4 a, b, c (tabla 6.3). Las reactancias x_1 , x_2 , x_3 se representan fácilmente por medio de los parámetros básicos de catálogo del generador síncrono. Así, considerando en el circuito 4.3, a, $r_f = 0$ y teniendo en cuenta que $x_l + x_{afd} = x_d$ y $x_l + x_f = x_1$, obtenemos

$$x'_d = x_d x_1 / (x_d + x_1),$$

de donde

$$x_1 = x_d x'_d / (x_d - x'_d).$$

Por analogía, de los circuitos 4.3, *b*, *c* tendremos, respectivamente,

$$x_2 = x_d' x_d' / (x_d' - x_d'); \quad x_3 = x_q x_q' / (x_q - x_q').$$

Observemos que los circuitos equivalentes 4.4, *a*, *b* presentan sólo una imagen cualitativa de los fenómenos acaecidos. En efecto, el circuito 4.4, *a* presupone que en el rotor de la máquina actúa sólo un devanado de excitación en cortocircuito. El circuito 4.4, *b* corresponde al mismo supuesto con respecto al devanado de amortiguamiento en el eje directo, y el circuito 4.4, *c*, con relación al eje en cuadratura. Sin embargo, a pesar de que estos supuestos son aproximados, los circuitos equivalentes aproximados tipo I, obtenidos a base de ellos, pueden ser útiles no sólo para evaluar el carácter del proceso, sino que también para poner en claro proporciones cuantitativas importantes.

6.7. Esquemas estructurales de los sistemas eléctricos de potencia

En una serie de casos en el estudio de los procesos transitorios y de estabilidad es conveniente representar el sistema eléctrico de potencia en estudio en forma de un **esquema estructural funcional**, en el cual se muestran los elementos físicos

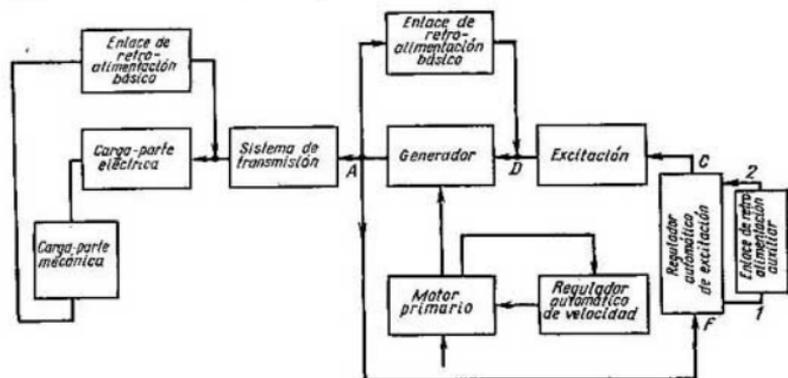


Fig. 6. 7. Esquema funcional de un sistema eléctrico de potencia

fundamentales y la relación entre ellos (fig. 6.7). Este sistema regulado incluye tanto los elementos mecánicos (motor primario, regulador automático de velocidad, etc.) como los elementos eléctricos (generador, su regulador automático de excitación y el propio sistema de excitación, el sistema de transmisión, carga, etc.)

Aquí se presta especial atención al enlace entre los elementos. En primer lugar, los **enlaces directos** entre los elementos básicos transmisores del flujo energético de operación del sistema y los **enlaces de retroalimentación** que suministran en la entrada del elemento cierta cantidad de energía adicional. Los enlaces de retroalimentación transmiten una señal desde la salida de los elementos comprendidos por ellos a la entrada de los mismos. El enlace de retroalimentación puede ser rígido o flexible (no rígido), negativo o positivo. Es positivo si su acción aumenta el parámetro del régimen a la salida de los elementos que él comprende. El enlace de retroalimentación es negativo si su acción disminuye el parámetro del régimen a la salida de los elementos que él comprende. El enlace de retro-

alimentación rígido actúa tanto en los regímenes permanentes como transitorios; el flexible, sólo en los regímenes transitorios.

Cabe notar que los enlaces que se muestran en la fig. 6.7 tienen tres variedades.

El enlace de retroalimentación básico de potencia (circuito AD) se refleja en la influencia directa de la carga sobre los elementos generadores y consumidores de la energía eléctrica (reacción del inducido en los generadores), en la influencia del cambio de velocidad sobre el momento de rotación de los motores primarios (turbinas, etc.) y motores consumidores de energía eléctrica.

El enlace de retroalimentación (circuito AFC) es realizado por los dispositivos de regulación.

El enlace de retroalimentación auxiliar (enlace I-2) actúa sólo dentro de los dispositivos de regulación y sirve para estabilizar el funcionamiento de los mismos.

En cada elemento funcional se fija la entrada y la salida las cuales representan cierta magnitud física. El parámetro de salida de cada elemento precedente, en enlace directo, es el parámetro de entrada del siguiente. El enlace de retroalimentación da la señal a la entrada de elemento comprendido por él. Estas circunstancias se registran en el esquema estructural con las respectivas flechas.

Si a la entrada de un elemento funcional se da una señal que es función del tiempo $x_1(t)$, entonces a la salida se obtendrá otra función del tiempo $x_2(t)$ que depende de las propiedades de dicho elemento.

Si, utilizando el método operacional, se pasa del original a la imagen, entonces para un sistema lineal en condiciones iniciales nulas la relación entre la imagen de la magnitud de salida respecto a la imagen de la magnitud de entrada se denomina *función de transferencia del eslabón*:

$$W(p) = X_2(p)/X_1(p).$$

Si se toma por $X_1(p)$, por ejemplo, la imagen de la tensión $U(p)$ que se aplica al circuito que incluye una resistencia R y una inductancia L , y por $X_2(p)$, la imagen de la corriente $I(p)$ en el circuito, entonces se puede escribir la ecuación del proceso transitorio en forma de operadores:

$$U(p) = RI(p) + LpI(p) = RI(p)(1 + pT),$$

de donde obtenemos la función de transferencia del elemento, que representa el circuito LR :

$$W(p) = I(p)/U(p) = k/(1 + pT).$$

Aquí $k = 1/R$ es el coeficiente de amplificación (ganancia) del eslabón con capacidad de inercia; $T = L/R$, su constante de tiempo.

Con frecuencia k se denomina *coeficiente estático de amplificación*, subrayando con esto que él predetermina la proporción entre las magnitudes físicas de entrada y salida en el régimen permanente ($p = 0$). Puede ser dimensional y no, en dependencia de las magnitudes físicas a la entrada y salida del eslabón.

Existen reglas para obtener la función de transferencia del sistema representado por un esquema estructural que se compone de elementos unidos de diferentes maneras. Conociendo el esquema estructural y la función de transferencia de cada uno de los elementos, se puede obtener la función de transferencia de todo el sistema. Todas estas representaciones van a utilizarse para obtener las funciones de transferencia de los sistemas de regulación.

6.8. Esquemas estructurales y ecuaciones de los sistemas de regulación

Las unidades de los sistemas eléctricos de potencia, o sea, los generadores y las turbinas que los accionan, deben funcionar garantizando cierta calidad de la energía generada. Esto se consigue con ayuda de los reguladores.

Los reguladores de excitación (RAE) influyen sobre la corriente de excitación de los generadores, garantizan la calidad de la tensión, mejoran la estabilidad y hacen más favorable el carácter de los procesos transitorios (disminuyen las oscilaciones, aceleran el atenuamiento, etc.). Los reguladores reaccionan ante la tensión y la frecuencia, la corriente y la potencia, que comúnmente se miden en el generador dado o en la central.

Los reguladores de la frecuencia de rotación (RAFR) influyen sobre la entrada del portador de la energía (agua, vapor, gas) a la turbina y mantienen la frecuencia de rotación de los generadores. Los reguladores estabilizan la frecuencia de rotación reaccionando a su desviación *).

Los reguladores de frecuencia (RAF) reaccionan ante las variaciones generales de la frecuencia en el sistema, y por eso se llaman reguladores del parámetro generalizado del sistema a diferencia de los dos anteriores, que reaccionan a los parámetros locales. Los reguladores de frecuencia influyen en el motor primario por medio de una influencia intermedia sobre el regulador de velocidad (variación de su ajuste). Cualquier regulador representado en forma de un esquema estructural se compone de las cuatro partes fundamentales mostradas en la fig. 6.8, a.

Los reguladores de excitación y de frecuencia empleados en la actualidad, son básicamente reguladores sin zonas de insensibilidad**, que realizan una regulación continua.

La influencia del regulador sobre el elemento ejecutor Π_{sal} es proporcional a la desviación del parámetro regulado Π_{entr} , como se muestra en la fig. 6.8, b.

Las variedades del RAE de acción proporcional (RAE a.p.) son las dos formas de compandaje de los generadores sincrónicos:

— compandaje de corriente, que crea por medio de dispositivos especiales una dependencia funcional continua de la corriente de excitación del generador con respecto a la corriente de la carga;

— compandaje de fase, que crea una dependencia funcional continua de la corriente de excitación con respecto a la corriente de la carga y su desfase con relación a la tensión del generador.

Los reguladores que se emplean para regular la corriente de excitación (RAE) se clasifican en reguladores con zona de insensibilidad, que realizan una regula-

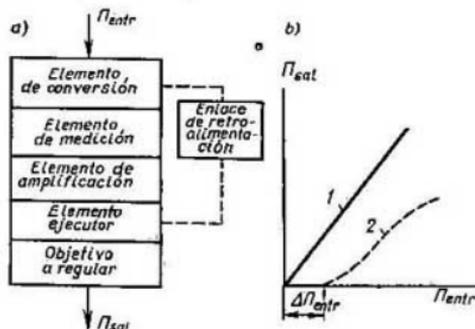


Fig. 6.8. Esquema funcional del regulador y su funcionamiento:

a, estructura de regulador; b, variación del parámetro de salida $\Pi_{sal} = \varphi(\Pi_{entr})$ para una regulación proporcional sin zona de insensibilidad (1) y con zona de insensibilidad $\Delta\Pi_{entr}$ (2)

*) Antes se les denominaba reguladores de velocidad (RAV).

**) Recordemos que zona de insensibilidad es aquel intervalo de variación de parámetro ($\Delta\Pi_{entr}$) que se somete a la regulación, en el cual el regulador no comienza a actuar y no varía el parámetro de salida Π_{sal} .

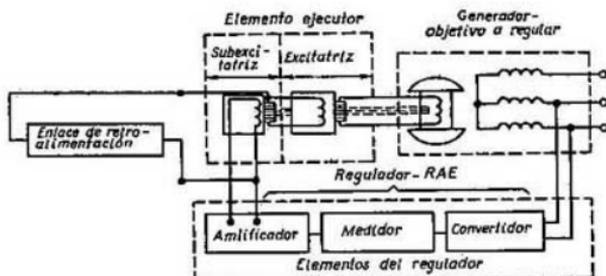


Fig. 6.9. Sistema de excitación de un generador síncrono

ción interrumpida, y reguladores sin zona de insensibilidad, que realizan una regulación continua (proporcional).

En los generadores grandes que funcionan actualmente en los sistemas energéticos se emplean reguladores de acción continua. Estos se subdividen en: a) reguladores de acción proporcional (RAE a.p., proporcionales), que varían la corriente de excitación proporcionalmente a la desviación de uno de los parámetros del régimen (por ejemplo, la desviación de la tensión ΔU); b) reguladores de acción reforzada (RAE a.r). Estos reguladores reaccionan no sólo a la variación de los parámetros del régimen, sino que también a la velocidad y aceleración de sus variaciones, además, en los sistemas de excitación en los cuales se incluye como componente el RAE a.r, los elementos deben tener inercias pequeñas, lo cual permite obtener una corriente de excitación que varía rápidamente.

El sistema de excitación*) de un generador síncrono se compone, como regla, de excitatriz, subexcitatriz y dispositivos de regulación (fig. 6.9). Los diferentes esquemas proporcionales de los sistemas de excitación se clasifican básicamente de acuerdo a la realización estructural (electromecánicos y de rectificación) y de acuerdo al tipo de excitatriz (con autoexcitación o excitación independiente). Se emplean sistemas de excitación sin escobillas, en los cuales la subexcitatriz es una máquina de corriente alterna que alimenta el devanado de excitación a través de rectificadores (válvulas de silicio) colocados en el rotor del generador (fig. 6.10).

Un esquema estructural simplificado del sistema de regulación de la excitación se muestra en la fig. 6.11, y del sistema de regulación de velocidad, en la

*) Por sistemas de excitación y sistemas de regulación de la excitación se entienden las máquinas y aparatos para crear la corriente de excitación y su control con ayuda de los dispositivos de regulación. A veces se dice sobre los sistemas de excitación regulados o simplemente sobre los sistemas de excitación, comprendiendo los dispositivos para crear la corriente de excitación y su control como un todo único.

La influencia de los sistemas de excitación en el carácter de los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia puede ser sustancial. Por eso es importante analizar las propiedades de los sistemas de excitación y las exigencias a éstos, relacionadas con el análisis de los procesos transitorios, sin tocar los detalles de su construcción, lo que es el objetivo del curso «Automática de los sistemas eléctricos de potencia».

La potencia y costo de los sistemas de excitación, incluyendo los reguladores automáticos de excitación, no es muy grande: la potencia constituye no más del 0,2—0,8%, y el costo, el 5—12% de la potencia y el costo de la unidad, respectivamente. Por eso para casos de responsabilidad los sistemas de excitación de unidades grandes se construyen individualmente y pueden fácilmente variarse de forma de acuerdo a las exigencias emanadas del análisis de los procesos transitorios, condiciones de explotación, etc.

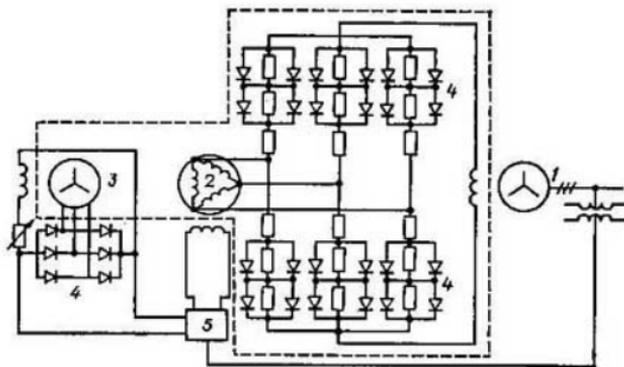


Fig. 6.10. Sistema de excitación sin escobillas:

1, turbogenerador; 2, excitatriz; 3, subexcitatriz; 4, puentes rectificadores; 5, regulador automático de tensión. Con la línea interrumpida se encierra aquella parte del esquema cuyos elementos giran junto con el rotor

Fig. 6.11. Esquema simplificado y evidente de un RAE de acción proporcional

Elemento convertidor: 1, transformador de tensión; 2, 3, válvulas de rectificación. **Elemento de medición:** R_1 , R_2 , R_3 , tres resistencias lineales constantes iguales; 4, resistencia no lineal (lámpara de incandescencia). **Elemento amplificador:** 5, batería de caldeo; 6, batería anódica (de placa); A, triodo amplificador. **Elemento ejecutor:** 7, devanado de excitación de la excitatriz; 8, colector de la excitatriz; a, b, puntos de conexión del enlace de retroalimentación. **Elemento del enlace de retroalimentación:** objeto a regular — el generador; 9, anillos (salidas) del devanado de excitación del generador; 10, devanado de excitación; 11, devanado del estator; 12, barras del generador

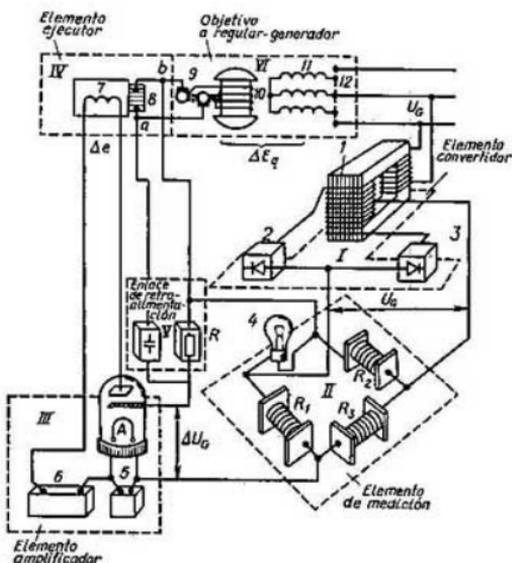


fig. 6.12. A la vez se supone que la regulación de la velocidad se puede, de manera aproximada, resumir en una forma que es igual para todos los tipos de turbinas.

En el problema planteado se presta atención a la dependencia del momento de rotación con respecto a la velocidad angular de la turbina y la dependencia de dicho momento respecto a la cantidad de agua o vapor que entra en la turbina. En lo sucesivo, sin diferenciar si la turbina es hidráulica o de vapor, la vamos a lla-

Fig. 6.12. Esquema principal del dispositivo de regulación de los hidro y turbogeneradores: 1, embalse de presión (o caldera de presión); 2, tubería hidráulica (o de vapor); 3, turbina; 4, generador; 5, transformador de la velocidad del eje de la turbina al eje del péndulo; 7, embrague del regulador; 8, resorte del embrague; 9, motor para desplazar el embrague (que crea la influencia); 10, servomotor; 11, válvula de distribución; 12, válvula de compensación; 13, regulador automático de frecuencia y potencia de intercambio; A, pistón de la válvula de distribución; B, pistón de la válvula de compensación; r, desplazamiento del pistón del servomotor; p, desplazamiento del pistón de la válvula de distribución; n, desplazamiento del embrague del regulador

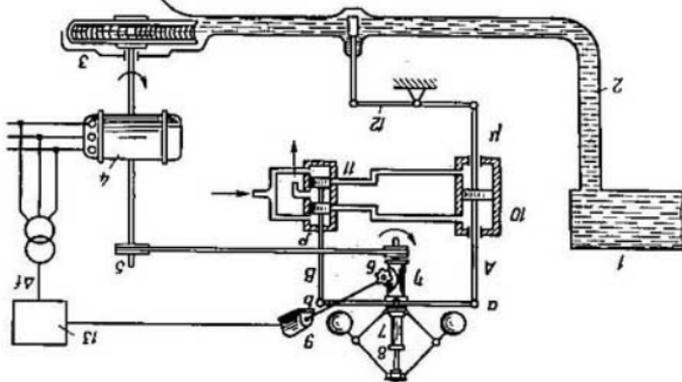
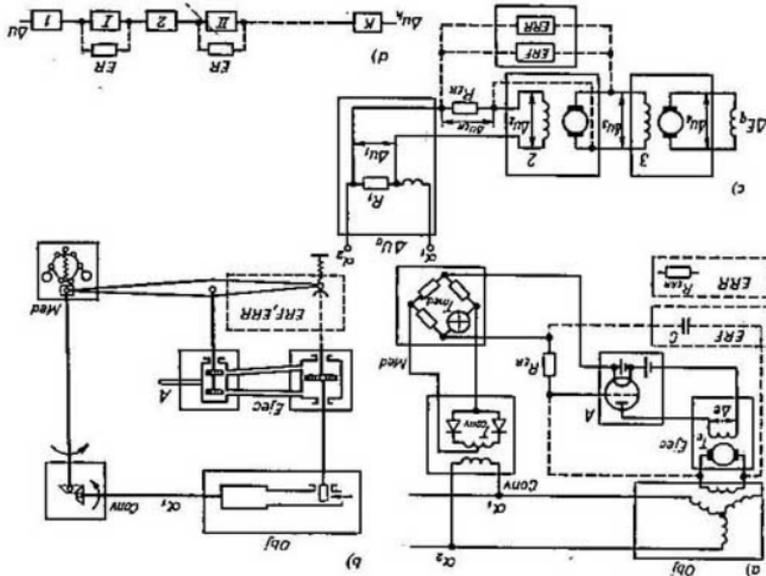


Fig. 6.13. Sistemas de regulación de la excitación y la velocidad y la analogía entre ellos: a, sistema de regulación de la excitación, mostrado en la Fig. 6.11; b, sistema de regulación de la velocidad, mostrado en la Fig. 6.12; c, esquema estructural del sistema de regulación que se compone de elementos existentes en los esquemas a) y b); d, esquema estructural del sistema de regulación que se compone de elementos nuevos (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100). Obj, objeto a regular (en el esquema a es el generador, en el esquema b, la turbina); ERF, EHR, enlaces de Comp, elemento de conversión; Med, elemento de medición; A, elemento amplificador; EFC, elemento ejecutor; Iner, inercia; 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, elementos cobijados por el enlace de retroalimentación. Designaciones: retroalimentación flexible no rígido y rígido



mar simplemente *turbina*, y el vapor o el agua, *portadores de la energía*. Con los supuestos hechos ambos sistemas tienen analogía (fig. 6.13), lo cual permite escribir de una misma forma las ecuaciones para el RAE y para el RAFR. Sin embargo, es necesario recordar que entre la acción de los elementos mecánicos (fig. 6.13) y eléctricos (fig. 6.13, a) del sistema existe una diferencia de principio: todos los elementos mecánicos tienen zona de insensibilidad, o sea no reaccionan a algunas pequeñas variaciones del parámetro del régimen que influye sobre ellos. Los elementos eléctricos no tienen zonas de insensibilidad.

En algunos casos (al determinar la estabilidad, en el análisis de oscilaciones pequeñas, etc.) esta diferencia puede ser sustancial. Sin embargo, por el momento la despreciamos haciendo más adelante las menciones adecuadas correspondientes a cada caso. Entonces, entre los elementos homónimos de los esquemas *a* y *b* y los esquemas en general, habrá analogía completa no sólo en el sentido de sus funciones, sino que también en el sentido de las relaciones entre los parámetros del régimen en la entrada y la salida. Teniendo en cuenta esta analogía, representemos los dos esquemas mostrados en la fig. 6.13, *a*, *b* en forma de un esquema eléctrico simplificado (fig. 6.13, *c*) en el cual, para hacer sencillo el análisis, unamos los elementos de conversión, de medición y amplificador en un elemento con la constante de tiempo $T_1 = T_{\text{conv}} + T_{\text{med}} + T_a$. Entonces cuando se genere el impulso Δu_0 en los bornes $\alpha_1 - \alpha_2$ del elemento *I* vamos a tener

$$i = \Delta u_0 / (1 + T_{1p}) R_1].$$

Escribiendo luego sucesivamente las expresiones para las tensiones y las corrientes relacionadas con ellas en cada elemento del circuito equivalente (fig. 6.13, *c*), hallamos *) la tensión:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_3 &= \frac{k_3 \Delta u_0}{R_2 (1 + T_{1p}) (\beta + T_{0p})}, \\ \Delta u_3 &= \frac{k'_3 \Delta u_0}{R_2 (1 + T_{1p}) (1 + T'_{\text{eqv}})} \end{aligned} \right\}, \quad (6.26)$$

donde $k'_3 = k_3 / \beta$, $T'_{\text{eqv}} = T_{\text{eqv}} / \beta$ (β es el coeficiente de enlace de retroalimentación **), T_{eqv} es la constante de tiempo equivalente, k_3 es el coeficiente de amplificación (ganancia) del eslabón 3; además,

$$\beta = 1 \pm \frac{k_2}{R_2} k_{\text{ERR}}, \quad T_{\text{eqv}} = T_2 \pm \frac{k_2}{R_2} T_{\text{ERF}},$$

(k_{ERR} es el coeficiente del enlace de retroalimentación rígida; T_{ERF} es la constante de tiempo del enlace de retroalimentación flexible).

De esta manera, la inclusión del enlace de retroalimentación (o «abarcamiento» del eslabón 2 del sistema de excitación analizado por el enlace de retroalimentación) conllevó a la variación de la expresión para la corriente de dicho eslabón (fig. 6.13, *a*).

*) Una transformación detallada se da en el cap. 8, y también en el libro: V. Ventkov. *Transient Processes in Electrical Power Systems*, Mir, 1980.

***) *Proceso de enlace de retroalimentación* (ER), o enlace de retroalimentación, es la influencia de la magnitud de salida de un sistema sobre la entrada del mismo sistema, o en una idea más amplia, la influencia de los resultados del funcionamiento sobre el carácter de dicho funcionamiento. El enlace de retroalimentación (ER) *negativo* disminuye la desviación del sistema de su valor inicial, el *positivo* la aumenta. El enlace de retroalimentación rígido (ERR) se realiza con ayuda del eslabón de amplificación, el flexible (*no rígido*) (ERF), con ayuda del eslabón de diferenciación (actúa, por supuesto, sólo durante los procesos transitorios). En los reguladores mecánicos el ERF se llama *isíndromo*. La intensidad con que actúa el ER se caracteriza por los coeficientes k_{ERR} , k_{ERF} .

El abarcamiento del eslabón inercial (en el caso dado que contiene L y R) por el enlace de retroalimentación rígido conlleva a que aparezca el coeficiente β o, lo que es igual, al reemplazo de T_{eqv} por T'_{eqv} y de k_3 por k'_3 ; el abarcamiento por el enlace de retroalimentación flexible conlleva a la variación de la constante de tiempo del eslabón correspondiente en la magnitud $\pm (k_3/R_2) T_{\text{ERF}}$.

El devanado \mathcal{J} tiene la resistencia R_3 y la inductancia L_3 y de manera similar a como se hizo arriba se puede escribir

$$i_3 = \Delta u_3 / [R_3 (1 + T_3 p)], \quad \Delta u_4 = k_4 i_3 = k_4 \Delta u_3 / [R_3 (1 + T_3 p)].$$

Reemplazando Δu_3 de acuerdo a (6.26), tenemos

$$\Delta u_4 = k_4 k'_3 \Delta u_0 / [R_2 R_3 (1 + T_1 p) (1 + T_3 p) (1 + T'_{\text{eqv}} p)].$$

Incluyendo el coeficiente de amplificación (ganancia) equivalente

$$k = k_4 k'_3 / (R_2 R_3), \quad (6.27)$$

para Δu_4 obtenemos

$$\Delta u_4 = k \Delta u_0 / [(1 + T_1 p) (1 + T_3 p) (1 + T'_{\text{eqv}} p)].$$

Se sobreentiende que en forma similar (fig. 6.13, *c, d*) se hubiera podido tener en cuenta cualquier cantidad n de eslabones puramente inerciales o una cantidad N de eslabones abarcados por el enlace de retroalimentación. En cualquier eslabón k del esquema en este caso vamos a tener

$$\Delta u_k = \frac{k \Delta u_0}{(1 + T_1 p) (1 + T_2 p) \dots (1 + T_n p) (1 + T'_{\text{eqv} 1} p) (1 + T'_{\text{eqv} 11} p) \dots (1 + T'_{\text{eqv} N} p)}. \quad (6.28)$$

Se supone que en la expresión (6.28) los eslabones 1, 2, ..., n no tienen enlace de retroalimentación y I, II, ..., N son abarcados por enlaces de retroalimentación rígidos y flexibles al mismo tiempo (fig. 6.13, *d*).

Analícemos de nuevo el esquema del generador con el regulador de excitación (fig. 6.13, *a*). Hallemos a base de la expresión general obtenida (6.28) el cambio de la f.e.m. E_{qe} en el estator del generador causado por acción del regulador de excitación. Sea que el regulador recibió en la entrada un impulso Δu_0 . Supongamos que en el regulador se tiene sólo un enlace de retroalimentación flexible, y la constante de tiempo es tan pequeña con relación a T_e , que se puede tomar $T_n \approx 0$, y teniendo en consideración que $T_{\text{conv}} + T_{\text{med}} \ll T_{e \text{ eqv}}$, donde $T_{e \text{ eqv}}$ es la constante de tiempo equivalente del devanado de excitación, que tiene en cuenta el enlace de retroalimentación, obtenemos* para determinar el valor de ΔE_q

$$\Delta E_q = K_{0U} \Delta u_0 / [(1 + T_{e \text{ eqv}} p) (1 + T_{d0} p)]. \quad (6.29)$$

El coeficiente K_{0U} caracteriza la variación de la f.e.m. del generador en dependencia de la variación de la tensión en sus barras, o sea, el parámetro por medio del cual se realiza la regulación. En marcha al vacío del generador

$$K_{0U} \approx E_{q0} / u_0.$$

Para el regulador de la frecuencia de rotación (RAFR) escribimos de forma similar las relaciones entre la variación de la velocidad $\Delta \omega_*$ (análogo de Δu_0) y la apertura para la entrada del portador de energía $\Delta \mu_*$ (análogo de ΔE_q), o sea el desplazamiento del pistón del servomotor (véase fig. 6.12):

$$\Delta \mu_* = \frac{K_{\omega} \Delta \omega_*}{(\beta + T_3 p) (1 + T_{d1} p)} \approx \frac{K_{\omega} \Delta \omega_*}{\beta + T_3 p}, \quad (6.30)$$

* Véase la nota al pie de la página 141.

donde $K_{\omega} \approx M_0/\omega_0$; T_s es la constante de tiempo que caracteriza el tiempo de acción del servomotor, el cual regula la entrada del portador de energía a la turbina (con frecuencia, aproximadamente, se toma que la constante de tiempo es igual al tiempo de cierre del portador de energía cuando hay caída completa de la potencia: $T_s = \Delta t_c$).

Supongamos que la variación de la apertura para la entrada del portador de energía a la turbina, por acción de la regulación (P_{reg}), es proporcional a la variación de la potencia de la turbina expresada en partes de la nominal ($P_{T.nom}$), o sea

$$\Delta\mu_* = P_{reg}/P_{T.nom},$$

entonces en vez de (6.30) escribimos

$$\Delta P_{reg} = P_{reg}/P_{T.nom} = K_{\omega} \Delta\omega/(\beta + T_s p).$$

Teniendo en cuenta que $K_{\omega} = M_0/\omega_0 = 1/\sigma$, donde σ es el coeficiente de desigualdad que caracteriza la pendiente de la curva $M = f(\omega)$, o, aproximadamente, $dM/d\omega = dP/d\omega = \sigma$, y tomando $\beta = 1$, obtenemos en vez de (6.30)

$$P_{reg} (1 + T_s p) = \Delta\omega_* P_{T.nom}/\sigma$$

o bien

$$\boxed{p P_{reg} = \frac{\Delta\omega_* P_{T.nom}}{\sigma T_s} - \frac{P_{reg}}{T_s}} \quad (6.31)$$

Esta misma ecuación puede ser escrita, en forma aproximada,

$$\boxed{\Delta P = \Delta\omega_* \frac{P_{T.nom}}{\sigma T_s} \Delta t - \frac{P_{reg}}{T_s} \Delta t} \quad (6.31a)$$

Cabe notar que las ecuaciones (6.29), (6.30), (6.31) son similares a las ecuaciones diferenciales escritas de otra forma:

$$T_{eqv} T_{d0} \frac{d^2 \Delta E_q}{dt^2} + (T_{eqv} + T_{d0}) \frac{d \Delta E_q}{dt} + \Delta E_q = K_{0U} \Delta\omega_0; \quad (6.29a)$$

$$T_s T_a \frac{d^2 \Delta\mu}{dt^2} + (T_s + \beta T_a) \frac{d \Delta\mu}{dt} + \beta \Delta\mu = K_{\omega} \Delta\omega_*; \quad (6.30a)$$

$$T_s \frac{d \Delta\mu}{dt} + \Delta\mu = K_{\omega} \Delta\omega_*. \quad (6.31b)$$

Interpretación física de las dependencias obtenidas para un generador con excitación regulada. De acuerdo a (6.29) toda variación de la tensión U en ΔU_0 en las barras del generador conlleva a una variación de la f.e.m. E_q (véase fig. 6.14, a). Cuando hay aumento de la carga P y del ángulo δ , lo cual va acompañado de la disminución de U (fig. 6.14, b, c), E_q va a aumentar (acción del RAE) y restablecer la tensión U (fig. 6.14, b). Por consiguiente, el punto de operación que caracteriza el régimen se va a desplazar en el plano $P - \delta$ pasando de la curva que tiene un valor menor de E_q a la curva con un E_q mayor (fig. 6.14, c). Además, el grado de mantenimiento de la tensión U y la variación de E_q van a ser diferentes en dependencia del coeficiente de amplificación K_{0U} . Va a existir diferencia también en el grado de variación de la f.e.m. E_q' (fig. 6.14, d). Comúnmente conforme a las condiciones de estabilidad del sistema (véase cap. 8), para

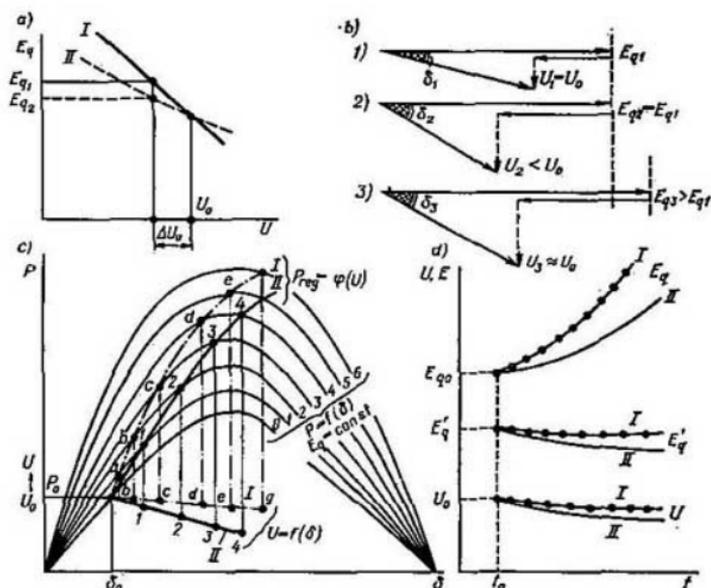


Fig. 6.14. Procesos físicos durante la regulación de la excitación

a, variación de la f.e.m. E_q cuando varía la tensión U : I, para $K_{0U1} < K_{0U2}$; II, para $K_{0U2} < K_{0U1}$; b, variación de la tensión con el aumento de la carga: 1) $U = U_0$; $\delta = \delta_1$; 2) $U_2 < U_1$; $\delta_2 > \delta_1$; 3) $\delta_2 > \delta_1$; $U_2 \approx U_0$. Los casos 1) y 2) sin regulación, el 3), con regulación; c, dependencias de $P = \varphi(\delta)$ para distintos valores de E_q ($E_q = \text{const}$) y las características $P_{\text{reg}} = \varphi(U)$: I, para $K_{0U1} < K_{0U2}$; II, para $K_{0U2} < K_{0U1}$; d, variación de U , E_q y E_q' con el tiempo (análoga a las variaciones en dependencia del ángulo δ mostradas en la fig. 6.14, c)

los reguladores de tipo proporcional se elige un coeficiente de amplificación K_{0U} tal, que $E_q' \approx \text{const}$ (fig. 6.14, d). Por cuanto en caso de cambios bruscos del régimen la f.e.m. E_q , como es sabido ^{*}), en el primer momento no varía y luego varía lentamente, se puede considerar que la regulación de la excitación aún más contribuye a que E_q' sea constante y por eso se puede admitir que

en los generadores que tienen regulación proporcional de la excitación, el proceso transitorio electromecánico se determina de acuerdo a la curva $P = \varphi(\delta)$ siendo $E_q' \approx E' = \text{const}$,

y, por consiguiente, se pueden reemplazar los generadores por la f.e.m. E_q' o bien $\approx E'$ y en este último caso incluir en el circuito equivalente la reactancia x_d .

Interpretación física de las dependencias obtenidas para una turbina regulada. De acuerdo a (6.30) y (6.31) se puede tomar en el dipasón sustancial para los problemas analizados que $dM/d\Omega = \text{const}$, o sea, que para cualquier apertura constante $\mu = \text{const}$ la dependencia $M = f(\Omega)$ se representa por una línea recta (fig. 6.15, a, c). En esta figura cada una de las dependencias lineales 1, 2, ..., 7, respondiendo a una variación lenta del régimen, muestra cómo va a variar el momento de la turbina en función de la velocidad. Estas dependencias lineales son las características estáticas. Cuando hay una variación rápida del régimen, el proceso

*) Cursos «Máquinas eléctricas», «Procesos transitorios electromagnéticos» [2, 4, 6].

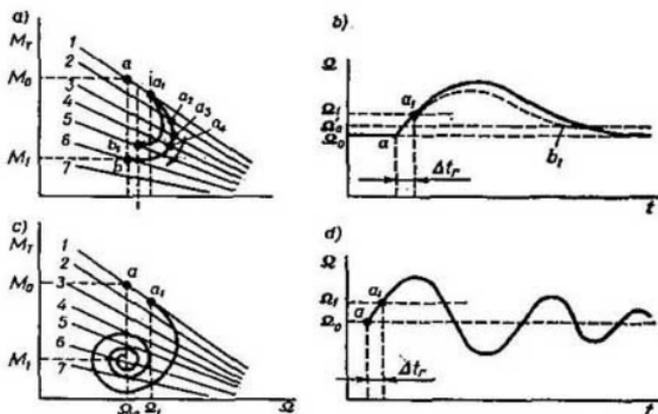


Fig. 6.15. Variación del momento de rotación y la velocidad en una turbina regulada (RAFR): a, dependencia del momento con respecto a la velocidad en un proceso aperiódico; $M_T = f(\Omega)$; b, el mismo proceso (que en a) representado en el tiempo: $\Omega = \varphi(t)$; c, dependencia del momento con respecto a la velocidad en un proceso oscilatorio; $M_T = f(\Omega)$; d, el mismo proceso (que en c) representado en el tiempo: $\Omega = \varphi(t)$

que tiene lugar en la turbina regulada va a ser definido por la característica lineal, hasta que no entren en acción los reguladores de velocidad *). En la curva 1 (fig. 6.15, a, c) esto va a ser la sección aa_1 . El retraso Δt_r de tiempo que corresponde a dicha sección se muestra en las curvas de la velocidad mecánica $\Omega = j(t)$ en la fig. 6.15, b, d. Este no depende de la insensibilidad del regulador y del retraso del servomotor. Además, la velocidad varía en la magnitud $\Delta\Omega$, o sea, desde Ω_0 hasta Ω_1 . Luego comienza la segunda etapa del proceso, cuando el regulador entra en acción y va a desplazar la válvula, lo cual en las curvas (fig. 6.15, a) se refleja por el desplazamiento del punto de operación de la posición a_1 en la curva 1 a las posiciones a_2, a_3, a_4, \dots en las curvas 2, 3, 4, \dots .

Como resultado de la acción del regulador al final de la segunda etapa del proceso, al disminuir la carga eléctrica se restablece la velocidad anterior Ω_0 o se establece una nueva velocidad Ω_0' comúnmente cercana a la anterior.

Si después de variar la carga y culminar el proceso transitorio que transcurre de acuerdo a la curva ab (fig. 6.15, a) el regulador restablece la velocidad anterior de la turbina, la regulación se llama *astática*, y si se establece una velocidad nueva Ω_0' , diferente de la anterior, entonces este sistema de regulación se llama *estático*. Cuanto mayor sea la variación de la velocidad con la variación de la carga, mayor será el estatismo del regulador, el cual se determina como

$$(\Omega_0 - \Omega_0')/\Omega_0 = a.$$

El carácter del proceso transitorio en el tiempo para los casos de regulación *astática* (línea gruesa) y regulación *estática* (línea interrumpida) se muestra en la fig. 6.15, b.

*) Recordemos que a diferencia de los reguladores de excitación de acción proporcional, el regulador corriente de la frecuencia de rotación tiene zona de insensibilidad y entra en acción sólo después de transcurrir un tiempo Δt_r . Los RAFR que han aparecido en los últimos años de tipos especiales, y los llamados adaptadores, permiten realizar la RAFR sin zona de insensibilidad para $\Delta t_s \approx 0$.

Si después de variar, la velocidad se acerca suavemente a su nuevo valor Ω_0 o al anterior Ω_0 , entonces el proceso se llama *aperiódico* (o *paso aperiódico*) (fig. 6.15, b). Son posibles los casos de un paso oscilatorio, representado en la fig. 6.15, c, d.

Del análisis presentado se llega a la conclusión de que la turbina puede ser representada:

—por medio de características estáticas en ausencia de regulación que determinan el proceso en el tiempo Δt_r , o sea durante el retraso de acción del regulador (sección aa_1 en la curva 1, fig. 6.15, a);

—por medio de características estáticas de una turbina regulada, que se obtiene como líneas que enlazan los puntos extremos de las dependencias $M_T = \varphi(\Omega)$, por ejemplo, ab_1 (fig. 6.15, a);

—por medio de características dinámicas de una turbina regulada, que se obtienen como las dependencias $aa_1a_2b_1$ (fig. 6.15, a) y $\Omega = f(t)$ (fig. 6.15, c, d).

Debido a que los procesos transitorios electromecánicos son cortos y transcurren durante un tiempo conmensurable con Δt_r , entonces, suponiendo que el

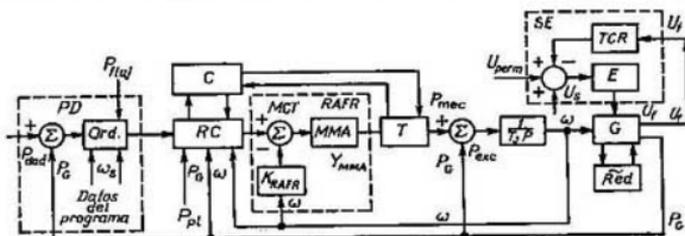


Fig. 6.16. Esquema estructural de un sistema de regulación de un turbogrupo (unidad):

PD, punto de despacho; Ord., ordenador para una distribución económica de las cargas; C, caldera; RC, regulador de la caldera; MCT, mecanismo de control de la turbina; RAFR, regulador automático de la frecuencia de rotación; MMA, motor del mecanismo de accionamiento; T, turbina; G, generador; SE, sistema de excitación; E, excitatriz; TCR, transformador de conversión y rectificador; P_{fluj} , potencia de flujos por los enlaces; P_{dad} , potencia dada; U_{perm} , tensión dada; P_{plan} , carga planificada; ω , frecuencia del sistema; P_{mec} , potencia mecánica

momento de la turbina en dicho intervalo es $M \equiv 1/\Omega$, obtenemos que la potencia de la turbina $P_T = M\Omega = \text{const}$. Por consiguiente,

en el análisis de los procesos transitorios electromecánicos cortos, en la primera aproximación se puede tomar la potencia de la turbina como constante: $P_T = \text{const}$.

En procesos transitorios más largos, cuando los reguladores de velocidad entran en acción o cuando por medio de accionamientos especiales rápidos se logra una variación rápida del momento de la turbina, el supuesto de que $P_T = \text{const}$ se hace incorrecto y los cálculos se realizan teniendo en cuenta (6.30) o con mayor aproximación (6.31).

Regulador de frecuencia. En la primera aproximación su acción puede tomarse análoga a la acción del regulador de la frecuencia de rotación. Sin embargo, la diferencia consiste en que influye sobre la entrada del portador de la energía por medio del desplazamiento del acoplamiento del regulador de velocidad 7, con ayuda del mecanismo de variación de revoluciones (MVR) 9 (véase fig. 6.12). La ecuación que representa la acción del regulador de frecuencia va a ser similar a (6.31), con la particularidad de que es necesario sustituir $\Delta\omega_*$ por Δf_* . La variación de la frecuencia puede transcurrir mucho más lentamente que el movimiento relativo de los generadores (valores más grandes de T_* y una inercia grande del

sistema), por eso sólo en los cálculos de los procesos transitorios electromecánicos lentos (comúnmente unos cuantos segundos) no se puede suponer $f = \text{const.}$ Sin embargo, las desviaciones de la frecuencia de la nominal, las cuales tienen lugar en el régimen normal inicial o en el posterior a la avería, deben tenerse en consideración. Para concluir, sin analizar los detalles, presentamos el esquema completo de regulación de un turbogenerador que funciona en un sistema (fig. 6.16). Aquí se reflejan casi todos los tipos de regulación, incluyendo la que se hace partiendo de las condiciones de rendimiento económico del funcionamiento, lo cual requiere cierta distribución de las cargas entre las unidades y las centrales. Este problema se sale de los márgenes de esta asignatura y por eso no se hablará sobre este tipo de regulación. En el esquema no se muestra la regulación de la caldera, la llamada regulación antes de «sí mismo», la cual garantiza el valor dado de la presión del vapor a la salida de la caldera en los diferentes tipos de procesos transitorios (véase cap. 9).

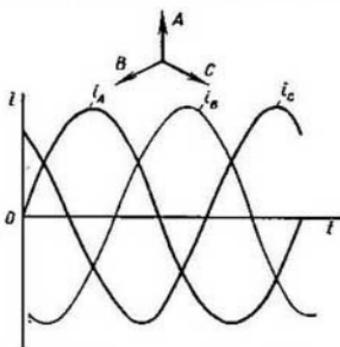


Fig. 6.17. Representación de la corriente en el sistema trifásico de coordenadas A, B, C

Ejemplo 6.1. Por el devanado trifásico del estator pasa una corriente sinusoidal (fig. 6.17). Representar dicha corriente en los ejes d y q que están enlazados fijamente con el rotor.

Solución. Las fórmulas, para el paso de las magnitudes por fase al sistema bifásico de coordenadas (d, q) , tienen la forma

$$i_d = \frac{2}{3} \left[(i_A \cos \gamma) + i_B \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

$$i_q = \frac{2}{3} \left[(i_A \sin \gamma) + i_B \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) + i_C \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \right].$$

Supongamos que los valores inmediatos de las corrientes por fase i_A, i_B, i_C en el régimen permanente se escriban como

$$i_A = I_m \cos \omega t; \quad i_B = I_m \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right); \quad i_C = I_m \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Sustituyendo los valores de las corrientes por fase en la ecuación anterior, tendremos

$$i_d = \frac{2}{3} I_m \left[\cos \gamma \cos \omega t + \cos \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right];$$

$$i_q = \frac{2}{3} I_m \left[\sin \gamma \cos \omega t + \sin \left(\gamma - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\gamma - \frac{4\pi}{3} \right) \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right].$$

Después de una serie de transformaciones trigonométricas obtenemos

$$i_d = I_m \cos (\omega t - \gamma); \quad i_q = I_m \sin (\omega t - \gamma).$$

Teniendo en cuenta que en el régimen sincrónico $\gamma = \omega t + \delta$, hallamos

$$i_d = I_m \cos \delta; \quad i_q = I_m \sin \delta.$$

De esta forma, las corrientes por fase i_A, i_B, i_C , que varían en forma sinusoidal, al pasar a las coordenadas d y q , se convierten en magnitudes constantes (fig. 6.18).

Ejemplo 6.2. Establecer la influencia de la resistencia relativa r/x_d de un hidrogenerador en el carácter de la dependencia $\delta = f(t)$ en el caso cuando se emplean las ecuaciones completas de Park—Górev y las ecuaciones simplificadas. El esquema de la transmisión, al comienzo de la cual sucede un cortocircuito trifásico de duración de 0,1 s, se muestra en la fig. 6.19.

Los parámetros del régimen inicial son: $P_g = 0,91$; $Q_g = 0,273$; $U_g = 1$.

Los parámetros de la transmisión por unidad son: $x_d = 0,639$; $x_q = 0,44$; $x'_d = 0,29$; $T_{d0} = 5,2$ s; $T_J = 13,8$ s; $x_L = 0,564$; $r_L = 0,04$; 1) $r = 0,0096$; 2) $r = 0,032$. Aquí $x_d = x_{dG} + x_T$; $x_q = x_{qG} + x_T$; $x'_d = x'_{dG} + x_T$; $r = r_G + r_T$.

Solución. Por medio del cálculo del régimen permanente se determinan los siguientes parámetros: E_{q0} , E_{Q0} , E'_q , I_d , I_q , Ψ_d , Ψ_q , M_T , U_{Gd} , U_{Gq} , U_s , δ , s .

El cálculo se realiza para dos regímenes cuando:

1) $r/x_d = 0,015$; 2) $r/x_d = 0,05$.

El cortocircuito se da por las condiciones $U_s = 0$ y $Z_L = 0$. La desconexión del cortocircuito se hace por medio del restablecimiento de Z_L y U_s ($U_s = 1$).

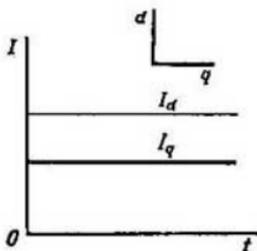


Fig. 6.18. Representación de la corriente en las coordenadas d y q



Fig. 6.19. Esquema del sistema en estudio

1. El cálculo por las ecuaciones completas de Park—Górev se realiza por medio de la resolución de las ecuaciones transformadas a una forma que sea cómoda para el ordenador:

$$p\Psi_d = -\Psi_q(1+s) - I_d r - U_{Gd}; \quad p\Psi_q = \Psi_d(1+s) - I_q r - U_{Gq};$$

$$T_{d0} p\Psi_d - T_{d0} x'_d pI_d = E_{Q0} - \Psi_d + I_d x_q; \quad T_{d0} p\Psi_q - T_{d0} x_q pI_q = -\Psi_q + I_q x_q;$$

$$pI_{Ld} = \frac{U_{Gd}}{x_L} - \frac{U_s \sin \delta}{x_L} - I_{Ld} \frac{r_L}{x_L} - I_{Lq}'(1+s); \quad pI_{Lq} = \frac{U_{Gq}}{x_L} - \frac{U_s \cos \delta}{x_L} - I_{Lq} \frac{r_L}{x_L} + I_{Ld}(1+s); \quad T_J p s = M_T - (\Psi_d I_q - \Psi_q I_d); \quad p\delta = s.$$

La tercera y cuarta ecuaciones del sistema mostrado se obtienen sustituyendo las ecuaciones del proceso transitorio en el devanado de excitación en los ejes directos y de cuadratura por las ecuaciones escritas a través de la f.e.m. teniendo en cuenta (6.20d) y (6.21) — (6.24). Sustituyendo los valores de U_{Gd} y U_{Gq} de la quinta y sexta ecuaciones en la primera y segunda ecuaciones del sistema, obtenemos un sistema de ecuaciones diferenciales de sexto orden:

$$p\Psi_d + pI_{Ld} x_L = -\Psi_q(1+s) - I_d r - U_s \sin \delta - I_{Ld} r_L - I_{Lq} x_L(1+s);$$

$$p\Psi_q + pI_{Lq} x_L = \Psi_d(1+s) - I_q r - U_s \cos \delta - I_{Lq} r_L + I_{Ld} x_L(1+s);$$

$$T_{d0} p\Psi_d - T_{d0} x'_d pI_d = E_{Q0} - \Psi_d + I_d x_q; \quad T_{d0} p\Psi_q - T_{d0} x_q pI_q = -\Psi_q + I_q x_q;$$

$$T_J p s = M_T - (\Psi_d I_q - \Psi_q I_d); \quad p\delta = s.$$

Además en los regímenes normal y posterior a la avería $I_{Ld} = I_d$, $I_{Lq} = I_q$. La resolución del sistema dado de ecuaciones diferenciales por medio de métodos numéricos requiere hallar los incrementos de las variables Ψ_d , Ψ_q , I_d e I_q en forma explícita, o sea, la solución de un sistema de ecuaciones algebraicas lineales de la forma

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_L & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x_L \\ T_{d0} & 0 & -T_{d0} x'_d & 0 \\ 0 & T_{d0} & 0 & -T_{d0} x_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\Psi_d \\ p\Psi_q \\ pI_d \\ pI_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Psi_q(1+s) - I_d r - U_s \sin \delta - I_d r_L - I_q x_L(1+s) \\ \Psi_d(1+s) - I_q r - U_s \cos \delta - I_q r_L + I_d x_L(1+s) \\ E_{Q0} - \Psi_d + I_d x_q \\ -\Psi_q + I_q x_q \end{bmatrix}.$$

Después de obtener todas las variables en una forma explícita para el cálculo se puede emplear cualquier método numérico de integración y determinar las incógnitas Ψ_d , Ψ_q , I_d , I_q ,

δ , s . Realizando el cálculo por pasos, obtenemos la variación de todos los parámetros en el tiempo y, por consiguiente, la dependencia $\delta = f(t)$ para las dos variantes (fig. 6.20): 1) $r/x_d = 0,015$, 2) $r/x_d = 0,05$.

2. Para describir los procesos transitorios en el generador por medio de las ecuaciones simplificadas incluimos los siguientes supuestos: $p\Psi_d = p\Psi_q = 0$; $p\delta + 1 = 1$. Entonces teniendo en cuenta que $I_{1,d} = I_d$, $I_{1,q} = I_q$, obtenemos el sistema de ecuaciones

$$T_{d0} p E'_q = E_{qe} - E_q;$$

$$T_j p s = M_T - \Psi_d I_q + \Psi_q I_d; \quad p\delta = s.$$

Para los regímenes normal y posterior a la avería tenemos:

$$I_d = - \frac{(E'_q - U_s \cos \delta)(x_q + x_L) - U_s \sin \delta (r + r_L)}{(r + r_L)^2 + (x'_d + x_L)(x_q + x_L)};$$

$$I_q = \frac{U_s (x'_d + x_L) \sin \delta + (E'_q - U_s \cos \delta)(r + r_L)}{(r + r_L)^2 + (x'_d + x_L)(x_q + x_L)};$$

$$E'_q - I_d x'_d = E_q - I_d x_d; \quad E_q = E'_q + I_d (x_d - x'_d);$$

$$\Psi_d = E_q + I_d x_d; \quad \Psi_q = I_q x_q.$$

Para el régimen de avería (en presencia de un cortocircuito trifásico en las barras de la central) tomamos $U_s = 0$, $Z_L = 0$, entonces obtenemos:

$$I_d = - \frac{E'_q x_q}{r^2 + x'_d x_q}; \quad I_q = \frac{E'_q r}{r^2 + x'_d x_q};$$

$$E'_q + I_d x'_d = E_q + I_d x_d = 0; \quad E'_q x_d + I_d x'_d x_d = E_q x'_d + I_d x'_d x_d$$

o bien

$$E_q = E'_q x'_d / x'_d; \quad \Psi_d = E_q + I_d x_d; \quad \Psi_q = I_q x_q.$$

Realizando el cálculo «paso a paso» obtenemos la variación del ángulo δ en el tiempo (fig. 6.20) para $r/x_d = 0,015$ y $r/x_d = 0,05$, empleando las ecuaciones simplificadas de Park-Górev.

Como se ve de la fig. 6.20, cuando $r/x_d = 0,015$ la diferencia entre los cálculos hechos por medio de las ecuaciones completas y simplificadas prácticamente no se nota. Cuando hay un aumento considerable de la resistencia $r/x_d = 0,05$ esta diferencia resulta notoria. Una gran cantidad de cálculos similares lleva a la conclusión: en presencia de una resistencia relativa pequeña ($r/x_d < 0,03$) no hay necesidad de emplear las ecuaciones completas. Si la resistencia relativa es grande ($r/x \geq 0,03$), entonces para obtener resultados certeros hace falta emplear las ecuaciones completas.

Ejemplo 6.3. Establecer la influencia del momento de desconexión del cortocircuito en el valor máximo del ángulo del generador teniendo en cuenta y sin tener en cuenta la combustión del arco en el interruptor, cuando el cálculo se realiza por medio de las ecuaciones completas, y mostrar las dependencias $\delta_{m\max} = f(t_{\text{desoc}})$ y $M = \varphi(t)$.

El sistema estudiado consta de dos centrales que funcionan a unas barras de tensión constante (fig. 6.21). Además, $r_1/x_{d1} \approx r_2/x_{d2} \approx 0,015$.

Se dan los parámetros del régimen inicial P_1, P_2, U_s, U_G y los parámetros de la transmisión, expresados por unidad: $x_{d1}, x_{d2}, x_{q1}, x_{q2}, x'_{d1}, x'_{d2}, x_{ad1}, x_{ad2}, x_{aq1}, x_{aq2}, r_1, r_2, r'_{f1}, r'_{f2}, T_{1d1}, T_{1d2}, T_{1q1}, T_{1q2}, x_{a1d} = x_{j1d} = x_{ad}, x_{a1q} = x_{aq}, T_{j1}, T_{j2}, T_{d01}, T_{d02}$.

De forma simplificada tomemos que la resistencia del arco R_{arco} varía sólo como función del tiempo t , teniendo la forma de la dependencia cuadrática (fig. 6.22).

*) Tener en cuenta el arco de esta forma, reflejando su influencia por las pérdidas de potencia sobre los procesos electromecánicos, por supuesto, no da una idea completa sobre la física de los procesos que transcurren.

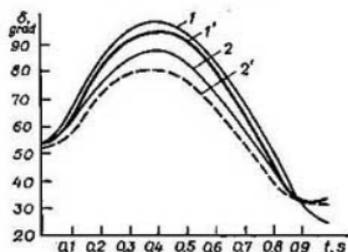


Fig. 6.20. Variación del ángulo del generador:

1 y 1', cálculos según las ecuaciones simplificadas y completas para $r/x_d = 0,015$; 2 y 2', para $r/x_d = 0,05$.

Solución. Por medio del cálculo del régimen permanente se determinan los siguientes parámetros: $E_{q1}, E_{q2}, E'_{q1}, E'_{q2}, I_{d1}, I_{d2}, I_{q1}, I_{q2}, \Psi_{d1}, \Psi_{d2}, \Psi_{q1}, \Psi_{q2}, M_{T1}, M_{T2}, U_{Gd(1)}, U_{Gd(2)}, U_{Gq(1)}, U_{Gq(2)}, I_{Ld(1)}, I_{Ld(2)}, I_{Lq(1)}, I_{Lq(2)}, \delta_1, \delta_2, I_{f1}, I_{f2}, I_{1d1}, I_{1d2}, I_{1q1}, I_{1q2}$. Aquí la cifra en el paréntesis indica el número del generador a cuyo eje se proyecta la magnitud dada.

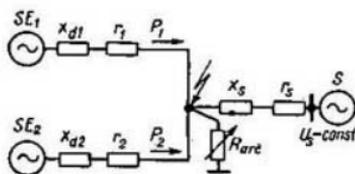


Fig. 6.21. Esquema del sistema energético en estudio teniendo en cuenta la combustión del arco en el interruptor

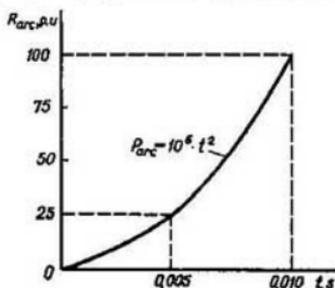


Fig. 6.22. Variación de la resistencia del arco R_{arc}

El sistema de ecuaciones preparado para resolver el proceso en estudio en un ordenador, tiene la forma

$$\begin{aligned} p\Psi_{d1} &= -\Psi_{q1}(1+s_1) - I_{d1}r_1 - U_{Gd(1)}; \\ p\Psi_{q1} &= \Psi_{d1}(1+s_1) - I_{q1}r_1 - U_{Gq(1)}; \\ p\Psi_{d2} &= -\Psi_{q2}(1+s_2) - I_{d2}r_2 - U_{Gd(2)}; \\ p\Psi_{q2} &= \Psi_{d2}(1+s_2) - I_{q2}r_2 - U_{Gq(2)}; \\ p\Psi_{f1} &= U_{f1} - I_{f1}r_{f1}; \quad p\Psi_{f2} = U_{f2} - I_{f2}r_{f2}; \\ p\Psi_{1d1} &= -I_{1d1}r_{1d1}; \quad p\Psi_{1q1} = -I_{1q1}r_{1q1}; \\ p\Psi_{1d2} &= -I_{1d2}r_{1d2}; \quad p\Psi_{1q2} = -I_{1q2}r_{1q2}; \\ T_{J1}ps_1 &= M_{T1} - \Psi_{d1}I_{q1} + \Psi_{q1}I_{d1}; \quad p\delta_1 = s_1; \\ T_{J2}ps_2 &= M_{T2} - \Psi_{d2}I_{q2} + \Psi_{q2}I_{d2}; \quad p\delta_2 = s_2; \end{aligned}$$

$$pI_{Ld(1)} = \frac{U_{Gd(1)}}{x_L} - \frac{U_s \sin \delta_1}{x_L} - \frac{I_{Ld(1)}r_L}{x_L} - I_{Lq(1)}(1+s_1);$$

$$pI_{Lq(1)} = \frac{U_{Gq(1)}}{x_L} - \frac{U_s \cos \delta_1}{x_L} - \frac{I_{Lq(1)}r_L}{x_L} + I_{Ld(1)}(1+s_1);$$

$$pI_{Ld(2)} = \frac{U_{Gd(2)}}{x_L} - \frac{U_s \sin \delta_2}{x_L} - \frac{I_{Ld(2)}r_L}{x_L} - I_{Lq(2)}(1+s_2);$$

$$pI_{Lq(2)} = \frac{U_{Gq(2)}}{x_L} - \frac{U_s \cos \delta_2}{x_L} - \frac{I_{Lq(2)}r_L}{x_L} + I_{Ld(2)}(1+s_2).$$

Las corrientes de los generadores se determinan de las ecuaciones de los flujos magnéticos de los circuitos del estator, devanados de excitación y de amortiguamiento:

$$\begin{aligned} \Psi_d &= I_{f1}x_{af1} + I_{1d1}x_{a1d} + I_d x_d; \quad \Psi_q = I_{1q1}x_{a1q} + I_q x_q; \\ \Psi_f &= I_{f1}x_f + I_d x_{fd} + I_d x_{afd}; \quad \Psi_{1d} = I_{1d1}x_{1d} + I_{f1}x_{f1d} + I_d x_{a1d}; \\ & \quad \Psi_{1q} = I_{1q1}x_{1q} + I_q x_{a1q}. \end{aligned}$$

Para el ejemplo dado, teniendo en cuenta que $x_{ofd} = x_{oid} = x_{fid} = x_{od}$ y $x_{o1q} = x_{oq}$, tendremos

$$I_{f1} = \frac{\Psi_{f1}x_{1d1} - \Psi_{1d1}x_{ad1} + I_{d1}(x_{ad1}^2 - x_{ad1}x_{1d1})}{x_{f1}x_{1d1} - x_{ad1}^2};$$

$$I_{f2} = \frac{\Psi_{f2}x_{1d2} - \Psi_{1d2}x_{ad2} + I_{d2}(x_{ad2}^2 - x_{ad2}x_{1d2})}{x_{f2}x_{1d2} - x_{ad2}^2};$$

$$I_{1d1} = \frac{\Psi_{1d1}x_{f1} - \Psi_{f1}x_{ad1} + I_{d1}(x_{ad1}^2 - x_{ad1}x_{f1})}{x_{f1}x_{1d1} - x_{ad1}^2};$$

$$I_{1d2} = \frac{\Psi_{1d2}x_{f2} - \Psi_{f2}x_{ad2} + I_{d2}(x_{ad2}^2 - x_{ad2}x_{f2})}{x_{f2}x_{1d2} - x_{ad2}^2};$$

$$I_{1q1} = \frac{\Psi_{1q1} - I_{q1}x_{oq1}}{x_{1q1}}; \quad I_{1q2} = \frac{\Psi_{1q2} - I_{q2}x_{oq2}}{x_{1q2}};$$

$$I_{d1} = \frac{\Psi_{d1} - E_{q1}^*}{x_{d1}}; \quad I_{d2} = \frac{\Psi_{d2} - E_{q2}^*}{x_{d2}};$$

$$I_{q1} = \frac{\Psi_{q1} + E_{d1}^*}{x_{q1}}; \quad I_{q2} = \frac{\Psi_{q2} + E_{d2}^*}{x_{q2}},$$

donde

$$E_{q1}^* = \frac{\Psi_{f1}(x_{1d1}x_{ad1} - x_{ad1}^2) + \Psi_{1d1}(x_{f1}x_{ad1} - x_{ad1}^2)}{x_{f1}x_{1d1} - x_{ad1}^2};$$

$$E_{q2}^* = \frac{\Psi_{f2}(x_{1d2}x_{ad2} - x_{ad2}^2) + \Psi_{1d2}(x_{f2}x_{ad2} - x_{ad2}^2)}{x_{f2}x_{1d2} - x_{ad2}^2};$$

$$E_{d1}^* = -\Psi_{1d1}x_{oq1}/x_{1q1}; \quad E_{d2}^* = -\Psi_{1d2}x_{oq2}/x_{1q2}.$$

La tensión en las barras del generador se determina por las siguientes ecuaciones:

$$U_{Gd(1)} = R_{arc} [I_{d1} + I_{d2} \cos(\delta_2 - \delta_1) + I_{q2} \sin(\delta_2 - \delta_1) - I_{Ld(1)}];$$

$$U_{Gq(1)} = R_{arc} [I_{q1} + I_{q2} \cos(\delta_2 - \delta_1) + I_{d2} \sin(\delta_2 - \delta_1) - I_{Lq(1)}];$$

$$U_{Gd(2)} = R_{arc} [I_{d2} + I_{d1} \cos(\delta_1 - \delta_2) + I_{q1} \sin(\delta_1 - \delta_2) - I_{Ld(2)}];$$

$$U_{Gq(2)} = R_{arc} [I_{q2} + I_{q1} \cos(\delta_1 - \delta_2) + I_{d1} \sin(\delta_1 - \delta_2) - I_{Lq(2)}],$$

donde R_{arc} es la resistencia del arco.

Realizando de esta manera una serie de cálculos, teniendo y sin tener en cuenta el arco, obtenemos para diferentes t_{desc} (0,1; 0,11; 0,12; 0,13; 0,14 s) el valor del ángulo $\delta_{máx1}$ (fig. 6.23). Como se ve de la figura, cuando el cálculo se realiza por las ecuaciones completas de Park-Górev, la curva $\delta_{máx1} = f(t_{desc})$ tiene un carácter oscilatorio (I). Teniendo en cuenta el arco la dependencia $\delta_{máx1} = f(t_{desc})$ toma un carácter creciente monótono (4) y el resultado se acerca al obtenido por medio de las ecuaciones simplificadas (2) y por datos experimentales (3).

En la fig. 6.24, a, b se muestra la variación del momento electromagnético del primer generador cuando la desconexión del cortocircuito se hace en el momento $t_{desc} = 0,1$ s y $t_{desc} = 0,11$ s. Como se ve de la fig. 6.24, a el carácter de la variación del momento electromagnético medio M_{med} del generador, calculado por las ecuaciones completas (M_{comp1}) después de la desconexión del cortocircuito prácticamente no se diferencia del carácter de la variación del momento electromagnético calculado por las ecuaciones simplificadas (M_{simpl1}). Esto se explica por el hecho de que cuando $t_{desc} = 0,1$ s el número de semiciclos en el proceso de cortocircuito resulta ser par y, por consiguiente, el número de impulsos positivos y negativos del momento durante sus oscilaciones es igual. Como consecuencia de esto la amplitud de oscilación después del cortocircuito no es grande y la influencia del segundo generador sobre el primero no se siente. A la vez, después de desconectar el cortocircuito, los saltos hacia el lado positivo y negativo resultan ser prácticamente iguales y, la variación de M_{med} corresponde a la variación de M_{simpl} . Por eso los valores de $\delta_{máx1}$, calculados por medio de las ecuaciones completas y simplificadas, son prácticamente iguales, la diferencia es, aproximadamente, 3° (véase fig. 6.23). Pero si $t_{desc} = 0,11$ s, entonces después de desconectar el cortocircuito M_{med} tiene un carácter aperiódico y en gran medida se diferencia de M_{simpl} . A consecuencia de esto los valores máximos de salida

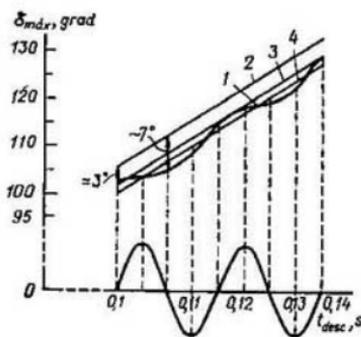


Fig. 6.23. Variación del valor máximo del ángulo del generador desde el momento de desconexión del cortocircuito:

1, cálculo según las ecuaciones completas sin tener en cuenta la combustión del arco; 2, cálculo según las ecuaciones simplificadas; 3, curva experimental; 4, cálculo según las ecuaciones completas teniendo en cuenta la combustión del arco

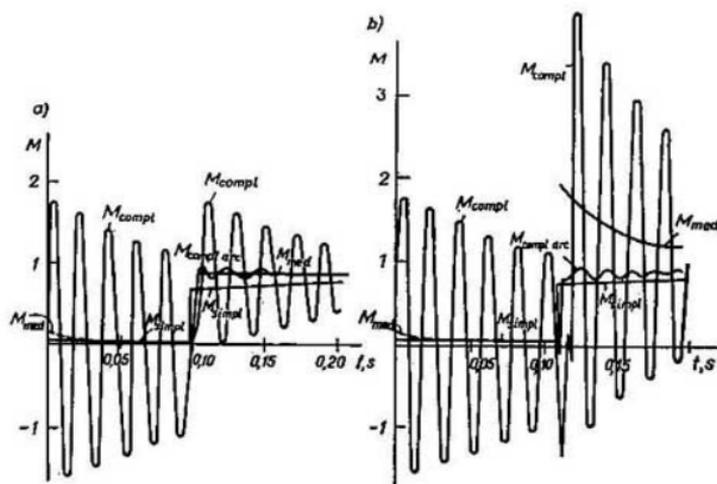


Fig. 6.24. Variación del momento electromagnético:

a) $t_{desc} = 0,1$ s; b) $t_{desc} = 0,11$ s

del ángulo calculado por medio de las ecuaciones completas y simplificadas difieren notablemente [aproximadamente en 7° (véase fig. 6.23)]. Esto se explica por el hecho de que el número de impulsos del momento durante sus oscilaciones, conforme al cálculo por medio de las ecuaciones completas, en el proceso de cortocircuito es impar y el número de impulsos positivos resulta ser mayor que de los negativos. Esto conlleva a oscilaciones grandes del momento M_{compl} después de desconectado el cortocircuito. En este caso la influencia del segundo generador sobre el primero puede resultar lo suficientemente fuerte y causar la aparición de un momento adicional que aumenta bruscamente el valor de M_{med} . De esta manera, en los momentos $t_{desc} = 0,1; 0,12; 0,14$ s los valores máximos del ángulo calculado por medio de las ecuaciones completas y simplificadas se diferencian muy poco. Pero para los momentos de desconexión $t_{desc} = 0,11$ s y $t_{desc} = 0,13$ s esta diferencia aumenta bruscamente. Sin embargo, en la realidad (experimento) la oscilación de δ_{max} en dependencia de t_{desc} no se nota, ya que la aparición del arco durante la desconexión nivela las oscilaciones del momento electromagnético del generador $M_{compl.arc}$ después de desconectado el cortocircuito (fig. 6.24). Esto nivela la curva $\delta_{max} =$

$= f(t_{\text{desc}})$. De esta manera, en los cálculos de los procesos transitorios electromecánicos, cuando $r/x < 0,03$, es necesario tener en cuenta la combustión del arco en el interruptor o emplear las ecuaciones simplificadas lo cual es más racional desde el punto de vista del volumen de los cálculos.

Preguntas de control

6.1. ¿Cuáles son las particularidades de las descripciones matemáticas, modelos y circuitos equivalentes?

6.2. ¿En qué consiste la particularidad de las ecuaciones de Park—Górev con relación a las ecuaciones comunes de los circuitos magnéticamente enlazados que se desplazan uno con respecto al otro?

6.3. ¿Qué sentido tienen los términos tipo $p\Psi$, $p\delta$ en las ecuaciones de Park—Górev?

6.4. ¿Qué se entiende por ecuaciones simplificadas de Park—Górev? ¿Cómo ellas tienen en cuenta la relación entre el flujo y la tensión, el momento y la potencia?

6.5. ¿Qué diferencia hay en el carácter de las curvas del proceso transitorio $P = f(t)$, $E_q = f(t)$, $E'_q = f(t)$, $I_f = f(t)$, $I_{\text{est}} = f(t)$, calculadas por las ecuaciones completas y simplificadas?

6.6. ¿Cómo influyen los factores aleatorios en el resultado del análisis de los procesos transitorios en el sistema eléctrico de potencia?

6.7. ¿Cómo influye la saturación del circuito magnético de la máquina sincrónica en la amplitud del ángulo y en el período de la oscilación durante las oscilaciones?

6.8. ¿En qué consiste la particularidad de la escritura de las ecuaciones de los procesos electromagnéticos en los circuitos de una máquina sincrónica y asincrónica? Explicar empleando la tabla 6.1.

6.9. Supuestos principales para la formación y resolución de las ecuaciones completas y simplificadas que describen los procesos transitorios en los sistemas eléctricos de potencia.

6.10. ¿Cómo se construyen y se emplean los esquemas estructurales de los sistemas eléctricos de potencia y sus dispositivos de regulación?

6.11. ¿En qué consisten las particularidades de los reguladores de excitación de acción proporcional (RAE a.p) y acción reforzada (RAE a.r)?

6.12. ¿Qué es un enlace de retroalimentación rígido y flexible (no rígido)?

6.13. ¿Cómo se forma la función de transferencia que relaciona la desviación y la influencia reguladora? Explicar con ayuda de la ecuación (6.28).

6.14. Con ejemplo de las figs. 6.14, 6.15, explique la acción del RAE y del RAV.

6.15. ¿Por qué la potencia de la turbina en ciertos casos de cálculo (cuáles) se puede tomar como constante?

Temas para las ponencias

1 Las ecuaciones de Park—Górev y su empleo en los cálculos de los regímenes asimétricos.

2. Reguladores de excitación y sistemas de regulación (RAE) modernos.

3. Reguladores modernos de la frecuencia de rotación de la turbina (RAFR).